



Simulations numériques avancées et analyses physiques de couches limites turbulentes à grand nombre de Reynolds

Nicolas Renard

► To cite this version:

Nicolas Renard. Simulations numériques avancées et analyses physiques de couches limites turbulentes à grand nombre de Reynolds. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2016. Français. <NNT : 2016PA066041>. <tel-01365361>

HAL Id: tel-01365361

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01365361>

Submitted on 13 Sep 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École Doctorale SMAER

Thèse de doctorat

Discipline : Mécanique

présentée par

Nicolas Renard

Simulations numériques avancées et analyses physiques
de couches limites turbulentes à grand nombre de Reynolds

Soutenue le 08/01/2016 devant le jury composé de :

M. Christophe	BAILLY	École Centrale de Lyon	<i>Rapporteur</i>
M. Jean-Paul	BONNET	Institut Pprime, Poitiers	<i>Examineur</i>
M. Sébastien	DECK	ONERA, Meudon	<i>Directeur de thèse</i>
M. Yann	DOUTRELEAU	DGA, Paris	<i>Membre invité</i>
M. Jose-Maria	FULLANA	Université Paris VI	<i>Président</i>
M. Jean-Christophe	ROBINET	ENSAM, Paris	<i>Rapporteur</i>
M. Pierre	SAGAUT	Aix-Marseille Université	<i>Co-directeur</i>

ONERA - The French Aerospace Lab
8, rue des Vertugadins
92190 MEUDON

À ma famille.

« Après tout, ce qui doit venir n'est pas tant à découvrir qu'à inventer... »
- Hélène Grimaud, *Variations Sauvages* -

Remerciements

Ces travaux de thèse ont été réalisés au sein du Département d'Aérodynamique APpliquée de l'ONERA. J'ai bénéficié de l'environnement de travail exceptionnel offert par l'ONERA, tant sur le plan matériel que sur le plan humain. Je souhaite donc exprimer toute ma gratitude à Patrick Champigny et Joël Reneaux qui, en tant que directeurs de DAAP, ont successivement accepté d'héberger ces travaux relativement amont motivés par une finalité applicative. Je souhaite également remercier la Direction Générale de l'Armement, qui a cofinancé ces travaux avec l'ONERA, et plus spécialement Yann Doutreleau pour son intérêt pour mon sujet de thèse. Enfin, je remercie l'École doctorale ED391 SMAER de l'Université Pierre et Marie Curie pour son accueil.

Je suis extrêmement reconnaissant envers Christophe Bailly et Jean-Christophe Robinet, qui ont accepté de rapporter le présent manuscrit. Leur lecture très détaillée et leur retour me sont d'une aide précieuse pour l'orientation de mes prochains travaux. Ces remerciements s'adressent aussi aux deux examinateurs, Jean-Paul Bonnet et Jose-Maria Fullana, ce dernier m'ayant fait l'honneur de présider mon jury de thèse.

Je n'aurais pas réalisé ces travaux si je n'avais pas eu la chance d'avoir comme professeur Sébastien Deck, qui a dirigé cette thèse. Il est difficile d'exprimer tout ce que je dois à Sébastien. Tout d'abord, l'introduction au monde mystérieux de la turbulence, découvert à la faveur d'une éclaircie sur le plateau de Saclay, et l'envie irrésistible d'en dévoiler quelques secrets. Cette rencontre avec la discipline et avec l'enseignant a été une formidable source de motivation scientifique. Sébastien m'a aussi initié à la recherche académique et à l'aérodynamique appliquée. Ses encouragements ont été extrêmement précieux et sa disponibilité a largement dépassé tous les instants, ce que même la mécanique quantique ne semble pouvoir pleinement expliquer... sans parler de son soutien sans faille jusqu'au bout des développements limités et calculs de fraction les plus improbables ! Je le remercie du fond du cœur pour son dévouement envers ses doctorants. Au delà du pur travail de thèse, j'ai énormément apprécié nos échanges, scientifiques comme d'ordre plus général. J'espère que nous aurons encore longtemps l'occasion de partager réflexions et valeurs, et de méditer sur le rôle du second principe dans le monde qui nous entoure.

Je garderai également un excellent souvenir des discussions passionnantes que nous avons eues avec Pierre Sagaut, à qui je suis reconnaissant de m'avoir fait l'honneur de codiriger ma thèse. J'espère que nos chemins auront à nouveau l'occasion de se croiser.

Un acteur de l'ombre a été Pierre-Élie Weiss, dont j'ai eu la chance de recevoir les conseils¹ pendant ces trois ans². Un grand merci donc pour ce rôle officieux d'encadrant (que le principal intéressé semble devoir nier jusqu'au bout!) et pour avoir accepté d'accueillir un renard dans ton terrier... pardon, bureau!

J'ai eu la chance de pouvoir utiliser durant ma thèse une base de données particulièrement riche, dont je souhaite remercier vivement les créateurs : Sébastien Deck, Pierre-Élie Weiss et Romain Laraufige. Ce dernier a également joué un rôle fondamental dans mes travaux, par la clarté et la qualité de certaines de ses routines de post-traitement qui ont servi de base à mes propres développements, ainsi que par l'initiation de certains axes de recherche qui ont finalement abouti lors de ma thèse. Merci pour tout cela!

Comme la thèse est censée marquer la fin des études, c'est l'occasion d'exprimer toute ma reconnaissance aux enseignants et maîtres de stages ou projets que j'ai eu la chance de rencontrer durant mon cursus académique, dans le secondaire, en prépa, en école, à l'université, et qui ont chacun contribué au plaisir que j'ai aujourd'hui à faire des sciences. Merci pour tout!

Je souhaite également remercier pour tous nos échanges vivifiants l'ensemble des collègues permanents de l'unité MHL, à commencer par son chef Philippe Duveau, qui a accueilli une plaque plane au milieu d'applications complexes, mais aussi Eric, Pascal(s), Rémi(s), Paulo, Anne-Laure, Michel... Je pense bien sûr aussi aux collègues des autres unités et du département, en particulier Fabien et Antoine, pour leur compréhension et nos nombreuses discussions. Une mention spéciale également à Philippe Guillen pour son aide capitale sur le plan informatique. Je dois également beaucoup à toutes les personnes ayant contribué aux codes de calcul FLU3M et CLICET.

L'excellente ambiance de travail tient aussi aux doctorants et stagiaires, qui m'ont donné de nombreux coups de main, en particulier informatiques. J'ai adoré partager repas, débats visant à refaire le monde en trois ans soutenances comprises, délires, bières (enfin, jus d'abricot dans mon cas!). Merci en particulier à Amaury (parce qu'il n'est jamais trop tard pour découvrir sa promo!), Guillaume (finalement ton critère Q a trouvé un hébergement au format A4!), Loïc (mention philo), Mickael (mention Alsacien mais pas du même département que Loïc, j'ai au moins intégré ça!), Romain Pain, Jonas, Ilias, Andrea, Florent, Alexandre, Anthony, Aurélien, Timothée, William, Hélène, Edoardo, Jérémy, Ye-Bonne, Mehdi, Romain Courtier, Fulvio, Holly, Cédric... J'espère qu'on se reverra souvent! Ces pages ne constituent pas un épilogue, mais plutôt le vœu que la curiosité et l'enthousiasme qui caractérisent les doctorants subsistent après la thèse³.

Même si la vie en dehors de la thèse a parfois été quelque peu ralentie face aux priorités de la publication et du manuscrit, ces trois années ont été très heureuses en amitié. Un grand merci à tous mes amis pour leur soutien indéfectible et les grandes bouffées d'oxygène qu'ils m'ont offertes, tout spécialement Anthony, Audrey, Axel, Maxim, Martin, Mathieu et Clémence, Anne et Adrien, Alban, Antoine, Jean-Baptiste, Malik, Rafik, Pierre et Lucile, Didier, Gabriel, Alexandra et Xavier, Rémi, Pierre, Perrine, Ryu, Mike, Christiane, Richard...

Cette période a aussi été propice à des aventures musicales inoubliables et très amicales, pour lesquelles je remercie vivement tous les musiciens de la Note Retrouvée et d'Arcana, avec une mention particulière pour Evelyne Aiello qui a su créer un orchestre alliant l'exigence à la bonne humeur et à la diversité des âges et des métiers. La musique m'a offert un espace de créativité où venir se

1. parfois typographiques ;-)

2. sans ces conseils, comment aurais-je pu relier au quotidien les notions de distance, temps et vitesse, tout en restant le 3 décembre toute l'année?

3. A ce sujet, précisons qu'aucun mal n'a été fait à des kangourous pour la réalisation des présents travaux. Je ne peux en revanche pas en dire autant en ce qui concerne Messieurs Lindt et Dessert au Chocolat :-)

ressourcer lorsque les sciences se faisaient trop arides, et a joué un rôle essentiel, bien qu'indirect, dans la maturation de cette thèse. Ma reconnaissance la plus chaleureuse s'adresse à Alain Blanc-Brude, qui restera toujours le maître à qui je dois les clés de ce jardin féerique dans lequel le hautbois permet de séjourner.

Ces années ont également été l'occasion de me rapprocher d'un rêve d'enfance, celui de piloter un avion. Même si le chemin vers la licence est encore long, je remercie vivement Claude Le Tallec pour m'avoir fait découvrir le pilotage en région parisienne sous son meilleur jour, et pour avoir su trouver la pédagogie et les encouragements pour que je puisse commencer à voler de mes propres ailes. Merci pour ce grand moment d'émotion.

C'est enfin à ma famille que mes remerciements les plus vifs s'adressent, à mes grand-parents, ma tante, ma sœur et mes parents... Votre soutien sans faille, y compris dans les moments de doute, a été déterminant. Merci spécialement à mes parents de m'avoir donné envie de faire des sciences (et de continuer à se prêter au jeu des échanges scientifiques!) sans pour autant perdre de vue les attraits des arts et des livres. Merci de m'avoir soutenu dans mon attirance pour l'aéronautique (qui n'est pas décorrélée d'un baptême de l'air précoce, ni d'essais acharnés d'avions en papier dans le jardin de mes grands-parents : on ne finit pas dans le secteur aéronautique par hasard!). Merci d'avoir toujours fait le maximum et bien plus pour m'aider à réaliser mes projets et concrétiser mes rêves. Merci surtout de m'avoir communiqué une certaine forme d'idéalisme, de persévérance et d'indépendance d'esprit.

Publications liées à la thèse

Publications dans des revues à comité de lecture

S. Deck, **N. Renard**, R. Laraufie et P.-É. Weiss, Large scale contribution to mean wall shear stress in high Reynolds number flat plate boundary layers up to $Re_\theta = 13\,650$, *Journal of Fluid Mechanics*, 2014, Vol. 743, 202-248.

S. Deck, **N. Renard**, R. Laraufie et P. Sagaut, Zonal Detached Eddy Simulation of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer over the Reynolds number range $3150 \leq Re_\theta \leq 14000$, *Physics of Fluids*, 2014, Vol. 26, 025116.

N. Renard, S. Deck, On the scale-dependent turbulent convection velocity in a spatially developing flat plate turbulent boundary layer at Reynolds number $Re_\theta = 13\,000$, *Journal of Fluid Mechanics*, 2015, Vol. 775, 105-148.

N. Renard, S. Deck, Improvements in Zonal Detached Eddy Simulation for Wall Modeled Large Eddy Simulation, *AIAA Journal*, 2015, Vol. 53 (11), 3499-3504.

N. Renard, S. Deck, A theoretical decomposition of mean skin friction generation into physical phenomena across the boundary layer, *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, Vol. 790, 339-367.

Participations à des séminaires et à des congrès internationaux avec actes

N. Renard, S. Deck, On the interface positioning in a Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer, *5th Hybrid RANS/LES Methods Symposium*, Houston, Texas, 2014. Proceedings : S. Girimaji, W. Haase, S.-H. Peng, D. Schwaborn (Eds.) *Progress in Hybrid RANS-LES Modelling*, Springer, 2015.

N. Renard, S. Deck, P. Sagaut, Spectral assessment of the turbulent convection velocity in a spatially developing flat plate turbulent boundary layer at Reynolds numbers up to $Re_\theta = 13\,000$, *Progress in wall turbulence : understanding and modelling*, Lille, 2014. Proceedings : M. Stanislas, J. Jimenez, I. Marusic (Eds.) *Progress in Wall Turbulence 2 : Understanding and Modelling*, Springer,

2015.

N. Renard, S. Deck, Recent improvements in the formulation of mode III of ZDES for WMLES use at $Re_\theta > 10^4$, *53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting, AIAA Science and Technology Forum 2015*, Kissimmee, 2015. AIAA Paper AIAA 2015-1981.

N. Renard, S. Deck, Study of a few properties of the dynamics of a spatially developing turbulent boundary layer at high Reynolds number, *Séminaire invité*, Université Paris-Sud, Orsay, 2015.

Distinction

Prix des doctorants Onera 2015, branche Mécanique des Fluides et Énergétique.

Acronymes

CPU	<i>Central Processing Unit</i> (processeur)
DNS	<i>Direct Numerical Simulation</i> (simulation numérique directe)
DES	<i>Detached Eddy Simulation</i>
DSP	Densité Spectrale de Puissance
FIK	Fukagata-Iwamoto-Kasagi (Fukagata <i>et al.</i> [91])
LES	<i>Large Eddy Simulation</i> (simulation des grandes échelles)
LSM	<i>Large Scale Motion</i> (structure cohérente de grande taille)
PIV	<i>Particle Image Velocimetry</i> (vélocimétrie par image de particules)
RANS	<i>Reynolds-Averaged Navier-Stokes</i> (moyenne de Reynolds des équations de Navier-Stokes)
SEM	<i>Synthetic Eddy Method</i>
TQL	Tourbillon Quasi-Longitudinal
URANS	<i>Unsteady RANS</i> (RANS instationnaire)
VLSM	<i>Very Large Scale Motion</i> (structure cohérente de très grande taille)
WMLES	<i>Wall-Modelled Large Eddy Simulation</i> (LES avec modèle de paroi)
WRLES	<i>Wall-Resolved Large Eddy Simulation</i> (LES résolue à la paroi)
ZDES	<i>Zonal Detached Eddy Simulation</i>

Table des matières

I	Introduction	17
II	Phénoménologie de la couche limite turbulente incompressible de plaque plane à gradient de pression nul	25
1	Description classique de la couche limite	27
1.1	Définition du problème canonique de la couche limite de plaque plane à gradient de pression nul	29
1.2	Cadre de description de la couche limite turbulente incompressible	30
1.2.1	Équations de Navier-Stokes compressibles	30
1.2.2	Équations de Navier-Stokes incompressibles	32
1.2.3	Cadre de description statistique de la turbulence incompressible	33
1.2.4	Échelles de longueur des fluctuations turbulentes	36
1.2.5	Équations de couche limite	38
1.2.5.1	Équations du mouvement moyen	38
1.2.5.2	Paramètres globaux décrivant la couche limite	41
1.2.5.3	Profil de vitesse moyenne	44
1.2.5.4	Bilan des tensions de Reynolds	47
1.2.5.5	Bilan d'énergie cinétique	49
1.3	Structures cohérentes à nombre de Reynolds modéré	53
1.3.1	Structures peuplant la zone tampon	53
1.3.2	Structure élémentaire peuplant la zone externe à nombre de Reynolds modéré : le <i>hairpin</i>	55
1.3.3	Cycle autonome proche paroi	57
1.3.4	Cascade inverse d'énergie	60
2	Approche bibliographique des spécificités de la couche limite à grand nombre de Reynolds	65
2.1	Cadre d'interprétation communément utilisé pour l'étude de la couche limite à grand nombre de Reynolds	67
2.1.1	Plus petites échelles dynamiquement actives dans la couche limite à gradient de pression nul	67
2.1.2	Théorie des structures attachées de Townsend	68
2.1.3	Le paradigme du paquet de <i>hairpins</i>	69

2.1.4	Origine des paquets de <i>hairpins</i>	70
2.2	Bilan d'énergie cinétique turbulente à grand nombre de Reynolds	72
2.2.1	Production et flux spatial d'énergie cinétique turbulente à grand nombre de Reynolds	72
2.2.2	Décomposition du flux d'énergie cinétique turbulente selon les échelles de longueur	74
2.3	Propriétés de la couche limite spécifiques aux grands nombres de Reynolds	76
2.3.1	Évolution des tensions de Reynolds avec le nombre de Reynolds	77
2.3.2	Évolution du spectre longitudinal de vitesse longitudinale avec le nombre de Reynolds	78
2.3.3	Superstructures	80
2.4	Interactions entre la zone interne et la zone externe	83
2.4.1	Influence de la zone externe sur la zone interne	83
2.4.2	Origine possible des superstructures dans des structures cohérentes plus petites	86
2.4.3	Remise en cause de la définition classique des zones de la couche limite	87
2.5	Indices d'une relative autonomie de la zone externe	90
2.5.1	Hypothèse de Townsend et paroi rugueuse	90
2.5.2	Expériences numériques suggérant l'autonomie de la zone externe	91
2.5.3	Perturbations les plus amplifiées	94
3	Discussion de quelques stratégies de simulation numérique de la turbulence pariétale	101
3.1	Motivation des simulations avancées de la turbulence pariétale	102
3.2	Estimation du coût de simulation numérique de la turbulence pariétale	105
3.3	Choix d'une stratégie de simulation des grandes échelles avec modélisation de la paroi	111
3.3.1	Approche hybride RANS/LES	112
3.3.2	Traitement de l'interface RANS proche paroi /LES extérieure	116
3.3.3	Interface RANS/LES passive	117
3.3.4	Approche zonale : mode III de la méthode ZDES	118
III	Analyse du frottement turbulent moyen à grand nombre de Reynolds	127
4	Présentation et validation d'une base de données à grand nombre de Reynolds	131
4.1	Contexte de la base de données : simulations numériques publiées à grand nombre de Reynolds	132
4.2	Description de la simulation numérique à l'origine de la base de données	132
4.2.1	Description générale de la méthode de calcul	132
4.2.2	Description du cas simulé, du maillage et des paramètres du calcul	134
4.3	Validation de la base de données	135
4.3.1	Visualisation de l'écoulement	136
4.3.2	Paramètres globaux de la couche limite	137
4.3.3	Profils de vitesse	143
4.3.4	Analyse spectrale des fluctuations de vitesse longitudinale	146
5	Analyse du frottement moyen pariétal à l'aide de la relation Fukagata-Iwamoto-Kasagi (FIK)	153
5.1	Présentation de l'identité FIK	154
5.2	Évolution à grand nombre de Reynolds des termes de l'identité FIK dans la couche limite de plaque plane à gradient de pression nul	158
5.3	Lien entre le terme $C_{f,II}$ de l'identité FIK et le frottement turbulent	160
5.4	Une explication possible du comportement du rapport $C_{f,III}/C_f$ de l'identité FIK basée sur l'auto-similarité de la zone externe à grand nombre de Reynolds	162

5.5	Décomposition du frottement turbulent moyen pariétal selon les échelles de longueur des fluctuations contributives	164
5.5.1	Analyse spectrale de la tension croisée de Reynolds pondérée	165
5.5.2	Estimation de la contribution des grandes échelles au frottement moyen . . .	169
5.6	Au sujet de l'application de cette méthode d'analyse du frottement moyen à une simulation des grandes échelles avec modèle de paroi	172
6	Dérivation d'une nouvelle décomposition pour l'analyse physique de la génération du frottement moyen pariétal	175
IV	Vitesse de convection turbulente et analyse spectrale dans une couche limite en développement spatial	209
7	Développement d'une méthode d'évaluation spectrale de la vitesse de convection adaptée aux écoulements en développement spatial	211
V	Conclusions et perspectives	259
VI	Annexe	269
A	Modifications proposées pour perfectionner le fonctionnement WMLES du mode III de la méthode ZDES	271

Première partie

Introduction

« Il n'y a pas de problèmes ; il n'y a que des solutions. »

- André Gide -

Contexte et enjeux de l'étude

Les échelles caractéristiques de nombreux écoulements rencontrés en aérodynamique appliquée, dont certains exemples sont illustrés par la figure 1, sont associées à une valeur élevée du nombre de Reynolds, traduisant la prédominance des termes d'inertie en comparaison avec les termes visqueux. Toutefois, au contact des parois se forme une couche limite où les forts gradients de vitesse rencontrés rendent les effets de la viscosité non négligeables. Si certaines grandeurs globales comme l'effort de portance subi par un aéronef peuvent être approchées à l'aide d'une description non visqueuse de l'écoulement, d'autres caractéristiques essentielles ne peuvent pas être prédites sans une description des couches limites. C'est en particulier le cas de la traînée de frottement, qui peut représenter plus de la moitié de la résistance totale à l'avancement d'un avion civil en croisière ([183], [107]), mais aussi de phénomènes comme l'interaction onde de choc / couche limite en vol transsonique.

Aux grands nombres de Reynolds typiquement rencontrés dans les applications aéronautiques (fig. 1), la nature de l'écoulement évolue fortement avec le développement de la couche limite le long des parois. En particulier, les couches limites éventuellement laminaires près des bords d'attaque tendent à se déstabiliser en aval et à subir une transition laminaire-turbulent, si bien que les couches limites turbulentes pleinement développées sont omniprésentes dans les écoulements à grand nombre de Reynolds. L'excès de frottement induit par la turbulence réduit significativement l'efficacité des moyens de transport aériens, à tel point que la préservation d'un écoulement laminaire au sein des couches limites attachées ou la réduction du frottement des couches limites turbulentes pleinement développées font l'objet d'intenses recherches. Dans le second cas, la compréhension physique de la génération du frottement moyen pariétal, et plus généralement de la dynamique des couches limites turbulentes pleinement développées, apparaît comme cruciale. La croissance spatiale de la couche limite, typique des applications en aérodynamique externe mais absente d'écoulements canoniques comme les écoulements de canal ou de conduite circulaire, doit de plus être prise en compte dans ces analyses.

On trouve une description détaillée des couches limites turbulentes à nombre de Reynolds modéré dans la littérature ([275], [50]), d'une grande utilité pratique en ingénierie. Cependant, certains phénomènes physiques caractéristiques de la turbulence pariétale, en particulier dans la limite des grands nombres de Reynolds marquée par l'extrême diversité d'échelles turbulentes dynamiquement actives, semblent résister à toute modélisation physique et mathématique satisfaisante, comme souligné par Nagib *et al.* [220]. Les progrès des moyens expérimentaux et numériques ont révélé des spécificités de la couche limite à grand nombre de Reynolds qui ne sont pas observables à plus faible nombre de Reynolds, et suscité des débats scientifiques dont certains restent d'actualité ([292], [143], [145]). Par exemple, des structures cohérentes de très grande taille, associées à des longueurs d'onde longitudinales de l'ordre de 5 à 6 épaisseurs de couche limite dans le spectre de vitesse longitudinale et appelées superstructures, sont observées à grand nombre de Reynolds ([124]). Si l'existence et l'importance de ces fluctuations à grand nombre de Reynolds est aujourd'hui communément admise, l'origine de telles structures cohérentes et leur contribution à la dynamique globale de la couche limite sont toujours débattues. Pour mieux appréhender les spécificités de la couche limite turbulente à grand nombre de Reynolds, des analyses physiques sont nécessaires. Paradoxalement, malgré l'importance applicative du frottement moyen, relativement peu d'études scientifiques lui ont été consacrées, en comparaison avec les fluctuations du frottement par exemple. Compte tenu des valeurs élevées du nombre de Reynolds caractérisant les applications aéronautiques et de l'importance de la traînée de frottement pour ces applications, la contribution des superstructures au

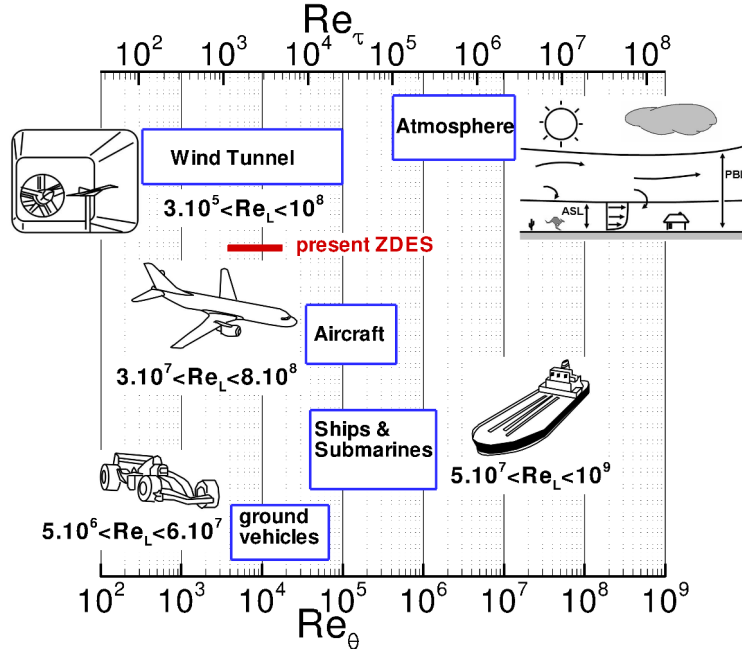


FIGURE 1 – Exemples d’applications présentant des couches limites attachées. Re_L , Re_θ : nombres de Reynolds basés sur la longueur longitudinale caractéristique L et sur l’épaisseur de quantité de mouvement θ , respectivement (éq. (1.1) et (1.41)). Re_τ : nombre de Reynolds de frottement (éq. (1.37)). Relation $Re_\tau = f(Re_\theta)$ utilisée : équation (4.1). ASL : couche de surface atmosphérique de stabilité neutre ; PBL : couche limite planétaire. Cette figure tirée de [66] sera discutée dans le chapitre 1.

frottement moyen est un exemple de questions posées dans la présente étude s’inscrivant dans un cadre de recherche appliquée.

Une meilleure compréhension physique des fluctuations turbulentes dans les couches limites attachées à grand nombre de Reynolds peut être favorisée par la réalisation de simulations numériques, mais également éclairer et guider le développement de méthodes de simulation numérique avancée de la turbulence pariétale. De telles méthodes trouvent leur utilité dans les limitations inhérentes à l’approche moyennée (RANS) de la simulation des écoulements turbulents. En particulier, la réalisation d’une simulation numérique résolvant au moins partiellement les fluctuations turbulentes dans une couche limite attachée, au lieu d’en décrire seulement l’effet moyen selon l’approche RANS, peut fournir le niveau de description requis par certaines applications (*e.g.* prévision de chargement instationnaire, aéroacoustique), pallier l’éventuel manque d’universalité des modèles RANS dans certains types d’écoulements (*e.g.* couche limite soumise à un fort gradient de pression adverse, mélange avec un sillage), et permettre la résolution d’écoulements dont la dynamique est fortement influencée par les fluctuations issues d’une couche limite attachée située en amont (*e.g.* certains décollements à bulbe court, certaines interactions onde de choc / couche limite). Toutefois, le coût d’une simulation numérique directe (DNS) résolvant toutes les fluctuations turbulentes est extrêmement élevé, conduisant Spalart [300] à estimer que la réalisation d’une DNS pour un avion complet ne pourra pas être envisagée avant 2080. Pour réduire le coût de simulation, une stratégie classique est la simulation des grandes échelles (LES), qui ne résout que les fluctuations énergétiques de grande échelle tout en modélisant les plus petites échelles supposées relativement universelles. Cependant, comparativement à la DNS, le bénéfice obtenu par l’emploi d’une stratégie LES résolvant la dynamique turbulente proche de la paroi (WRLES) est faible, faisant de l’approche WRLES une quasi-DNS ([300]). Pour lever ce verrou technologique, une des voies envisageables consiste à modéliser la dynamique turbulente proche de la paroi tout en résolvant les grandes échelles de la dynamique de la zone externe de la couche limite, selon l’approche LES avec modèle de paroi (WMLES). Les estimations de Piomelli et Balaras [243] montrent en effet que pour un nombre de

Reynolds $Re_L = \mathcal{O}(10^6)$, s'affranchir de la résolution des dix premiers pourcents de l'épaisseur de la couche limite permettrait d'économiser 99% des points du maillage.

L'approche WMLES s'inscrit très favorablement dans les stratégies de simulation numérique avancée, mais soulève de nombreuses questions. On peut en particulier s'interroger sur ce qu'il est possible d'attendre d'une simulation ne résolvant pas la dynamique turbulente propre à la zone interne de la couche limite. Un exemple de question cruciale porte sur la quantification de la fraction résolue (et non pas modélisée) de certaines grandeurs globales caractérisant la couche limite, comme le frottement moyen. Un autre exemple de questionnement concerne l'autonomie de la dynamique de la zone externe de la couche limite, conditionnant la possibilité de simuler fidèlement les grandes échelles dans la zone externe malgré l'absence de résolution des fluctuations propres à la zone interne.

Parmi les multiples approches WMLES envisageables, certaines s'inscrivent dans un cadre hybride RANS/LES, dans lequel la zone proche paroi est représentée par une simulation RANS faisant office de modèle de paroi pour la simulation LES de la zone externe. Les approches hybrides RANS/LES ne sont pas nécessairement optimales pour traiter spécifiquement certains cas tests de simulation WMLES, mais offrent une grande souplesse d'emploi dans des géométries complexes représentatives de problèmes industriels, en permettant de limiter l'usage de la LES aux seules régions d'intérêt de l'écoulement. Parmi ces méthodes, la ZDES (*Zonal Detached Eddy Simulation*, [61]) permet à l'utilisateur de définir les zones d'intérêt en affectant à chacune l'un des modes de la modélisation, et peut être utilisée dans un contexte aussi bien académique qu'industriel ([63]). Cette méthode offre la possibilité de réaliser des simulations WRLES ou WMLES grâce à son mode III. Une problématique liée au développement du mode III concerne aujourd'hui la prise en compte de certains résultats récents issus de la recherche sur la turbulence pariétale à grand nombre de Reynolds. Cette problématique peut également motiver de nouvelles analyses physiques dont les conclusions seront en mesure de guider les choix de modélisation.

La présente étude vise à répondre à certaines des questions posées en réalisant des analyses physiques de couches limites turbulentes à grand nombre de Reynolds motivées par des problématiques issues de l'aérodynamique appliquée ainsi que par l'amélioration des méthodes de simulation numérique avancée.

Démarche et structure de l'étude

Dans un premier temps, une analyse approfondie de la bibliographie, principalement axée sur la phénoménologie de la couche limite turbulente incompressible de plaque plane à gradient de pression nul, est proposée dans la **Partie II**. Cette partie est scindée en trois chapitres.

La description classique de la couche limite à nombre de Reynolds modéré, en termes de propriétés aujourd'hui bien établies et ne faisant plus l'objet de débats, est tout d'abord exposée dans le **chapitre 1**. L'accent est mis sur les transferts d'énergie au sein de l'écoulement car un point de vue énergétique sera adopté pour une partie des travaux présentés par la suite.

En contraste avec le premier chapitre, le **chapitre 2** vise à souligner les spécificités de la couche limite à de grandes valeurs du nombre de Reynolds typiquement rencontrées en aérodynamique appliquée, ainsi que l'existence de débats ouverts relatifs à certaines propriétés observées. Une première question porte sur la nature et l'origine des phénomènes prenant de l'importance à grand nombre de Reynolds, et sur la valeur du nombre de Reynolds au-delà de laquelle leur étude est possible. La valeur seuil $Re_\theta = 10^4$ sera en particulier proposée pour la présente étude. La présentation est également structurée par la question de l'interaction entre les dynamiques turbulentes propres à la zone interne et à la zone externe de la couche limite, mise en évidence par la séparation d'échelles à grand nombre de Reynolds, et qui revêt une grande importance pratique pour la viabilité des stratégies de simulation WMLES.

On se propose alors de questionner dans le **chapitre 3** l'apport de stratégies de simulation numérique comme la WMLES et d'en estimer le coût. Le positionnement et l'intérêt du mode III de la méthode ZDES parmi les stratégies WMLES sera ensuite discuté.

La démarche adoptée pour les présents travaux repose alors sur le choix d'un cas test académique, la couche limite de plaque plane à gradient de pression nul, qui est bien documenté par l'expérience et par la simulation numérique directe. Le développement spatial de cet écoulement le rend représentatif de problèmes traités en aérodynamique externe, à la différence d'un écoulement de canal plan par exemple. L'objet de l'étude étant la dynamique turbulente pariétale à grand nombre de Reynolds, la couche limite turbulente pleinement développée est retenue. Le choix d'un gradient de pression nul est motivé par le caractère généralement modéré des gradients de pression en aérodynamique appliquée, lié à la minimisation des décollements autour des corps profilés. Bien que la principale application visée soit aéronautique, on retient de plus le cas d'une couche limite incompressible. En effet, la nature de la dynamique turbulente pariétale n'est fondamentalement altérée que dans des couches limites caractérisées par un fort nombre de Mach extérieur, de l'ordre de $M_\infty = 5$ (hypothèse de Morkovin [217]), et le cas incompressible est particulièrement bien documenté.

Le problème ainsi défini est abordé par le biais de la simulation numérique, l'une des motivations de l'étude étant de contribuer à l'amélioration des méthodes de simulation numérique avancée. La simulation numérique présente de plus l'avantage de fournir une description exhaustive du champ turbulent résolu. Les limites métrologiques peuvent au contraire restreindre les données expérimentales disponibles à grand nombre de Reynolds, bien que l'expérience permette *a priori* d'atteindre de plus grands nombres de Reynolds que la simulation numérique. Dans un contexte de recherche appliquée, on choisit naturellement un code de calcul permettant d'envisager à la fois des études académiques et des études industrielles à l'aide de schémas de discrétisation alliant robustesse et précision. L'étude de la dynamique turbulente et de très grandes structures à nombre de Reynolds $Re_\theta > 10^4$ semble toutefois difficilement réalisable à l'aide de la DNS en raison du coût de cette dernière. C'est la raison pour laquelle les présents travaux font appel à une base de données WRLES.

Le second temps de l'étude (**Partie III**) est consacré à l'analyse du frottement moyen pariétal à grand nombre de Reynolds, et plus particulièrement à la contribution des fluctuations turbulentes en fonction de leur distance à la paroi et de leur échelle de longueur.

La première phase (**chapitre 4**) vise à présenter et valider la base de données WRLES à grand nombre de Reynolds utilisée pour une partie de l'étude, en mettant l'accent sur la prédiction des grandeurs globales de la couche limite, en premier lieu le frottement moyen, ainsi que sur la résolution de la dynamique turbulente de la zone externe impliquée dans l'analyse du frottement qui suit.

Le **chapitre 5** s'appuie alors sur la base de données pour analyser le frottement moyen pariétal. Le cadre retenu, fourni par la relation Fukagata-Iwamoto-Kasagi (FIK [91]), nécessite toutefois de s'interroger sur l'application de l'identité FIK au cas d'une couche limite en développement spatial ainsi que sur une décomposition spectrale permettant d'isoler la contribution de fluctuations turbulentes d'échelle de longueur donnée au frottement moyen, et en particulier la contribution des grandes échelles.

Après avoir mis en évidence certaines limitations de l'identité FIK précédemment utilisée, et en particulier la difficulté d'interprétation physique de sa dérivation mathématique non-intuitive, l'établissement et l'illustration d'une nouvelle identité permettant la décomposition de la génération du frottement moyen pariétal en termes de processus physiques simples sont proposés dans le **chapitre 6**.

Pour l'analyse du frottement présentée dans la partie III, la séparation des fluctuations turbulentes selon leur échelle de longueur nécessite la reconstruction de spectres spatiaux à partir de signaux temporels enregistrés en un point de la couche limite, en raison de la croissance spatiale de cette dernière. Cette reconstruction met en jeu l'évaluation de la vitesse de convection turbulente. Pour affiner la détermination des longueurs d'onde associées aux grandes échelles, la dépendance de la vitesse de convection turbulente à la longueur d'onde des fluctuations est prise en compte par une nouvelle méthode d'estimation proposée dans le troisième temps de l'étude (**Partie IV**). L'unique

chapitre associé (**chapitre 7**) vise en particulier à développer une méthode d'évaluation spectrale de la vitesse de convection qui soit adaptée aux écoulements en développement spatial. L'utilité de cette nouvelle méthode, soulignée par une étude bibliographique préalable, porte non seulement sur la reconstruction de spectres spatiaux, mais aussi sur l'étude de la dynamique turbulente pariétale à travers la vitesse de convection des fluctuations de vitesse longitudinale, illustrée par le chapitre 7.

Les analyses physiques constituant le cœur de la présente étude sont motivées en partie par le développement du mode III de la méthode ZDES dans son fonctionnement WMLES. Bien qu'elles n'occupent pas une place centrale dans les travaux présentés, les premières modifications de cette méthode de simulation numérique envisageables à la lumière de certaines conclusions de l'étude réalisée sont proposées dans l'**annexe A**.

Deuxième partie

Phénoménologie de la couche limite turbulente incompressible de plaque plane à gradient de pression nul

Description classique de la couche limite

« *Scientists discover the world that exists; engineers create the world that never was.* »
- Theodore von Kármán -

1.1	Définition du problème canonique de la couche limite de plaque plane à gradient de pression nul	29
1.2	Cadre de description de la couche limite turbulente incompressible . .	30
1.2.1	Équations de Navier-Stokes compressibles	30
1.2.2	Équations de Navier-Stokes incompressibles	32
1.2.3	Cadre de description statistique de la turbulence incompressible	33
1.2.4	Échelles de longueur des fluctuations turbulentes	36
1.2.5	Équations de couche limite	38
1.2.5.1	Équations du mouvement moyen	38
1.2.5.2	Paramètres globaux décrivant la couche limite	41
1.2.5.3	Profil de vitesse moyenne	44
1.2.5.4	Bilan des tensions de Reynolds	47
1.2.5.5	Bilan d'énergie cinétique	49
1.3	Structures cohérentes à nombre de Reynolds modéré	53
1.3.1	Structures peuplant la zone tampon	53
1.3.2	Structure élémentaire peuplant la zone externe à nombre de Reynolds modéré : le <i>hairpin</i>	55
1.3.3	Cycle autonome proche paroi	57
1.3.4	Cascade inverse d'énergie	60

De nombreux problèmes industriels ou environnementaux mettent en jeu l'écoulement d'un fluide au voisinage d'un obstacle solide à grand nombre de Reynolds Re_L :

$$Re_L = LU_\infty/\nu \gg 1 \quad (1.1)$$

où le fluide, de viscosité cinématique ν , aborde à une vitesse de l'ordre de U_∞ un obstacle de longueur caractéristique L (mesurée dans la direction de l'écoulement). Les valeurs de Re_L typiquement rencontrées dans quelques moyens de transport et dans la couche de surface atmosphérique sont présentées fig. 1.1. La grande valeur du nombre de Reynolds Re_L traduit la prédominance des termes d'inertie en comparaison avec les termes visqueux. Toutefois, la tendance du fluide à adhérer aux parois solides est source de vorticité, formant par diffusion une couche au contact de la paroi appelée couche limite à les forts gradients de vitesse rencontrés rendent les effets de la viscosité non négligeables. L'épaisseur δ de la couche limite est d'autant plus faible en comparaison avec L que le nombre de Reynolds est grand. Cela a motivé l'introduction du concept de couche limite par Ludwig Prandtl en 1904 (dont Anderson [6] discute les aspects historiques), qui permet une description approchée de l'écoulement autour d'un obstacle à grand nombre de Reynolds. L'écoulement à l'extérieur de la fine couche limite est décrit de manière simplifiée en négligeant les effets de la viscosité. Les efforts de pression moyens subis par la paroi peuvent être approchés par la connaissance de l'écoulement extérieur tant que la couche limite reste fine et attachée à la paroi. En revanche, le comportement de la couche limite détermine des grandeurs comme les efforts visqueux moyens subis par la paroi, à l'origine de la traînée de frottement en partie responsable de la résistance à l'avancement des moyens de transport. En raison de la très faible épaisseur de la couche limite, l'écoulement moyen dans cette zone présente des gradients beaucoup plus importants dans la direction normale à la paroi que dans les autres directions, ce qui permet de simplifier le problème visqueux et d'approcher les propriétés de la couche limite à l'aide d'équations de couche limite pour lesquelles l'écoulement extérieur et la paroi constituent des conditions aux limites. Cette approche des écoulements visqueux à grand nombre de Reynolds est traitée en détail dans des ouvrages de référence comme Schlichting [275], Cousteix [50]. Sa pleine justification mathématique est fournie par la théorie des développements asymptotiques raccordés, permettant en particulier de décrire rigoureusement l'interaction entre la couche limite et l'écoulement extérieur (Cousteix [50]). L'épaisseur finie de la couche limite est par exemple à l'origine d'une composante de traînée de pression absente en fluide parfait.

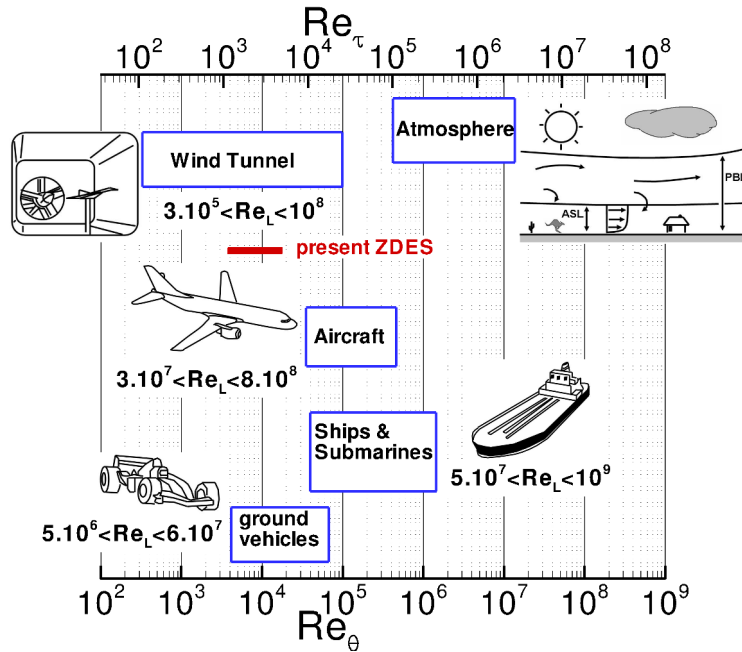


FIGURE 1.1 – Exemples d'applications présentant des couches limites attachées. Re_L , Re_θ : nombres de Reynolds basés sur la longueur longitudinale caractéristique L et sur l'épaisseur de quantité de mouvement θ , respectivement ( q. (1.1) et (1.41)). Re_τ : nombre de Reynolds de frottement ( q. (1.37)). Relation $Re_\tau = f(Re_\theta)$ utilisée :  quation (4.1). ASL : couche de surface atmosphérique de stabilité neutre ; PBL : couche limite planétaire. Tiré de [66].

Dans le cadre d'applications en aérodynamique externe telles celles de la fig. 1.1, l'épaisseur de la couche limite croît généralement le long de la paroi vers l'aval à mesure que la vorticité issue de la paroi diffuse vers l'extérieur. L'écoulement dans une couche limite en développement spatial diffère donc fondamentalement de l'écoulement pleinement développé dans une longue conduite, forcé par un gradient de pression et qui peut être considéré en moyenne comme invariant dans la direction axiale. En particulier, la partie amont d'une couche limite est souvent caractérisée par un écoulement laminaire, *i.e.* dénué de fluctuations d'une réalisation à l'autre, tandis que l'épaississement de la couche limite vers l'aval conduit à sa déstabilisation et à sa transition vers un état turbulent dans la plupart des applications à grand nombre de Reynolds. En raison du voisinage immédiat de la paroi, la dynamique turbulente dans la couche limite attachée est très différente de celle se développant en champ libre (*e.g.* turbulence homogène isotrope, turbulence homogène cisailée). La compréhension physique de la turbulence pariétale revêt une grande importance pratique, par exemple pour la prévision et le contrôle du frottement moyen turbulent, mais est à ce jour incomplète, en particulier parce que sa complexité croît avec le nombre de Reynolds. Certains de ces phénomènes physiques peuvent être étudiés de manière systématique en définissant un problème canonique représentatif ayant des conditions aux limites simples, comme introduit dans la section suivante.

1.1 Définition du problème canonique de la couche limite de plaque plane à gradient de pression nul

Afin d'isoler certains phénomènes physiques de la turbulence pariétale pour en permettre l'étude expérimentale, numérique et théorique, on définit classiquement un problème canonique. Celui-ci porte sur la couche limite formée par la rencontre d'un écoulement extérieur uniforme de vitesse U_∞ selon x (et donc à gradient de pression nul) avec une plaque plane parallèle à cet écoulement. Ce problème, illustré fig. 1.2, est représentatif des couches limites attachées rencontrées dans certaines configurations géométriquement plus complexes en aérodynamique externe. En effet, il inclut le développement spatial de la couche limite dans la direction de l'écoulement, une caractéristique essentielle qui est absente d'écoulements canoniques tels le canal ou la conduite de section circulaire. L'épaisseur de la couche limite δ , communément définie par la distance    la paroi $y = \delta = \delta_{99}$ où la vitesse moyenne longitudinale vaut $0.99 U_\infty$, augmente en effet avec l'abscisse x vers l'aval. D'autre part, dans la plupart des applications aéronautiques, les gradients de pression auxquels les couches limites sont soumises restent volontairement modérés de sorte à éviter les zones de décollement de la couche limite, si bien que le cas de la couche limite à gradient de pression nul fournit des informations pertinentes en regard d'applications plus complexes. De plus, il est possible de reproduire une telle couche limite lors d'un essai en soufflerie, ce qui a motivé la construction de moyens d'essais dédiés à son étude (on peut citer le *High Reynolds Number Boundary Layer Wind Tunnel* de l'Université de Melbourne et la Soufflerie de couche limite du Laboratoire de Mécanique de Lille, discutés par Klewicki [160]). On peut également observer certaines propriétés de cette couche limite canonique dans l'atmosphère terrestre lorsque le sol est suffisamment lisse (*e.g.* désert du Grand Lac Salé) et que les conditions météorologiques sont favorables¹.

Malgré la formulation simple du problème canonique de la couche limite de plaque plane à gradient de pression nul, l'écoulement résultant présente une grande complexité phénoménologique,

1. Comme schématisé sur la fig. 1.1, la couche limite planétaire, dont l'épaisseur est de l'ordre du kilomètre, comporte en effet une région intérieure en contact avec le sol, appelée couche de surface atmosphérique, d'une épaisseur allant de la dizaine à la centaine de mètres, où la force de Coriolis joue un rôle négligeable en comparaison avec les autres efforts, en particulier liés aux contraintes de cisaillement visqueuse et turbulente (une discussion détaillée est proposée par Favre *et al.* [85] et par Tennekes et Lumley [310]). Lorsque le vent est régulier, que le rayonnement n'interfère pas avec les autres mécanismes et que l'atmosphère a une stabilité neutre (relativement aux effets de flottabilité en partie déterminés par la stratification thermique en négligeant l'influence de l'humidité, si bien que les variations de densité n'ont pas d'effet appréciable), la couche de surface atmosphérique présente des propriétés communes avec la zone la plus proche de la paroi de la couche limite de plaque plane définie fig. 1.2, dont elle constitue ainsi une réalisation "expérimentale"    très grand nombre de Reynolds (on trouve une discussion détaillée dans Metzger *et al.* [211]).

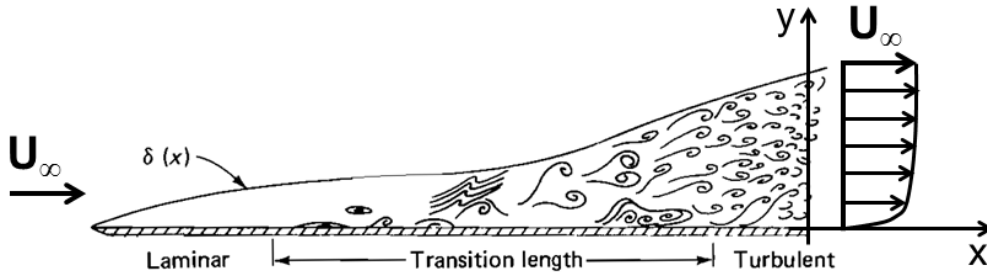


FIGURE 1.2 – Schéma de définition de la couche limite de plaque plane à gradient de pression nul. Adapté de White [332].

comme suggéré par la fig. 1.2. En particulier, la couche limite issue du bord d'attaque tranchant de la plaque plane est initialement laminaire, puis le développement d'instabilités conduit à sa transition vers un état turbulent pour un nombre de Reynolds $Re_x = xU_\infty/\nu$ typiquement compris entre $Re_x = 5 \cdot 10^5$ et $5 \cdot 10^6$ dans le cas d'une transition naturelle ([275]), où l'abscisse x est mesurée à partir du bord d'attaque de la plaque plane. La transition laminaire-turbulent est un phénomène complexe, sensible par exemple au bruit et ne suivant pas toujours le scénario naturel en raison de mécanismes comme la transition *bypass* pouvant en particulier être induite par un taux de turbulence extérieur élevé ou par un élément de rugosité isolé (Cousteix [50], Aupoix *et al.* [9]). Suffisamment loin en aval de la transition, le développement de la couche limite turbulente fait disparaître l'influence de la transition laminaire - turbulent ([193]), que cette dernière soit naturelle ou forcée. La couche limite turbulente de plaque plane à gradient de pression nul atteint alors un état universel, indépendant de la nature de la transition, avec une dynamique turbulente de plus en plus complexe à mesure que la couche limite se développe vers l'aval. La présente étude porte sur cette couche limite turbulente canonique pleinement développée. Un cadre de description adapté aux applications en aérodynamique externe est retenu dans la section suivante.

1.2 Cadre de description de la couche limite turbulente incompressible

1.2.1 Équations de Navier-Stokes compressibles

La majorité des applications en aérodynamique externe concerne des obstacles de très grande taille L en comparaison avec le libre parcours moyen ℓ des molécules d'air dans les basses couches de l'atmosphère. Le très faible nombre de Knudsen $Kn = \ell/L \ll 1$ suggère que le fluide se comporte comme un milieu continu. On peut par ailleurs vérifier que les plus petites échelles de longueur dynamiquement actives dans la turbulence pariétale sont elles-aussi très grandes devant le libre parcours moyen ℓ dans les écoulements à nombre de Mach modéré (Cousteix [50]). L'air peut donc être décrit comme un milieu continu et on peut supposer que la vitesse vérifie au niveau des parois solides une condition d'adhérence (vitesse nulle à la paroi, on ne s'intéresse pas ici à l'éventuelle singularité présentée par la couche limite laminaire au niveau du bord d'attaque de la plaque plane fig. 1.2). De plus, on suppose que les vitesses mises en jeu sont modérées, si bien que l'air peut être considéré comme un gaz thermiquement et caloriquement parfait. On suppose également qu'il se comporte comme un fluide newtonien vérifiant la relation de Stokes ainsi que la loi de Fourier pour le flux de chaleur. Enfin, l'effet du poids du fluide sur son écoulement et sur les efforts résultants est négligé compte tenu des applications évoquées fig. 1.1 (dans certains cas particuliers il faudrait toutefois remettre en cause la pertinence de cette hypothèse, par exemple le développement des couches limites autour d'un ballon dirigeable, ou encore la couche de surface atmosphérique lorsque la stabilité de l'atmosphère n'est pas neutre). L'ensemble de ces hypothèses permet de décrire la dynamique de l'écoulement dans un référentiel galiléen à l'aide des bilans de masse, quantité de mouvement et énergie fournis par les équations de Navier-Stokes et de négliger toute force extérieure

volumique :

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \partial_{x_i} (\rho u_i) &= 0 \\ \partial_t (\rho u_i) + \partial_{x_j} (\rho u_i u_j) &= -\partial_{x_i} p + \partial_{x_j} \tau_{ij} \\ \partial_t (\rho E) + \partial_{x_j} (\rho E u_j) &= -\partial_{x_i} (p u_i) + \partial_{x_i} (\tau_{ij} u_j) - \partial_{x_i} q_i \end{cases} \quad (1.2)$$

où ∂_\bullet représente la dérivée partielle² par rapport aux coordonnées de temps t et d'espace x_i , la vitesse a pour composantes u_i ($i = 1, 2, 3$), ρ est la masse volumique, p la pression et $E = e + 1/2 u_i u_i$ l'énergie totale, somme de l'énergie interne e et de l'énergie cinétique par unité de masse. La sommation implicite sur les indices répétés est utilisée, et le tenseur des contraintes visqueuses τ_{ij} et le vecteur flux de chaleur q_i sont les suivants :

$$\tau_{ij} = 2\mu (d_{ij} - 1/3 \partial_{x_k} u_k \delta_{ij}) \quad \text{et} \quad q_i = -\lambda \partial_{x_i} T, \quad (1.3)$$

où $d_{ij} = 1/2 (\partial_{x_j} u_i + \partial_{x_i} u_j)$, δ_{ij} représente le symbole de Kronecker, et les équations d'état thermodynamique s'écrivent :

$$p = \rho r T (= \rho(\gamma - 1)e) \quad \text{et} \quad e = \frac{r}{\gamma - 1} T \quad (1.4)$$

où $r = 287 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et $\gamma = 1.4$ pour l'air. La viscosité moléculaire μ est fournie par la loi de Sutherland $\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{1.5} \frac{T_0 + S}{T + S}$, avec $T_0 = 273.16 \text{ K}$, $S = 110.4 \text{ K}$ et $\mu_0 = 1.711 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$, et le coefficient de conductivité thermique λ est obtenu à partir de la valeur du nombre de Prandtl $Pr = \frac{\mu}{\lambda} \frac{\gamma r}{\gamma - 1} = 0.72$ pour l'air. Au niveau d'une paroi solide immobile dans le référentiel d'étude, la condition d'adhérence implique que la vitesse s'annule ($u_i = 0$). Les conditions aux limites du système d'équations (1.2) sont complétées en décrivant les propriétés thermiques de la paroi. Dans le cas simple d'une paroi adiabatique, le flux de chaleur reçu par le fluide de la part de la paroi est nul ($q_i n_i = 0$ à la paroi de normale n_i , en négligeant le rayonnement), ce qui constitue le cas le plus fréquemment étudié de couche limite de plaque plane (par opposition avec la couche limite se développant le long d'une paroi chauffée ou refroidie).

La turbulence étant couramment associée à la notion de pertes, il est intéressant de dériver des équations de Navier-Stokes l'équation d'évolution de l'entropie par unité de masse $s = s_0 + \frac{r}{\gamma - 1} \ln \left(\frac{p/p_0}{(\rho/\rho_0)^\gamma} \right)$ (où s_0 , p_0 , ρ_0 sont des constantes arbitraires) :

$$\partial_t (\rho s) + \partial_{x_i} (\rho s u_i) = \underbrace{-\partial_{x_i} \left(\frac{q_i}{T} \right)}_{\text{terme d'échange}} + \underbrace{\frac{\tau_{ij} \cdot d_{ij}}{T} - \frac{q_i \partial_{x_i} T}{T^2}}_{\text{création irréversible}} \quad (1.5)$$

où le terme de création irréversible d'entropie $\tau_{ij} \cdot d_{ij} / T \geq 0$ lié au tenseur des contraintes visqueuses correspond à une dégradation d'énergie cinétique en chaleur, comme le montre la séparation du bilan d'énergie totale E en un bilan d'énergie cinétique $1/2 u_i u_i$ et un bilan d'énergie interne e (où la symétrie de τ_{ij} est utilisée) :

$$\begin{cases} \partial_t (\rho \cdot 1/2 u_i u_i) + \partial_{x_j} (\rho \cdot 1/2 u_i u_i \cdot u_j) &= -\partial_{x_i} (p u_i) + p \partial_{x_i} u_i + \underbrace{\partial_{x_i} (\tau_{ij} u_j)}_{\text{diffusion visqueuse}} - \underbrace{\tau_{ij} \cdot d_{ij}}_{\text{dissipation visqueuse (terme puits)}} \\ \partial_t (\rho e) + \partial_{x_j} (\rho e u_j) &= -p \partial_{x_i} u_i + \underbrace{\tau_{ij} \cdot d_{ij}}_{\text{terme source}} - \partial_{x_i} q_i \end{cases} \quad (1.6)$$

Le problème de la couche limite turbulente pleinement développée liée à un écoulement extérieur uniforme le long d'une plaque plane adiabatique défini fig. 1.2 et modélisé à l'aide des équations de Navier-Stokes peut être adimensionné de sorte à ne dépendre que des nombres de Reynolds ($Re_x = x U_\infty / \nu_\infty$ avec $\nu_\infty = \mu_\infty / \rho_\infty$) et de Mach ($M_\infty = U_\infty / a_\infty$ avec la vitesse du son $a_\infty = \sqrt{\gamma r T_\infty}$).

2. On choisit la règle de priorité suivante dans ce qui suit : $\partial_\bullet f g = (\partial_\bullet f) g$, i.e. le symbole ∂_\bullet s'applique seulement au champ qui le suit immédiatement.

Un cas particulier est celui d'un nombre de Mach tendant vers zéro. La couche limite associée à un écoulement basse vitesse est présente dans de nombreuses applications en aérodynamique externe. De plus, les souffleries de couche limite à grand nombre de Reynolds fonctionnent en général à faible M_∞ , et les bases de données issues de simulations numériques directes (DNS) de la couche limite sont généralement obtenues par un code de calcul incompressible ($M_\infty = 0$). A nombre de Mach fini, l'effet de la compressibilité se fait sentir en premier lieu sur les grandeurs moyennes. La nature de la dynamique turbulente est modifiée dans une moindre mesure par la compressibilité, car les vitesses des fluctuations turbulentes sont en général plus faibles que U_∞ . A nombre de Mach modéré, Favre *et al.* [85] soulignent que les mécanismes de base du mode rotationnel de la turbulence sont peu affectés par la compressibilité, en référence aux modes de Kovasznyai (rotationnel, entropique, acoustique) permettant de décomposer des fluctuations de petite amplitude autour d'un écoulement moyen uniforme et stationnaire en négligeant la viscosité. La dynamique turbulente au sein d'une couche limite compressible peut être remise à l'échelle d'une dynamique turbulente de couche limite incompressible en tenant compte des variations de la masse volumique moyenne jusqu'à des nombres de Mach relativement élevés, par exemple $M_\infty = 2$ dans Pirozzoli et Bernardini [245]. Le comportement de la turbulence dans la couche limite prend une nature fondamentalement différente de celle de la turbulence incompressible seulement aux alentours de $M_\infty = 5$ (hypothèse de Morkovin [217]). On choisit donc d'étudier ici le cas de la couche limite incompressible, correspondant à la limite $M_\infty \rightarrow 0$.

1.2.2 Équations de Navier-Stokes incompressibles

Le cadre de modélisation de l'écoulement de couche limite incompressible est obtenu classiquement en imposant une masse volumique ρ uniforme et constante dans les équations de Navier-Stokes, ce qui permet de résoudre le bilan de quantité de mouvement de façon découplée du bilan d'énergie et de l'état thermodynamique du gaz. L'effet des variations de masse volumique sur le champ de vitesse est en effet négligé dans la limite $M_\infty \rightarrow 0$, tandis que la pression joue un rôle purement mécanique. On peut considérer que la vitesse de propagation des ondes acoustiques est infinie, si bien que les fluctuations de pression se propagent de façon instantanée. L'hypothèse d'incompressibilité conduit donc à une modélisation qui inclut les fluctuations de pression de nature hydrodynamique mais qui dénature les fluctuations de nature acoustique qui peuvent être observées à nombre de Mach petit mais fini. Une telle hypothèse permet de simplifier l'étude du champ de vitesse associé à la turbulence pariétale. Cependant, la condition $M_\infty \ll 1$ n'est pas suffisante pour assurer que le champ résolu à l'aide de l'hypothèse d'incompressibilité est une bonne approximation du champ à nombre de Mach fini. Par exemple, la description incompressible ne permet pas de reproduire avec une précision satisfaisante le comportement en champ lointain de la pression et de la vitesse à grande distance de la paroi à l'extérieur de la couche limite, à nombre de Mach petit mais fini, car la description d'ondes acoustiques de vitesse de propagation finie est alors nécessaire, excluant ainsi certaines applications aéroacoustiques. En effet, à grande distance de la paroi, l'échelle de longueur caractérisant le champ lointain (*i.e.* la distance à la paroi y) n'est pas négligeable devant la distance parcourue par les ondes acoustiques pendant une durée égale au temps caractéristique associé aux fluctuations turbulentes dans la couche limite. Le champ obtenu avec l'hypothèse de propagation des ondes acoustiques à vitesse infinie présente donc une erreur significative à partir d'une distance y qui est d'autant plus faible que M_∞ est grand. En effet, Landau et Lifshitz [169] soulignent que pour que la description incompressible puisse approcher avec une bonne précision un écoulement instationnaire, il est non seulement nécessaire de vérifier la condition $M_\infty \ll 1$, mais aussi de vérifier que les ondes acoustiques se propagent sur une distance égale à l'échelle de longueur caractéristique des variations significatives de vitesse en un temps très court en comparaison avec le temps caractéristique des variations significatives de vitesse. Un autre exemple où cette dernière condition n'est pas nécessairement vérifiée est celui d'une couche limite turbulente vérifiant $M_\infty \ll 1$ et subissant un contrôle actif de l'écoulement dont le temps caractéristique n'est pas très grand devant le temps nécessaire aux ondes acoustiques pour parcourir une distance égale à l'épaisseur de couche limite δ .

La modélisation incompressible ne permettrait alors pas de décrire avec une précision satisfaisante le champ de vitesse au sein de la couche limite.

Les limitations évoquées dans le paragraphe précédent ne sont pas rencontrées pour la présente étude de la couche limite turbulente à faible M_∞ , qui ne comporte ni aspect acoustique ni considération d'un forçage extérieur de l'écoulement à fréquence élevée. Le champ de vitesse peut donc être déterminé à partir des équations de Navier-Stokes incompressibles :

$$\begin{cases} \partial_{x_i}(u_i) &= 0 \\ \partial_t(u_i) + \partial_{x_j}(u_i u_j) &= -\partial_{x_i}(p/\rho) + \partial_{x_j}(\tau_{ij}/\rho) \end{cases} \quad (1.7)$$

$$\tau_{ij}/\rho = 2\nu d_{ij} \quad \text{avec} \quad d_{ij} = 1/2 (\partial_{x_j} u_i + \partial_{x_i} u_j) \quad (1.8)$$

où ν est vu comme une propriété uniforme du fluide, et la pression divisée par la masse volumique peut être vue mathématiquement comme le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte de champ de vitesse solénoïdal découlant de l'hypothèse d'incompressibilité. En particulier, la pression est donc non locale, *i.e.* la pression en un point est instantanément influencée par la vitesse en d'autres points de l'écoulement³. Au niveau d'une paroi solide immobile dans le référentiel d'étude, la condition d'adhérence est la seule condition aux limites pour le système (1.7) ($u_i = 0$ à la paroi).

Bien que l'hypothèse d'incompressibilité rende problématique la définition d'une entropie, la notion de pertes associées aux efforts visqueux mise en valeur par les équations compressibles (1.5-1.6) est retrouvée sous la forme d'un terme de dissipation visqueuse $\tau_{ij}/\rho \cdot d_{ij} \geq 0$ dans le bilan d'énergie cinétique $1/2 u_i u_i$ obtenu à partir du système incompressible (1.7) :

$$\partial_t(1/2 u_i u_i) + \partial_{x_j}(1/2 u_i u_i \cdot u_j) = -\partial_{x_i}(p/\rho \cdot u_i) + \underbrace{\partial_{x_i}(\tau_{ij}/\rho \cdot u_j)}_{\text{diffusion visqueuse}} - \underbrace{\tau_{ij}/\rho \cdot d_{ij}}_{\text{dissipation visqueuse}} \quad (1.9)$$

Les équations de Navier-Stokes incompressibles (1.7) décrivent le champ de vitesse instantanée u_i , qui dans un écoulement turbulent présente des fluctuations autour de valeurs moyennes. Le cadre usuel de description statistique de ces fluctuations est rappelé dans la section suivante.

1.2.3 Cadre de description statistique de la turbulence incompressible

La description des valeurs moyennes associées aux grandeurs fluctuantes de l'écoulement turbulent incompressible nécessite la définition d'un opérateur de moyenne qui soit compatible avec les équations du mouvement (1.7). L'opérateur classiquement retenu est la moyenne de Reynolds, notée $\langle \bullet \rangle$, qui est définie par les quatre axiomes suivants :

1. $\langle \lambda \rangle = \lambda$ pour toute constante λ ,
2. $\langle f + g \rangle = \langle f \rangle + \langle g \rangle$ pour toutes fonctions f et g ,
3. $\partial_t \langle f \rangle = \langle \partial_t f \rangle$ et $\partial_{x_i} \langle f \rangle = \langle \partial_{x_i} f \rangle$ avec $i = 1, 2$ ou 3 , pour toute fonction f ,
4. $\langle \langle f \rangle g \rangle = \langle f \rangle \langle g \rangle$ pour toutes fonctions f et g .

Toute fonction f peut alors être décomposée en sa valeur moyenne $\langle f \rangle$ et sa fluctuation $f' = f - \langle f \rangle$. La moyenne de Reynolds définie par les quatre axiomes ci-dessus possède les propriétés suivantes :

- $\langle \langle f \rangle \rangle = \langle f \rangle$ pour toute fonction f ,
- $\langle f' \rangle = 0$ pour toute fonction f ,
- $\langle fg \rangle = \langle f \rangle \langle g \rangle + \langle f' g' \rangle$ pour toutes fonctions f et g .

La réalisation pratique de la moyenne de Reynolds dépend du problème étudié. Si ce dernier est statistiquement homogène selon une direction spatiale ou statistiquement stationnaire dans le temps, l'opérateur de moyenne dans cette direction spatiotemporelle vérifie les axiomes de Reynolds et peut donc être utilisé pour évaluer la moyenne de Reynolds. En l'absence d'homogénéité statistique spatiale et de stationnarité statistique temporelle, la moyenne de Reynolds $\langle f \rangle$ d'une fonction f peut être évaluée à l'aide de la moyenne d'ensemble, $\lim_{N \rightarrow \infty} (1/N \sum_{n=1}^N f_n)$, où f_n est la n -ième réalisation indépendante de la fonction f , ce qui nécessite de pouvoir accéder à des réalisations

3. La pression est solution d'une équation de Poisson (1.67).

indépendantes de l'écoulement. Dans le cas de la couche limite canonique définie fig. 1.2, la moyenne de Reynolds peut être évaluée à l'aide des moyennes en temps t (hypothèse d'ergodicité) et dans la direction spatiale transverse z (envergure).

Les axiomes de Reynolds, en particulier la commutation avec les dérivées partielles, permettent d'obtenir la forme moyennée des équations de Navier-Stokes incompressibles :

$$\begin{cases} \partial_{x_i} (\langle u_i \rangle) = 0 \\ \partial_t (\langle u_i \rangle) + \partial_{x_j} (\langle u_i \rangle \langle u_j \rangle) = -\partial_{x_i} (\langle p \rangle / \rho) + \partial_{x_j} (\langle \tau_{ij} \rangle / \rho) - \partial_{x_j} (\langle u'_i u'_j \rangle) \end{cases} \quad (1.10)$$

$$\langle \tau_{ij} \rangle / \rho = 2\nu \langle d_{ij} \rangle \quad \text{avec} \quad \langle d_{ij} \rangle = 1/2 (\partial_{x_j} \langle u_i \rangle + \partial_{x_i} \langle u_j \rangle) \quad (1.11)$$

Au niveau d'une paroi solide immobile dans le référentiel d'étude, la condition d'adhérence s'écrit $\langle u_i \rangle = 0$ pour l'écoulement moyen et $u'_i = 0$ pour les fluctuations de vitesse. Les équations moyennées de Navier-Stokes incompressibles diffèrent des équations instantanées par la présence du tenseur de Reynolds $R_{ij} = \langle u'_i u'_j \rangle$, qui décrit l'effet des fluctuations turbulentes sur l'écoulement moyen. La fermeture des équations du mouvement moyen n'est donc pas possible sans décrire les fluctuations turbulentes.

A l'aide des systèmes d'équations (1.7) et (1.10), on obtient l'équation d'évolution du tenseur de Reynolds $R_{ij} = \langle u'_i u'_j \rangle$ ([50]) :

$$\begin{aligned} \underbrace{\partial_t (R_{ij}) + \partial_{x_k} (R_{ij} \langle u_k \rangle)}_I &= \underbrace{-(R_{jk} \partial_{x_k} \langle u_i \rangle + R_{ik} \partial_{x_k} \langle u_j \rangle)}_{II} - \underbrace{\partial_{x_k} \langle u'_i u'_j u'_k \rangle}_{III} \\ &\quad - \underbrace{(\partial_{x_i} \langle p' / \rho \cdot u'_j \rangle + \partial_{x_j} \langle p' / \rho \cdot u'_i \rangle)}_{IV} + \underbrace{2 \langle p' / \rho \cdot d'_{ij} \rangle}_V \\ &\quad + \underbrace{2\nu \partial_{x_k} (\langle u'_j d'_{ik} \rangle + \langle u'_i d'_{jk} \rangle)}_{VI} - \underbrace{2\nu (\langle d'_{ik} \partial_{x_k} u'_j \rangle + \langle d'_{jk} \partial_{x_k} u'_i \rangle)}_{VI} \end{aligned} \quad (1.12)$$

avec $d'_{ij} = 1/2 (\partial_{x_j} u'_i + \partial_{x_i} u'_j)$. Le terme (I) représente l'advection par le champ moyen et coïncide avec la dérivée particulaire $\overline{D}/\overline{D}t$ associée à la vitesse moyenne :

$$\partial_t (R_{ij}) + \partial_{x_k} (R_{ij} \langle u_k \rangle) = \partial_t R_{ij} + \langle u_k \rangle \partial_{x_k} R_{ij} = \overline{D} R_{ij} / \overline{D}t \quad (1.13)$$

Le terme (II) décrit la production (ou destruction) de tension de Reynolds par interaction avec le champ moyen. La diffusion turbulente est représentée par le terme (III). Le terme (IV) décrit la diffusion liée aux fluctuations de pression. Le terme (V) de corrélation pression-déformation joue un rôle de redistribution entre les différentes composantes du tenseur de Reynolds. Enfin, le terme (VI) représente l'effet de la diffusion et de la destruction visqueuses. Le terme (III) met en jeu un moment statistique d'ordre 3, ce qui montre que la fermeture de l'équation d'évolution du tenseur de Reynolds (moments statistiques d'ordre 2 de la vitesse) nécessite la description de moments statistiques d'ordre supérieur, et donc que l'équation (1.12) ne suffit pas à fermer le système (1.10).

En contractant l'équation (1.12) ($i = j$), on obtient le bilan de l'énergie cinétique turbulente par unité de masse $k = 1/2 \langle u'_i u'_i \rangle$:

$$\underbrace{\partial_t k + \partial_{x_i} (k \langle u_i \rangle)}_I = \underbrace{-R_{ij} \partial_{x_j} \langle u_i \rangle}_{II} - \underbrace{\partial_{x_j} \langle 1/2 u'_i u'_i u'_j \rangle}_{III} - \underbrace{\partial_{x_i} \langle p' / \rho \cdot u'_i \rangle}_{IV} + \underbrace{2\nu \partial_{x_j} \langle u'_i d'_{ij} \rangle}_{VI} - \epsilon \quad (1.14)$$

Le bilan d'énergie cinétique turbulente k met en jeu l'advection par l'écoulement moyen (I), le terme de production (ou destruction) lié à l'interaction avec l'écoulement moyen (II), la diffusion turbulente (III), la diffusion liée aux fluctuations de pression (IV), et les phénomènes visqueux (VI) sous forme de diffusion et de dissipation turbulente ϵ , cette dernière étant définie par :

$$\epsilon = 2\nu \langle d'_{ij} \partial_{x_j} u'_i \rangle = 2\nu \langle d'_{ij} d'_{ij} \rangle \geq 0 \quad (1.15)$$

Le terme (V) du bilan des tensions de Reynolds (1.12) disparaît du bilan d'énergie cinétique turbulente (1.14), ce qui montre qu'il n'a qu'un rôle de redistribution de l'énergie entre les composantes de la vitesse fluctuante. Le bilan d'énergie cinétique turbulente peut être écrit sous une forme alternative faisant appel à la pseudo-dissipation ϵ' ([50]) :

$$\epsilon' = \nu \langle \partial_{x_j} u'_i \partial_{x_j} u'_i \rangle \geq 0 \quad (1.16)$$

$$\underbrace{\partial_t k + \partial_{x_i} (k \langle u_i \rangle)}_I = \underbrace{-R_{ij} \partial_{x_j} \langle u_i \rangle}_{II} - \underbrace{\partial_{x_j} \langle 1/2 u'_i u'_i u'_j \rangle}_{III} - \underbrace{\partial_{x_i} \langle p' / \rho \cdot u'_i \rangle}_{IV} + \underbrace{\nu \partial_{x_i} \partial_{x_i} k - \epsilon'}_{VI} \quad (1.17)$$

où $\nu \partial_{x_i} \partial_{x_i} k$ décrit la diffusion visqueuse de k tandis que ϵ' en décrit la pseudo-dissipation. Comme discuté par Cousteix [50], ϵ et ϵ' coïncident dans le cas d'un écoulement statistiquement homogène, et sont proches l'une de l'autre si la dynamique turbulente est caractérisée par un grand nombre de Reynolds.

Dans le cadre fourni par la moyenne de Reynolds, la valeur moyenne de l'énergie cinétique du fluide peut être décomposée en l'énergie cinétique du champ moyen $K = 1/2 \langle u_i \rangle \langle u_i \rangle$ et l'énergie cinétique turbulente :

$$1/2 \langle u_i u_i \rangle = 1/2 \langle u_i \rangle \langle u_i \rangle + 1/2 \langle u'_i u'_i \rangle = K + k \quad (1.18)$$

L'équation de bilan de K est obtenue à partir des équations moyennées de Navier-Stokes (1.10) :

$$\underbrace{\partial_t K + \partial_{x_i} (K \langle u_i \rangle)}_I = \underbrace{-\partial_{x_i} (\langle p \rangle / \rho \cdot \langle u_i \rangle)}_{II} + \underbrace{\partial_{x_i} (\langle \tau_{ij} \rangle / \rho \cdot \langle u_j \rangle)}_{III} - \underbrace{\langle \tau_{ij} \rangle / \rho \cdot \langle d_{ij} \rangle}_{IV} - \underbrace{\partial_{x_i} (R_{ij} \langle u_j \rangle)}_V + \underbrace{R_{ij} \partial_{x_j} \langle u_i \rangle}_{VI} \quad (1.19)$$

Le terme (I) représente l'advection de K et le terme (II) sa diffusion sous l'action des efforts moyens de pression. Les termes (III) et (IV), liés aux efforts visqueux causés par le champ moyen, correspondent à la diffusion visqueuse de K (III) et à sa dissipation directe sous forme de chaleur (IV). Le terme (V) est lié à la diffusion turbulente de K , dont une partie est dissipée sous forme d'énergie cinétique turbulente (terme VI). En effet, le terme (VI) est l'opposé du terme (II) du bilan de k (1.14), et ce dernier ($-R_{ij} \partial_{x_j} \langle u_i \rangle$) représente donc le taux d'énergie cinétique par unité de masse transférée de l'écoulement moyen vers les fluctuations turbulentes.

Il est intéressant de décomposer également la valeur moyenne du terme lié à la dégradation d'énergie cinétique en chaleur, terme de dissipation visqueuse identifié dans le bilan d'énergie cinétique instantanée (1.9) :

$$\langle \tau_{ij} / \rho \cdot d_{ij} \rangle = \langle \tau_{ij} \rangle / \rho \cdot \langle d_{ij} \rangle + \langle \tau'_{ij} / \rho \cdot d'_{ij} \rangle = \langle \tau_{ij} \rangle / \rho \cdot \langle d_{ij} \rangle + \epsilon \quad (1.20)$$

Cette décomposition montre que la dégradation d'énergie cinétique en chaleur, associée à une création irréversible d'entropie, est liée d'une part à la dissipation directe (terme (IV) du bilan de K (1.19)) et d'autre part à la dissipation turbulente ϵ mise en évidence dans le bilan de k (1.14) (et non pas à la pseudo-dissipation ϵ'). Bien que le terme (VI) du bilan de K (1.19) ressemble à un terme de dissipation lié au terme (V) de diffusion turbulente de K , il n'est donc pas associé à une création irréversible d'entropie. En particulier, $-R_{ij} \partial_{x_j} \langle u_i \rangle$ peut être négatif dans des zones particulières de certains écoulements⁴ (il y a alors transfert d'énergie cinétique des fluctuations turbulentes vers le mouvement moyen). Le terme $-R_{ij} \partial_{x_j} \langle u_i \rangle$ est toutefois le plus souvent positif et décrit la transformation d'énergie cinétique du mouvement moyen en une forme d'énergie cinétique moins noble, liée

4. Un exemple d'écoulement incompressible comportant une région où la production est négative est fourni par des écoulements de canal asymétriques ([112]). Une telle situation est parfois modélisée par une viscosité turbulente négative dans le cadre de l'hypothèse de Boussinesq (§3.1). Par ailleurs, un transfert d'énergie cinétique du mouvement fluctuant vers le mouvement moyen peut être typiquement rencontré dans un écoulement compressible en présence d'une détente rapide ([99], [79], [290]).

aux fluctuations turbulentes. Dans ce processus, l'énergie reste sous forme mécanique et n'est pas dégradée en chaleur. La description de cette "dissipation" de l'énergie cinétique du mouvement moyen ne peut donc pas être obtenue par un bilan d'entropie. On rappelle en particulier dans la section suivante que le terme de production d'énergie cinétique turbulente au détriment du mouvement moyen $-R_{ij}\partial_{x_j}\langle u_i \rangle$ affecte principalement les plus grandes échelles de longueur des fluctuations turbulentes, tandis que la dissipation turbulente ϵ associée à la dégradation de l'énergie cinétique turbulente en chaleur et à une création irréversible d'entropie a lieu principalement au niveau des plus petites échelles (échelles dissipatives). Une large bande d'échelles de longueur turbulentes dynamiquement actives s'intercale donc entre l'essentiel du terme $-R_{ij}\partial_{x_j}\langle u_i \rangle$ de "dissipation" de K et la majeure partie du terme de dissipation turbulente ϵ .

1.2.4 Échelles de longueur des fluctuations turbulentes

En raison de la non-linéarité des équations de Navier-Stokes (1.7), les fluctuations turbulentes mettent en jeu une continuité d'échelles de longueur. L'étude de ce spectre large bande est détaillée dans les ouvrages de référence, par exemple Tennekes et Lumley [310], Pope [247], Cousteix [50]. On rappelle ici brièvement certaines propriétés utilisées dans la suite de l'étude.

L'ordre de grandeur de l'échelle de longueur des plus grandes structures turbulentes peut être évalué à l'aide de l'échelle intégrale longitudinale $L_{11,1}$:

$$L_{11,1} = \int_0^\infty \frac{\langle u'_1(x_1, x_2, x_3)u'_1(x_1 + \Delta x_1, x_2, x_3) \rangle}{u'_{1,rms}(x_1, x_2, x_3)u'_{1,rms}(x_1 + \Delta x_1, x_2, x_3)} d\Delta x_1 \quad (1.21)$$

Les plus grandes échelles sont marquées par l'interaction avec l'écoulement moyen et sont à l'origine de l'essentiel du terme de production d'énergie cinétique turbulente $-R_{ij}\partial_{x_j}\langle u_i \rangle$ (1.14). En présence d'un cisaillement moyen, ces grandes échelles sont fortement anisotropes, et la vorticité qui leur est associée est orientée de façon préférentielle, ce qui permet le transfert d'énergie cinétique de l'écoulement moyen vers les fluctuations turbulentes par étirement tourbillonnaire (Tennekes et Lumley [310]).

Tandis que les grandes échelles dépendent fortement de la nature de l'écoulement moyen, la théorie de Kolmogorov suppose que les échelles plus petites sont davantage universelles. Kolmogorov [162] émet en effet trois hypothèses concernant la turbulence à très grand nombre de Reynolds. L'hypothèse initiale est que les petites échelles de turbulence, d'échelle de longueur très petite devant l'échelle intégrale, sont statistiquement isotropes. La première hypothèse de similitude suppose quant à elle que les petites échelles ont un comportement universel ne dépendant que de la viscosité cinématique ν et de la dissipation turbulente ϵ . Ces deux hypothèses conduisent à la construction de grandeurs décrivant les plus petites échelles de turbulence : les échelles de Kolmogorov de longueur η ,

$$\eta = (\nu^3/\epsilon)^{1/4} \quad (1.22)$$

de vitesse $u_\eta = (\epsilon\nu)^{1/4}$ et de temps $\tau_\eta = (\nu/\epsilon)^{1/2}$. Le nombre de Reynolds $\eta u_\eta/\nu$ construit sur ces échelles est égal à 1. Les échelles caractérisées par η ont donc un nombre de Reynolds suffisamment faible pour être significativement affectées par la dissipation visqueuse, ce qui en fait les plus petites échelles dissipatives. En particulier, les échelles de Kolmogorov sont reliées par la relation $\epsilon = \nu(u_\eta/\eta)^2$, ce qui montre que les gradients de vitesse des structures dissipatives sont de l'ordre de $u_\eta/\eta = 1/\tau_\eta$ (Pope [247]).

La deuxième hypothèse de similitude (et dernière hypothèse de Kolmogorov [162]) suppose qu'il existe une bande intermédiaire d'échelles de longueur à la fois très petites devant $L_{11,1}$ et très grandes devant η où le comportement de la turbulence est universel et déterminé par ϵ seulement, indépendamment de ν . Cette zone dite inertielle est la zone de recouvrement entre la zone des échelles suffisamment petites pour être isotropes et universelles et la zone des échelles suffisamment grandes pour que les effets de la viscosité soient négligeables devant les effets d'inertie. L'énergie cinétique introduite par la production $-R_{ij}\partial_{x_j}\langle u_i \rangle$ principalement au niveau des grandes échelles est transférée dans la zone inertielle des grandes échelles vers les plus petites échelles, pour être

finale-ment dissipée à un taux ϵ par les échelles dissipatives. Dans le cas où la turbulence est en équilibre, la production et la dissipation sont égales ($-R_{ij}\partial_{x_j}\langle u_i \rangle = \epsilon$, ce qui est par exemple le cas dans un écoulement statistiquement stationnaire et homogène au sens de Craya [51] pour lequel l'équation (1.14) fournit cette égalité). A l'équilibre, la production d'énergie cinétique, son transfert des échelles plus grandes qu'une échelle inertielle donnée vers les échelles plus petites, et sa dissipation en chaleur, se font au même taux. La valeur constante du taux de transfert d'énergie en tout point de la zone inertielle suggère l'image classique d'une cascade d'énergie. Les petites structures ayant un temps caractéristique plus petit que les grandes, elles s'adaptent à un éventuel changement de la production liée aux grandes échelles. En présence d'un cisaillement simple $S = \partial_{x_2}\langle u_1 \rangle$, l'équilibre entre production et dissipation revient à dire que le temps caractéristique k/ϵ de dissipation au taux ϵ de l'énergie cinétique turbulente k par les petites structures dissipatives (à ne pas confondre avec l'échelle de temps de Kolmogorov τ_η caractérisant les plus petites structures dissipatives elles-mêmes) s'adapte au temps caractéristique $L_{11,1}/\sqrt{k}$ des grandes structures qui dominent la production d'énergie cinétique turbulente (hypothèse d'échelle de temps unique, [50]). En effet, le temps caractéristique $L_{11,1}/\sqrt{k}$ des grandes structures est lui-même du même ordre de grandeur que le temps caractéristique de l'écoulement moyen $1/S$ d'où les grandes structures puisent leur énergie ([50]), et l'on obtient que k/ϵ , $L_{11,1}/\sqrt{k}$ et $1/S$ sont du même ordre de grandeur, *i.e.* la production d'ordre kS est du même ordre que la dissipation ϵ .

La séparation entre les grandes et les plus petites échelles de longueur peut être exprimée en fonction du nombre de Reynolds turbulent $Re = L_{11,1}\sqrt{k}/\nu$ basé sur l'échelle de longueur des grandes échelles $L_{11,1}$ et sur la vitesse caractéristique \sqrt{k} de ces échelles (qui portent l'essentiel de l'énergie cinétique turbulente k). En supposant que le temps caractéristique des grandes échelles est de l'ordre de $L_{11,1}/\sqrt{k}$, le transfert d'énergie vers les plus petites échelles se fait à un taux qui est de l'ordre de $k/(L_{11,1}/\sqrt{k})$ et qui coïncide à l'équilibre avec ϵ . On conclut alors que le rapport $L_{11,1}/\eta$ entre les plus grandes échelles et les plus petites échelles est de l'ordre de $Re^{3/4}$. Plus le nombre de Reynolds est élevé, plus la dynamique turbulente met en jeu une large gamme d'échelles de longueur dynamiquement actives.

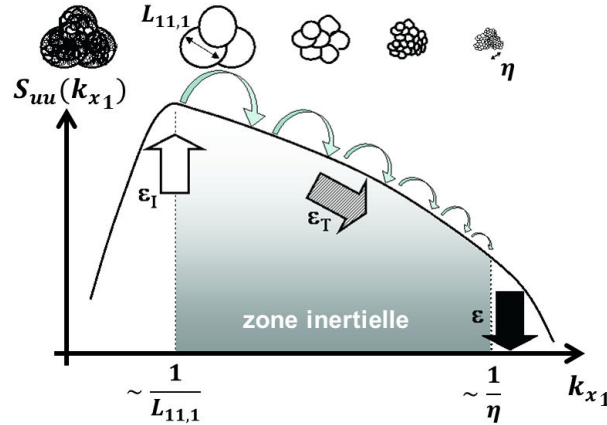


FIGURE 1.3 – Schéma de la cascade d'énergie pour une turbulence à grand nombre de Reynolds avec équilibre entre l'injection d'énergie ϵ_I et sa dissipation ϵ . Échelles logarithmiques. Adapté de Sagaut *et al.* [265].

Une conséquence des hypothèses de Kolmogorov concerne l'allure du spectre des fluctuations de vitesse dans la zone inertielle. On suppose ici que l'écoulement est statistiquement homogène selon x_1 , et on s'intéresse à la composante longitudinale u'_1 des fluctuations, dont l'auto-corrélation R_{uu} est définie par :

$$R_{uu}(\Delta x_1) = \langle u'_1(x_1, x_2, x_3) u'_1(x_1 + \Delta x_1, x_2, x_3) \rangle \quad (1.23)$$

tandis que la densité spectrale de puissance longitudinale S_{uu} de u'_1 est définie par :

$$S_{uu}(k_{x_1}/(2\pi)) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{uu}(\Delta x_1) \exp(-ik_{x_1}\Delta x_1) d\Delta x_1 \quad (1.24)$$

Dans la zone inertielle ($1/L_{11,1} \ll k_{x_1} \ll 1/\eta$, dont la largeur en échelles logarithmiques croît avec Re), la théorie de Kolmogorov [162] conduit à un spectre de la forme $S_{uu}(k_{x_1}/(2\pi)) = C\epsilon^{2/3}k_{x_1}^{-5/3}$ où C est une constante universelle. L'obtention de cette propriété peut être formalisée par la méthode des développements asymptotiques raccordés ([50]) en raccordant à grand nombre de Reynolds les spectres à grand et petit nombre d'onde dans la zone de recouvrement (zone inertielle). Le transfert d'énergie des grandes échelles vers les petites échelles est lié à l'étirement tourbillonnaire des petites échelles sous l'action du cisaillement causé principalement par des échelles plus grandes qu'elles mais suffisamment petites pour que l'intensité de ce cisaillement soit grande en comparaison avec le cisaillement moyen (Tennekes et Lumley [310]). Plus les échelles sont petites et moins l'effet du cisaillement moyen est sensible, si bien que la cascade d'énergie est consistante avec l'hypothèse d'origine de petites échelles isotropes. Le transfert d'énergie entre échelles au sein de la zone inertielle se fait principalement par interaction non visqueuse et non linéaire, sous forme d'interactions triadiques (le mode de nombre d'onde k_{x_i} interagit avec des paires de modes de nombres d'onde p_{x_i} et q_{x_i} vérifiant $k_{x_i} = p_{x_i} + q_{x_i}$), dont la localisation spectrale est détaillée par Sagaut [263]. La cascade d'énergie est représentée schématiquement fig. 1.3. Pour améliorer la description des propriétés statistiques de la turbulence, Kolmogorov [163] introduit par la suite un raffinement théorique en prenant en compte l'intermittence de la dissipation turbulente.

Une échelle de longueur intermédiaire entre $L_{11,1}$ et η et liée à la dissipation turbulente est fournie par la micro-échelle de Taylor. Dans le cas d'une turbulence homogène isotrope, on définit la micro-échelle λ_f comme la distance à laquelle la parabole osculatrice en l'origine de l'auto-corrélation de u'_1 intersecte l'axe des abscisses :

$$\lambda_f = \frac{1}{\sqrt{-1/2f''(0)}} \quad \text{avec} \quad f(\Delta x_1) = \frac{R_{uu}(\Delta x_1)}{\langle u_1'^2 \rangle} \quad (1.25)$$

et on montre la relation suivante en turbulence homogène isotrope (Pope [247]) :

$$\epsilon = 20\nu k/\lambda_f^2 \quad (1.26)$$

Bien que λ_f ne caractérise pas l'échelle de longueur des structures dissipatives, car l'échelle de vitesse de ces dernières n'est pas de l'ordre de \sqrt{k} (Pope [247]), l'équation (1.26) montre toutefois le lien direct entre cette échelle et la dissipation turbulente.

1.2.5 Équations de couche limite

La couche limite turbulente de plaque plane incompressible définie fig. 1.2 peut être décrite à l'aide des équations moyennées de Navier-Stokes (1.10) et de l'équation d'évolution des tensions de Reynolds (1.12). Toutefois, à grand nombre de Reynolds Re_x , la faible épaisseur δ de la couche limite en comparaison avec l'échelle de longueur x de son développement longitudinal motive l'introduction d'hypothèses dites de couche limite. Ces hypothèses permettent d'établir des équations simplifiées, les équations de couche limite, dont la résolution fournit une solution approchée de l'écoulement à l'intérieur de la couche limite. On aborde dans un premier temps la description du mouvement moyen.

1.2.5.1 Équations du mouvement moyen

On adopte pour le reste de l'étude les notations x, y, z pour les coordonnées spatiales selon la direction longitudinale, normale à la paroi et transverse respectivement (fig. 1.2), et les composantes de vitesse associées sont u, v, w . Les hypothèses de couche limite sont les suivantes :

- L'épaisseur δ de la couche limite est très petite en comparaison avec l'abscisse x mesurée depuis l'origine de la couche limite, éventuellement virtuelle si cette dernière ne s'est pas développée en partant du bord d'attaque de la plaque plane,
- Les dérivées de grandeurs moyennes dans la direction longitudinale sont d'ordre $1/x$,
- Les dérivées de grandeurs moyennes dans la direction normale à la paroi sont d'ordre $1/\delta$,
- La vitesse moyenne longitudinale $\langle u \rangle$ est d'ordre U_∞ ,
- Les grandes échelles turbulentes énergétiques ont une longueur de l'ordre de δ et induisent des fluctuations de vitesse d'ordre u_0 (sauf très près de la paroi),
- Le gradient de vitesse moyenne $\partial_y \langle u \rangle$ est d'ordre u_0/δ (sauf très près de la paroi), si bien que l'échelle de temps liée au cisaillement moyen $(\partial_y \langle u \rangle)^{-1}$ coïncide avec l'échelle de temps liée aux grandes structures turbulentes δ/u_0 ,
- Le temps caractéristique de la convection x/U_∞ est du même ordre que le temps caractéristique de la diffusion turbulente δ/u_0 dans le cas turbulent (hypothèse conforme à l'observation expérimentale, [220]), ou que le temps caractéristique de la diffusion visqueuse δ^2/ν dans le cas laminaire.

Ces hypothèses permettent d'obtenir les équations de couche limite. Une alternative, qui clarifie en particulier certaines différences de comportement très près de la paroi où la diffusion visqueuse domine la diffusion turbulente, consiste à établir les équations de couche limite à grand nombre de Reynolds à l'aide de la méthode des développements asymptotiques raccordés. Cette approche mathématique rigoureuse fait en particulier appel au principe de moindre dégénérescence des équations pour justifier l'hypothèse de coïncidence entre les temps caractéristiques de la convection et de la diffusion. Les deux approches sont détaillées dans Cousteix [50]. À l'ordre dominant, les équations moyennées de continuité et de bilan de quantité de mouvement au sein de la couche limite sont (Klewicky [160], Pope [247]) :

$$\begin{cases} \partial_x \langle u \rangle + \partial_y \langle v \rangle &= 0 \\ \partial_t \langle u \rangle + \langle u \rangle \partial_x \langle u \rangle + \langle v \rangle \partial_y \langle u \rangle &= -\partial_x p_\infty / \rho + \partial_y (\nu \partial_y \langle u \rangle - \langle u'v' \rangle) \\ \partial_y \langle p \rangle / \rho &= -\partial_y \langle v'^2 \rangle \end{cases} \quad (1.27)$$

où p_∞ désigne la pression dans l'écoulement uniforme de vitesse U_∞ à l'extérieur de la couche limite. p_∞ coïncide avec la pression moyenne à la paroi $\langle p \rangle (y = 0)$ (car les tensions de Reynolds sont nulles en dehors de la couche limite et à la paroi où s'applique la condition d'adhérence). Pope [247] montre que négliger la différence entre $p_\infty(x)$ et la pression $\langle p \rangle (x, y)$ dans le bilan de quantité de mouvement longitudinale à l'intérieur de la couche limite revient à négliger dans ce bilan le gradient longitudinal de $\langle v'^2 \rangle$, ce qui est justifié par les hypothèses de couche limite. L'effet sur le bilan global de quantité de mouvement longitudinale causé par le gradient longitudinal de tensions normales de Reynolds négligé dans le cadre des hypothèses de couche limite est bien négligeable en pratique dans le cas à gradient de pression nul à l'ordre dominant d'approximation, comme évalué par Monkewitz *et al.* [216]. Dans le cas d'un écoulement extérieur uniforme de vitesse U_∞ , le gradient de pression extérieure est de plus nul, $-\partial_x p_\infty = 0$, si bien que la pression disparaît de l'équation de bilan de quantité de mouvement longitudinale. Par ailleurs, la couche limite canonique définie fig. 1.2 est un écoulement statistiquement stationnaire dans le temps.

Le système d'équations (1.27) est ouvert, dans la mesure où la résolution du champ moyen nécessite la connaissance de la tension croisée de Reynolds. Abstraction faite de ce terme, le système dans le cas stationnaire en temps est parabolique, tandis que les équations non simplifiées (1.10) étaient elliptiques. Les conditions aux limites sont donc fournies par la donnée de la vitesse moyenne longitudinale sur la frontière amont du domaine d'étude, ainsi que par des conditions à la paroi et à l'extérieur de la couche limite, tandis que le système décrit le développement de la couche limite vers l'aval. À la paroi, la condition d'adhérence fournit $\langle u \rangle (y = 0) = 0$, $\langle v \rangle (y = 0) = 0$. À l'extérieur de la couche limite, la seule donnée nécessaire est celle de la vitesse longitudinale $\langle u \rangle (y \rightarrow \infty) = U_\infty$. La vitesse normale à la paroi $\langle v \rangle$ dans la limite $y \rightarrow \infty$ est pour sa part déterminée par la condition $\langle v \rangle (y = 0) = 0$ et par l'équation de continuité, si bien qu'il n'y a pas de condition aux limites portant sur $\langle v \rangle$ à l'extérieur de la couche limite (le système (1.27) ne met en effet pas en jeu la

dérivée seconde de $\langle v \rangle$ par rapport à y). En intégrant l'équation de continuité, on obtient dans le cas à gradient de pression nul ([50], [119]) :

$$\frac{d\delta_1}{dx} = \frac{\langle v \rangle (x, y \rightarrow \infty)}{U_\infty} \quad (1.28)$$

où l'épaisseur de déplacement δ_1 représente l'épaisseur de fluide non perturbé ayant le même débit que le déficit de débit induit par la couche limite ([119]) :

$$\delta_1 = \int_0^\infty \left(1 - \frac{\langle u \rangle}{U_\infty}\right) dy \quad (1.29)$$

On définit classiquement un nombre de Reynolds basé sur cette épaisseur, $Re_{\delta_1} = \delta_1 U_\infty / \nu$.

La notation $y \rightarrow \infty$ (1.28) doit être interprétée ici comme la limite de y suffisamment grand pour que la solution de couche limite soit raccordée avec l'écoulement extérieur de vitesse uniforme U_∞ . La solution des équations de couche limite n'est toutefois une bonne approximation de la solution des équations de Navier-Stokes non simplifiées qu'au sein de la couche limite, où les hypothèses de couche limite sont valides, et la limite $y \rightarrow \infty$ signifiera dans la suite la valeur prise à la frontière de la couche limite ([275]), là où tout cisaillement visqueux ou turbulent devient négligeable⁵. La méthode des développements asymptotiques raccordés permet de montrer qu'à grand nombre de Reynolds et à l'ordre dominant, suffisant pour décrire la dynamique de la couche limite, la solution de couche limite doit être raccordée aux valeurs pariétales de l'écoulement extérieur solution du problème non visqueux d'écoulement le long de la paroi avec une condition d'imperméabilité à la paroi (et non pas d'adhérence, [50]). L'écoulement extérieur utilisé comme conditions aux limites pour les équations de couche limite est pour cette raison uniforme de vitesse U_∞ et de pression p_∞ dans le cas présent⁶.

Dans le cas laminaire à gradient de pression nul, la solution des équations de couche limite (1.27) est la solution auto-semblable de Blasius :

$$\frac{\langle u \rangle}{U_\infty} = f'(\Xi) \quad \text{avec} \quad \Xi = y \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}} \approx 4.92 y / \delta \quad (1.30)$$

où δ est définie comme la distance à la paroi telle que $\langle u \rangle (y = \delta = \delta_{99}) = 0.99 U_\infty$, et la fonction f' est la solution de l'équation différentielle ordinaire de Blasius :

$$\begin{cases} 2f''' + ff'' = 0 \\ f(0) = f'(0) = 0, f'(\infty) = 1 \end{cases} \quad (1.31)$$

L'équation de Blasius n'a pas de solution analytique. Une solution approchée est tabulée dans Schlichting [275]. Les paramètres globaux décrivant la couche limite ont un comportement prédit de manière exacte à l'aide de l'auto-similarité de la couche limite laminaire, les facteurs de proportionnalité étant pour leur part évalués numériquement.

5. Par souci de concision, on emploie ici les termes de cisaillement visqueux, turbulent ou total pour faire référence aux contraintes de cisaillement visqueuse, turbulente ou totale.

6. A un ordre supérieur du développement asymptotique, la perturbation de l'écoulement extérieur par la couche limite devrait en revanche être prise en compte. En particulier, la vitesse normale à la paroi utilisée comme condition aux limites pour la détermination de l'écoulement extérieur doit inclure une vitesse de transpiration $d(U_\infty \delta_1)/dx$ ([50]) qui représente l'effet de déplacement dû à la couche limite illustré dans le cas d'un gradient de pression nul par l'équation (1.28). Cela permet alors de lever l'apparente contradiction entre le fait qu'à l'ordre dominant, l'écoulement extérieur est caractérisé par $\langle v \rangle = 0$ tandis que la solution approchée dans la couche limite possède une limite $\langle v \rangle (y \rightarrow \infty)$ non nulle (équation (1.28)). Cette limite n'est raccordée de façon satisfaisante à l'écoulement extérieur qu'à un ordre d'approximation supérieur à celui retenu ici, ce dernier étant toutefois suffisant pour déterminer les propriétés de la couche limite.

1.2.5.2 Paramètres globaux décrivant la couche limite

De manière générale, le coefficient de frottement moyen pariétal C_f dans une couche limite canonique incompressible (figure 1.2) est défini par :

$$C_f = \frac{\tau_p}{1/2\rho U_\infty^2} \quad (1.32)$$

où τ_p représente la contrainte moyenne subie par la paroi dans la direction longitudinale (x). On définit également la vitesse de frottement par :

$$u_\tau = \sqrt{\tau_p/\rho} \quad (\Rightarrow C_f/2 = u_\tau^2/U_\infty^2) \quad (1.33)$$

Dans le cas d'une paroi lisse avec condition d'adhérence, de normale extérieure unitaire $n_j = (0, 1, 0)$ orientée selon y , la paroi subit de la part du fluide une contrainte moyenne de pression selon la direction normale (y), et une contrainte visqueuse moyenne donnée par :

$$\langle \tau_{ij} \rangle (y=0) n_j = \langle \tau_{i2} \rangle (y=0) = \langle 2\mu \cdot 1/2 (\partial_y u_i + \partial_{x_i} v) \rangle (y=0) = \mu \partial_y \langle u \rangle (y=0) \delta_{i1} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.34)$$

où δ_{ij} représente le symbole de Kronecker et où l'on a utilisé l'absence d'écoulement moyen selon z , la condition d'adhérence et le fait que l'équation de continuité $\partial_{x_i} u_i = 0$ et la condition d'adhérence impliquent $\partial_y v(y=0) = 0$. La contrainte moyenne subie par la paroi selon x est alors $\tau_p = \mu \partial_y \langle u \rangle (y=0)$. Le coefficient de frottement moyen pariétal C_f est donc donné dans le cas d'une paroi lisse avec condition d'adhérence, en régime laminaire comme en régime turbulent, par l'expression suivante :

$$C_f = \frac{\nu \partial_y \langle u \rangle (y=0)}{1/2 U_\infty^2} \quad (1.35)$$

et la vitesse de frottement est alors fournie par la relation suivante :

$$u_\tau = \sqrt{\nu \partial_y \langle u \rangle (y=0)} \quad (1.36)$$

Dans le cas turbulent, la vitesse de frottement permet de définir l'unité de paroi ν/u_τ . Cette échelle de longueur est adaptée aux propriétés de la zone interne de la couche limite, où les effets visqueux et turbulents sont significatifs. Les grandeurs adimensionnées à l'aide de u_τ et de ν sont notées \bullet^+ (adimensionnement interne). L'échelle interne (unité de paroi) coexiste avec l'échelle externe δ caractérisant la zone externe de la couche limite. Le rapport entre ces deux échelles correspond au nombre de Reynolds de frottement Re_τ :

$$Re_\tau = \frac{\delta u_\tau}{\nu} = \delta^+ \quad (1.37)$$

Plus Re_τ est élevé, plus la séparation entre échelle externe et interne est grande, et plus la dynamique turbulente implique une large bande d'échelles de longueur. Ce nombre de Reynolds diffère du nombre de Reynolds $Re_\delta = \delta U_\infty/\nu$. Par ailleurs, mesurer $\delta = \delta_{99}$ peut être problématique en raison du faible gradient de vitesse moyenne en $y = \delta_{99}$, où $\langle u \rangle = 0.99 U_\infty$. Cela motive parfois l'usage d'une autre échelle externe, l'échelle de longueur de Rotta-Clauser Δ ([220]) :

$$\Delta = \frac{U_\infty}{u_\tau} \delta_1 = \int_0^\infty \frac{U_\infty - \langle u \rangle}{u_\tau} dy \quad (1.38)$$

Le rapport Δ/δ semble tendre vers une constante à grand nombre de Reynolds ([220]).

Dans une couche limite à gradient de pression nul avec condition d'adhérence à la paroi et stationnarité statistique en temps, C_f est lié à l'évolution de l'épaisseur de quantité de mouvement θ par l'équation suivante, obtenue à partir des équations de couche limite (1.27) :

$$C_f/2 = d\theta/dx \quad (1.39)$$

où l'épaisseur de quantité de mouvement θ est définie de manière générale (gradient de pression quelconque) par (Hinze [119]) :

$$\theta = \int_0^\infty \frac{\langle u \rangle}{U_\infty} \left(1 - \frac{\langle u \rangle}{U_\infty}\right) dy \quad (1.40)$$

La somme des épaisseurs de déplacement et de quantité de mouvement $\delta_1 + \theta$ est interprétée comme l'épaisseur de fluide non perturbé qui aurait le même flux de dynalpie que le déficit de flux de dynalpie induit par la couche limite. L'équation (1.39) met en valeur la pertinence d'exprimer C_f en fonction du nombre de Reynolds basé sur θ ,

$$Re_\theta = \frac{\theta U_\infty}{\nu} \quad (1.41)$$

Le facteur de forme de la couche limite H est défini par :

$$H = \delta_1 / \theta \quad (1.42)$$

Avec un gradient de pression nul, $H \approx 2.59$ pour la couche limite laminaire et $H \approx 1.3 - 1.4$ pour le cas turbulent à nombre de Reynolds modéré (H semble tendre lentement vers 1 à nombre de Reynolds infini, [220]).

	C_f	θ/x	δ_1/x	δ/x
Laminaire, Blasius	$0.664 \cdot Re_x^{-1/2}$	$0.664 \cdot Re_x^{-1/2}$	$1.721 \cdot Re_x^{-1/2}$	$4.92 \cdot Re_x^{-1/2}$
Turbulent, loi en 1/7 [50]	$0.0594 \cdot Re_x^{-1/5}$	$0.037 \cdot Re_x^{-1/5}$	$0.0477 \cdot Re_x^{-1/5}$	$0.38 \cdot Re_x^{-1/5}$
Turbulent, Michel [50]	$0.0368 \cdot Re_x^{-1/6}$	$0.0221 \cdot Re_x^{-1/6}$	$0.0309 \cdot Re_x^{-1/6}$	

TABLE 1.1 – Évolution avec le nombre de Reynolds Re_x du coefficient de frottement et des épaisseurs caractéristiques de la couche limite, dans les cas laminaire (solution exacte de Blasius) et turbulent (comportements approchés tirés de Cousteix [50]).

	C_f	θ/x	δ_1/x	δ/x
Laminaire, Blasius	$0.441 \cdot Re_\theta^{-1}$	$0.441 \cdot Re_\theta^{-1}$	$1.143 \cdot Re_\theta^{-1}$	$3.268 \cdot Re_\theta^{-1}$
Turbulent, loi en 1/7 [50]	$0.026 \cdot Re_\theta^{-1/4}$	$0.0163 \cdot Re_\theta^{-1/4}$	$0.0209 \cdot Re_\theta^{-1/4}$	$0.167 \cdot Re_\theta^{-1/4}$
Turbulent, Michel [50]	$0.0172 \cdot Re_\theta^{-1/5}$	$0.0103 \cdot Re_\theta^{-1/5}$	$0.0144 \cdot Re_\theta^{-1/5}$	

TABLE 1.2 – Évolution avec le nombre de Reynolds Re_θ du coefficient de frottement et des épaisseurs caractéristiques de la couche limite, dans les cas laminaire (solution exacte de Blasius) et turbulent (comportements approchés tirés de Cousteix [50]).

Les tables 1.1 et 1.2 présentent l'évolution de C_f , θ , δ_1 et δ avec les nombres de Reynolds Re_x et Re_θ respectivement. Le cas laminaire est fourni par la solution numérique de l'équation de Blasius. En revanche, seules des approximations peuvent être fournies pour le cas turbulent. En supposant que le profil de vitesse $\langle u \rangle(y)$ suit une loi en puissance 1/7, des lois de comportement approchées sont obtenues (loi en 1/7 : coefficients tirés de Cousteix [50]). Ces lois ne sont valides qu'à nombre de Reynolds modéré ($Re_x \leq 5 \cdot 10^6$, [50]). De plus, la valeur du facteur de forme $H = 1.285$ fournie par la loi en 1/7 est sous-estimée. A plus grand nombre de Reynolds, Cousteix [50] suggère d'utiliser les corrélations ajustées par R. Michel (deuxième ligne turbulente dans les tables 1.1 et 1.2). Ces dernières corrélations semblent satisfaisantes jusqu'à $Re_x = 10^8$, et la valeur associée du facteur de forme $H = 1.4$ serait satisfaisante pour $10^6 \leq Re_x \leq 5 \cdot 10^6$. A plus grand nombre de Reynolds, une meilleure estimation de $C_f(Re_\theta)$ est fournie par la corrélation de Coles-Fernholz ([86]) ajustée aux données expérimentales à grand nombre de Reynolds par Nagib *et al.* [220] :

$$C_f = 2 \left(\frac{1}{0.384} \ln(Re_\theta) + 4.127 \right)^{-2} \quad (1.43)$$

La loi de frottement logarithmique a supplanté les lois en puissance du nombre de Reynolds pour les applications pratiques à grand nombre de Reynolds (Spalart et McLean [299]). Le domaine de validité des lois citées suggère que la décroissance de C_f avec Re_θ est de plus en plus lente à mesure que le nombre de Reynolds augmente (loi en puissance de plus en plus proche de 0, décroissance logarithmique plus lente que toute puissance). En revanche, dans la couche limite laminaire, qui est autosimilaire, C_f décroît comme Re_θ^{-1} à tout nombre de Reynolds, une décroissance beaucoup plus rapide que dans le cas turbulent. Les mêmes remarques semblent s'appliquer à la loi $C_f(Re_x)$. A la même station x , le C_f turbulent excède largement le C_f laminaire à grand nombre de Reynolds, l'écart entre les deux valeurs étant dû à la turbulence. Le mélange turbulent de la quantité de mouvement (terme $\partial_y(-\langle u'v' \rangle)$ dans l'équation 1.27) conduit par ailleurs à une croissance beaucoup plus rapide de la couche limite turbulente (où Re_δ croît quasiment comme Re_x à grand nombre de Reynolds) en comparaison avec la couche limite laminaire (où Re_δ croît seulement comme $\sqrt{Re_x}$). A grand nombre de Reynolds Re_x donné, la couche limite turbulente est donc bien plus épaisse que la couche limite laminaire, mais le C_f turbulent domine le C_f laminaire car le profil de vitesse moyenne de la couche limite turbulente n'est pas autosemblable. Le mélange turbulent rend en effet le profil de vitesse moyenne proche paroi de plus en plus plein à mesure que le nombre de Reynolds augmente⁷.

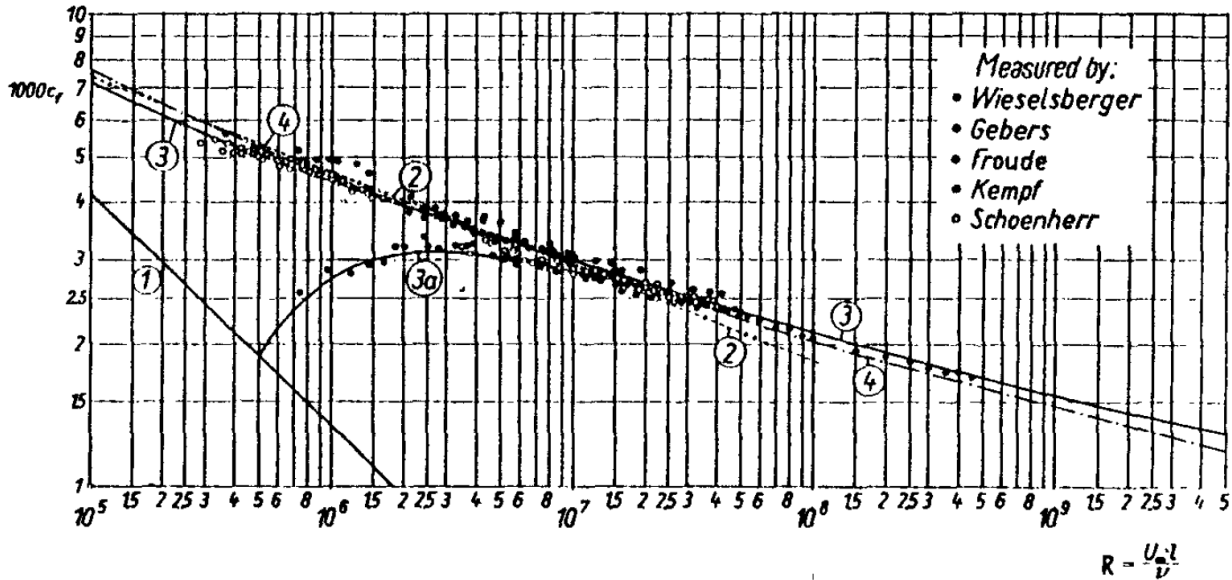


FIGURE 1.4 – Coefficient de frottement global $1000 \cdot \frac{1}{x} \int_0^x C_f(x') dx'$ en fonction du nombre de Reynolds Re_x dans les cas laminaire (courbe 1), transitionnel (3a) et turbulent (autres courbes). Tiré de Schlichting [275].

La différence de comportement entre les couches limites laminaire et turbulente est illustrée par la figure 1.4, représentant l'évolution du coefficient de frottement global (associé au frottement subi par la paroi entre l'origine de la couche limite et l'abscisse x considérée) en fonction du nombre de Reynolds.

Par ailleurs, bien que la couche limite canonique (fig. 1.2) soit définie pour une paroi lisse, en pratique l'usinage d'une paroi peut lui procurer un caractère légèrement rugueux⁸. Schlichting [275] indique que l'effet des rugosités sur la valeur du C_f turbulent est négligeable si la hauteur maximale

7. On note d'ailleurs que si le profil de vitesse moyenne de la couche limite $\langle u \rangle / U_\infty(y/\delta)$ est autosemblable, alors θ et δ sont proportionnels, et C_f est proportionnel à $\nu(U_\infty/\delta)/U_\infty^2$, ou encore à Re_θ^{-1} . Avec un gradient de pression nul, la relation (1.39) permet de conclure que Re_θ est dans ce cas proportionnel à $Re_x^{1/2}$ et que C_f est proportionnel à $Re_x^{-1/2}$. L'hypothèse d'un profil autosemblable implique donc que le comportement de C_f et de θ/x avec Re_x est analogue à celui de la couche limite laminaire.

8. L'effet de rugosités sur une couche limite turbulente pleinement développée est davantage discuté dans la section §2.5.1. Par ailleurs, la paroi peut être volontairement altérée de sorte à réduire le frottement turbulent moyen, par

des rugosités k_{\max} n'excède pas 5 unités de paroi ($k_{\max}^+ < 5$). La paroi est alors dite hydrauliquement lisse, et la condition sur la hauteur des rugosités revient à supposer que ces dernières sont contenues dans la sous-couche visqueuse. La couche limite turbulente peut en effet être découpée en plusieurs zones décrites dans la section suivante.

1.2.5.3 Profil de vitesse moyenne

Le profil de vitesse moyenne $\langle u \rangle(y)$ dans la couche limite turbulente à gradient de pression nul est lié à celui de la tension croisée de Reynolds $\langle u'v' \rangle$ par les équations de couche limite (1.27). Près de la paroi et sans gradient de pression, les termes convectifs du bilan de quantité de mouvement longitudinale sont faibles en raison de la condition d'adhérence à la paroi imperméable, si bien que le cisaillement total $\nu \partial_y \langle u \rangle - \langle u'v' \rangle$ varie peu avec y très près de la paroi, comme illustré en adimensionnement interne par la figure 1.5. Très près de la paroi, le cisaillement turbulent $-\langle u'v' \rangle$ est faible (il s'annule à la paroi en raison de la condition d'adhérence), tandis que le fort gradient de vitesse moyenne causé par la condition d'adhérence procure un fort cisaillement visqueux. Quelques dizaines d'unités de paroi plus haut dans la couche limite, le cisaillement visqueux est au contraire faible en comparaison avec le cisaillement turbulent, leurs évolutions respectives avec y procurant un cisaillement total approximativement constant. Encore plus haut dans la couche limite, les termes convectifs ne sont plus négligeables et le cisaillement total décroît avec y . Dans cette région de l'écoulement, la divergence du cisaillement visqueux $\partial_y(\nu \partial_y \langle u \rangle)$ est négligeable devant celle du cisaillement turbulent $-\partial_y \langle u'v' \rangle$.

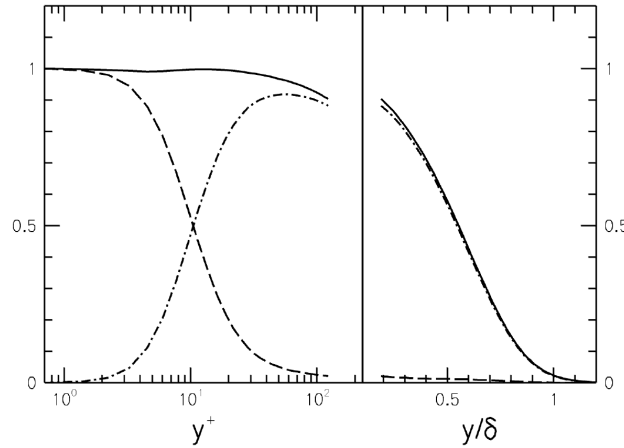


FIGURE 1.5 – Profil de contraintes de cisaillement dans la couche limite turbulente à $Re_\theta = 1410$. — : cisaillement total $\partial_{y^+} \langle u \rangle^+ - \langle u'v' \rangle^+$; — — : cisaillement visqueux $\partial_{y^+} \langle u \rangle^+$; - · - : cisaillement turbulent $-\langle u'v' \rangle^+$. Tiré de [230], données issues de la DNS de Spalart [293].

Les effets de la viscosité sur le profil de vitesse moyenne se font donc principalement sentir près de la paroi, tandis que les effets de l'écoulement extérieur liés aux termes convectifs sont très peu sensibles au voisinage de la paroi. Cela conduit à supposer l'existence d'une zone interne de la couche limite dont le comportement est universel quel que soit l'écoulement extérieur. Dans la zone interne, le profil $\langle u \rangle^+(y^+)$ de vitesse moyenne adimensionné à l'aide de la viscosité cinématique ν et de la vitesse de frottement u_τ (liée au cisaillement pariétal par (1.36)) est supposé universel (loi de paroi $\langle u \rangle^+(y^+)$ indépendante du nombre de Reynolds pour y^+ appartenant à la zone interne). D'autre part, on suppose l'existence d'une zone externe dans laquelle les effets de la viscosité sur le profil de vitesse moyenne sont négligeables devant les effets inertiels de la turbulence et de l'écoulement moyen. Dans la zone externe de la couche limite, la turbulence joue un rôle qui domine celui du cisaillement visqueux, et ses échelles caractéristiques sont fournies par l'épaisseur δ de la couche limite et par la vitesse de frottement u_τ (cette dernière échelle étant héritée du comportement proche

exemple à l'aide de *riblets* ([324], [97], [299], [10], [15]).

paroi où la somme du cisaillement visqueux et du cisaillement turbulent est approximativement constante en raison de la proximité de la paroi, fig. 1.5). Le profil de vitesse moyenne devant par ailleurs être raccordé à l'écoulement extérieur $\langle u \rangle = U_\infty$, on peut supposer l'existence dans la zone externe d'une loi de vitesse déficitaire universelle $\frac{U_\infty - \langle u \rangle}{u_\tau} (y/\delta)$ indépendante du nombre de Reynolds à grand nombre de Reynolds (George [100] discute toutefois cette hypothèse).

On suppose alors l'existence d'une zone de recouvrement entre la zone interne et la zone externe, où les effets de la viscosité sur le profil de vitesse moyenne sont négligeables et dont le comportement est universel quel que soit l'écoulement extérieur, ce qui est en particulier vrai si $\nu/u_\tau \ll y \ll \delta$. Les profils $y^+ \partial_{y^+} \langle u \rangle^+ (y^+)$ (loi universelle de paroi en haut de la zone interne) et $y/\delta \partial_{y/\delta} \langle u \rangle^+ (y/\delta)$ (loi universelle de vitesse déficitaire en bas de la zone externe) doivent coïncider pour tout $y \neq 0$ appartenant à la zone de recouvrement quel que soit le nombre de Reynolds $Re_\tau = \frac{\delta u_\tau}{\nu} = \frac{y^+}{y/\delta}$, ce qui conduit à l'existence d'un profil de vitesse logarithmique dans la zone de recouvrement ([213]) :

$$\langle u \rangle^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + \mathcal{B} \quad (1.44)$$

avec les constantes $\kappa = 0.384$ et $\mathcal{B} = 4.173$ ajustées à des données expérimentales par Nagib *et al.* [220]⁹. La prévision de l'existence d'une zone logarithmique par Millikan [213] comme zone de recouvrement entre zone interne et externe en fait une sous-couche inertielle ([159])¹⁰. La zone logarithmique peut être vue comme l'analogue spatial en turbulence pariétale de la zone inertielle spectrale en turbulence homogène cisaillée qui est la zone de recouvrement entre la zone des petites échelles isotropes universelles et celle des grandes échelles très peu influencées par la viscosité (§1.2.4). Par ailleurs, l'existence de la zone logarithmique peut être prédite par des considérations phénoménologiques, en supposant que c'est une zone de cisaillement total constant (en raison de la proximité de la paroi) où le cisaillement visqueux joue un rôle négligeable (car cette zone est suffisamment éloignée de la paroi), et que la turbulence est caractérisée par une longueur de mélange de l'ordre de la distance à la paroi y , comme proposé initialement par Prandtl [248] et von Kármán [325]. L'existence d'une zone rigoureusement logarithmique, ainsi que celle d'une zone où le cisaillement total est rigoureusement constant, est toutefois sujette à débat, comme présenté par George [101] qui met en valeur les différences significatives séparant le cas de la couche limite en développement spatial à gradient de pression nul du cas de l'écoulement de canal plan à cet égard. En particulier, des profils de vitesse moyenne en loi puissance plutôt que logarithmique sont envisagés.

Les mesures expérimentales du profil de vitesse moyenne à gradient de pression nul sont compatibles avec l'existence de la zone logarithmique, comme illustré par la figure 1.6 qui met également en valeur l'universalité de la loi de paroi dans la zone interne et de la loi de vitesse déficitaire dans la zone externe. A mesure que le nombre de Reynolds $Re_\tau = \delta/(\nu/u_\tau)$ croît, la séparation entre les échelles interne et externe augmente, et la zone inertielle de recouvrement logarithmique devient de plus en plus large dans la représentation en fonction de $\log(y^+)$.

Pour affiner la description, le profil de la couche limite peut être divisé en zones qui sont des sous-couches des zones interne et externe. Tout d'abord, la sous-couche visqueuse s'étend sur $0 \leq y^+ \leq 3 - 5$ environ, où le cisaillement total est approximativement constant et le cisaillement turbulent est négligeable devant le cisaillement visqueux, si bien que le profil de vitesse moyenne est approximativement linéaire dans cette zone, $\langle u \rangle^+ \approx y^+$. La zone interne comprend la sous-couche visqueuse, la zone logarithmique, et la zone comprise entre les deux, appelée zone tampon. Dans cette zone, le cisaillement turbulent remplace graduellement le cisaillement visqueux en s'éloignant

9. Les valeurs usuellement retenues ([247]) pour la constante de von Kármán, $\kappa = 0.41$, et pour la constante d'intégration, $B = 5.2$, sont remises en cause par les données expérimentales concernant la couche limite de plaque plane à grand nombre de Reynolds telles celles considérées par Nagib *et al.* [220]. La valeur de κ pourrait de plus être légèrement différente dans les écoulements de canal et de conduite de section circulaire ([292]). Spalart [294] souligne que sous-estimer cette constante de 2 % (des valeurs comprises entre $\kappa = 0.38$ et $\kappa = 0.42$ sont couramment rapportées) peut entraîner une sous-estimation de 1 % de la traînée totale d'un avion de ligne moderne du type du Boeing 787 ou de l'Airbus A350.

10. Le raccordement entre la solution dans la zone interne et dans la zone externe à grand nombre de Reynolds peut être formalisé à l'aide de la méthode des développements asymptotiques raccordés ([50]).

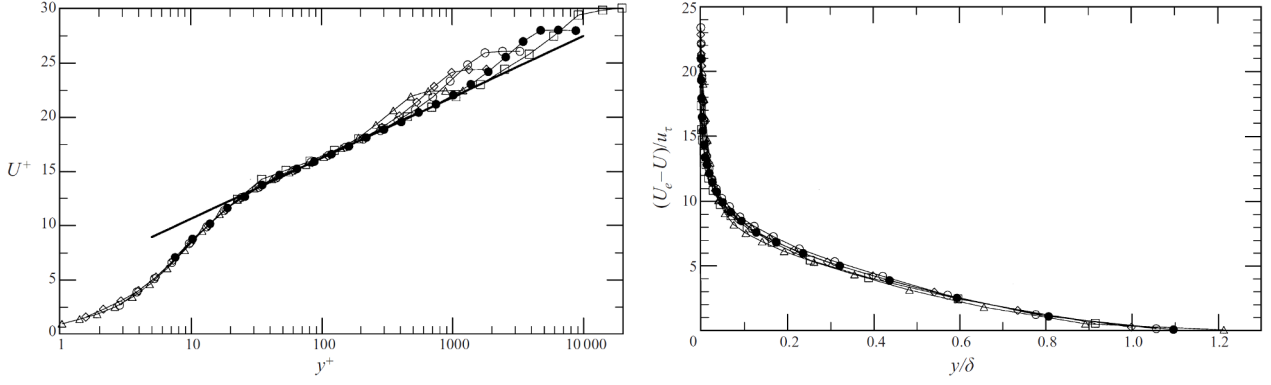


FIGURE 1.6 – Profil de vitesse moyenne $\langle u \rangle^+(y^+)$ (gauche) et $(U_\infty^+ - \langle u \rangle^+)(y/\delta)$ (droite), mesures expérimentales à $Re_\theta = 1\,430, 2\,900, 5\,200, 13\,000$ et $31\,000$. Tiré de [70].

Référence	y_{\min}	y_{\max}
Mathis <i>et al.</i> [204]	$y^+ = 100$	$y/\delta = 0.15$
George [100], George [101]	$y^+ = 30 - 300$	$y/\delta = 0.1$
Klewicki <i>et al.</i> [159]	$y^+ = 30$	$y/\delta = 0.2$
Nagib <i>et al.</i> [220]	$y^+ = 200$	$y/\delta = 0.15$
Marusic <i>et al.</i> [201]	inférieur à $y^+ = 3\sqrt{Re_\tau}$	$y/\delta = 0.15$

TABLE 1.3 – Exemples de bornes proposées pour la zone de validité de la loi logarithmique.

de la paroi, si bien que le cisaillement total reste approximativement constant. La riche dynamique turbulente présente dans la zone tampon joue un rôle crucial pour l'ensemble de la couche limite à nombre de Reynolds modéré (§1.3.3). Le profil de vitesse universel $\langle u \rangle^+(y^+)$ dans la zone tampon peut être représenté de manière approchée par des fonctions détaillées dans Cousteix [50].

La zone logarithmique appartient à la fois à la zone interne et à la zone externe. Sa borne inférieure, qui est aussi celle de la zone externe, fait l'objet de débats. La zone tampon semble en effet avoir sa limite supérieure aux alentours de $y^+ = 30$, mais à cette distance de la paroi le cisaillement visqueux joue encore un rôle non négligeable, et ce n'est que plus haut dans la couche limite que la dynamique est pleinement dominée par les effets inertiels de la turbulence. De plus, l'obtention d'un profil rigoureusement logarithmique peut nécessiter une distance à la paroi encore plus grande. De la même façon, la borne supérieure de la zone logarithmique, qui est aussi celle de la zone interne, n'est pas clairement délimitée, et semble comprise entre $y/\delta = 0.1$ et $y/\delta = 0.2$ ([201]), distance au-delà de laquelle les effets inertiels du champ moyen ne sont plus négligeables en comparaison avec ceux de la turbulence ([159]), induisant une dépendance forte à l'écoulement extérieur. Pour les besoins de la suite de l'étude, on retient pour la zone logarithmique les bornes inférieure $y^+ = 100$ et supérieure $y/\delta = 0.15$ mentionnées par Mathis *et al.* [204]. Des exemples d'autres valeurs fréquemment utilisées sont donnés dans la table 1.3.

Tandis que la zone interne possède un comportement relativement universel même en présence d'un gradient de pression modéré, la zone externe répond à un gradient de pression non nul, principalement au-dessus de la zone logarithmique, dans la zone où les termes convectifs jouent un rôle non négligeable dans le bilan de quantité de mouvement longitudinale (1.27). Cette zone est appelée zone de sillage. Pour décrire de manière universelle la zone de sillage, Coles [46] introduit une fonction de sillage empirique W et un facteur de sillage Π dont la valeur dépend du gradient de pression, conduisant au profil de vitesse valable dans l'ensemble de la zone externe (zone logarithmique et zone de sillage) :

$$\langle u \rangle^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + \mathcal{B} + \frac{\Pi}{\kappa} W(y/\delta, \Pi) \quad (1.45)$$

où $W(1, \Pi) = 2$, $W(0, \Pi) = 0$, $W'(0, \Pi) = 0$ et $\langle u \rangle(y = \delta) = U_\infty$ par définition (Coles [46]). Nagib

et al. [220] proposent les valeurs ajustées aux données expérimentales $\kappa = 0.384$, $\mathcal{B} = 4.173$, et dans le cas d'un gradient de pression nul à nombre de Reynolds très grand $\Pi \xrightarrow{Re_\tau \rightarrow \infty} 0.55$ (le fait que le facteur de sillage Π soit constant définit parfois la notion de couche limite en équilibre, ce qui serait donc le cas d'une couche limite à gradient de pression nul et à très grand nombre de Reynolds). En raison de la définition de δ dans le cadre de la loi de sillage ($\langle u \rangle(y = \delta) = U_\infty$), δ ne coïncide pas avec δ_{99} ($\langle u \rangle(y = \delta_{99}) = 0.99 U_\infty$). Le caractère universel de la loi de sillage peut toutefois être exploité pour déterminer expérimentalement la valeur de δ à partir du profil $\langle u \rangle(y)$. La loi obtenue est bien une loi de vitesse déficitaire universelle $\frac{U_\infty - \langle u \rangle}{u_\tau}(y/\delta)$ pour la zone externe dès lors que Π est fixé (couche limite en équilibre) :

$$\frac{U_\infty - \langle u \rangle}{u_\tau} = -\frac{1}{\kappa} \ln(y/\delta) + \frac{\Pi}{\kappa} (2 - W(y/\delta, \Pi)) \quad (1.46)$$

Coles [46] propose des valeurs tabulées de la fonction de sillage W , supposée indépendante de Π . Pope [247] souligne que dans le cas où l'on néglige la dépendance de W par rapport à Π , ce qui est par exemple justifié pour une couche limite en équilibre à gradient de pression nul où le facteur de sillage est constant, la fonction de sillage peut être approchée par la fonction suivante :

$$W(y/\delta) = 2 \sin^2 \left(\frac{\pi y}{2 \delta} \right) = 1 - \cos \left(\pi \frac{y}{\delta} \right) \quad (1.47)$$

Dans le cas plus général, Lewkowicz [184] propose une fonction de sillage dépendant de Π et assurant la condition $\partial_y \langle u \rangle(y = \delta) = 0$:

$$W(\Upsilon, \Pi) = 2\Upsilon^2(3 - 2\Upsilon) - \frac{1}{\Pi} \Upsilon^2(1 - \Upsilon)(1 - 2\Upsilon) \quad \text{avec} \quad \Upsilon = \frac{y}{\delta} \quad (1.48)$$

On peut également déduire une loi de frottement $C_f(Re_\tau)$ en évaluant l'équation (1.45) en $y = \delta$:

$$\sqrt{2/C_f} = U_\infty^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(Re_\tau) + \mathcal{B} + 2 \frac{\Pi}{\kappa} \quad (1.49)$$

La forme de cette loi $C_f(Re_\tau)$ est analogue à la corrélation de Coles-Fernholz $C_f(Re_\theta)$ (1.43).

L'universalité du sillage touche également le profil de cisaillement total dans la zone de sillage à grand nombre de Reynolds ([100]), où $(\partial_{y^+} \langle u \rangle^+ - \langle u'v' \rangle^+)(y/\delta)$ peut donc être considéré comme une loi universelle indépendante du nombre de Reynolds, ou encore $-\langle u'v' \rangle^+(y/\delta)$ puisque le cisaillement visqueux est négligeable dans la zone externe à grand nombre de Reynolds. Hinze [119] montre que les équations du mouvement ne sont pas, en toute rigueur, compatibles avec une auto-similarité simultanée de $\frac{U_\infty - \langle u \rangle}{u_\tau}(y/\delta)$ et de $(\partial_{y^+} \langle u \rangle^+ - \langle u'v' \rangle^+)(y/\delta)$, mais que ces deux propriétés cohabitent de manière approchée avec une précision satisfaisante, comme le confirment la figure 1.6 et le profil de $-\langle u'v' \rangle^+(y/\delta)$ présenté pour les mêmes données expérimentales figure 1.7. Les tensions de Reynolds sont considérées plus en détail dans la section suivante.

1.2.5.4 Bilan des tensions de Reynolds

L'équation d'évolution du tenseur de Reynolds (1.12) peut être simplifiée à l'aide des hypothèses de couche limite (§1.2.5.1), comme détaillé par Cousteix [50]. La turbulence étant fortement anisotrope à proximité de la paroi, on détaille ici chaque composante du tenseur de Reynolds.

Le bilan de la variance de la vitesse longitudinale $\langle u'^2 \rangle$ est donné par :

$$\partial_t \langle u'^2 \rangle + \langle u \rangle \partial_x \langle u'^2 \rangle + \langle v \rangle \partial_y \langle u'^2 \rangle = 2P (+A_u) + D_{iu} + C_u - D_{eu} \quad (1.50)$$

où $P = -\langle u'v' \rangle \partial_y \langle u \rangle$. $2P$ est le terme de production de $\langle u'^2 \rangle$ par interaction de la turbulence avec le cisaillement moyen, et met en jeu la tension croisée de Reynolds $\langle u'v' \rangle$, $A_u = -2 \langle u'^2 \rangle \partial_x \langle u \rangle$ est un deuxième terme de production qui peut être négligé d'après les hypothèses de couche limite dans la couche limite canonique, en particulier à gradient de pression nul,

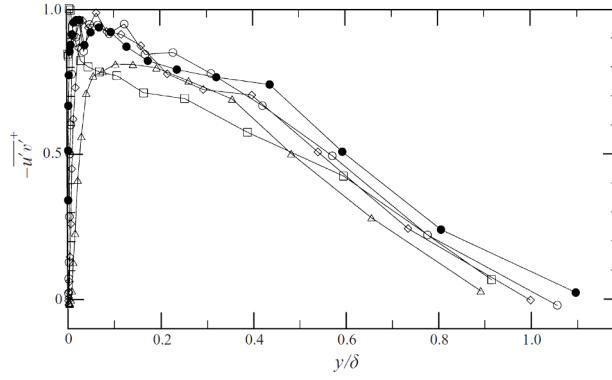


FIGURE 1.7 – Profil de tension croisée de Reynolds $-\langle u'v' \rangle^+(y/\delta)$, mesures expérimentales à $Re_\theta = 1\,430, 2\,900, 5\,200, 13\,000$ et $31\,000$ (cf fig. 1.6). Tiré de [70].

mais pas dans certains cas comme en présence d'un fort gradient de pression (Cousteix [50]),

$D_{iu} = \partial_y (-\langle v'u'^2 \rangle + \nu \partial_y \langle u'^2 \rangle)$ est le terme de diffusion turbulente et visqueuse,

$C_u = 2 \langle p'/\rho \partial_x u' \rangle$ est le terme de corrélation pression-déformation, et

$D_{eu} = 2\nu \langle \partial_{x_i} u' \partial_{x_i} u' \rangle$ est le terme de destruction visqueuse.

Le bilan de la variance de la vitesse normale à la paroi $\langle v'^2 \rangle$ est donné par :

$$\partial_t \langle v'^2 \rangle + \langle u \rangle \partial_x \langle v'^2 \rangle + \langle v \rangle \partial_y \langle v'^2 \rangle = (A_v) + D_{iv} + C_v - D_{ev} \quad (1.51)$$

où $A_v = -2 \langle u'v' \rangle \partial_x \langle v \rangle - 2 \langle v'^2 \rangle \partial_y \langle v \rangle$ est un terme de production qui peut être négligé dans les mêmes conditions que A_u ,

$D_{iv} = \partial_y (-\langle v'^3 \rangle - 2 \langle p'/\rho v' \rangle + \nu \partial_y \langle v'^2 \rangle)$ est le terme de diffusion turbulente, liée aux fluctuations de pression, et visqueuse,

$C_v = 2 \langle p'/\rho \partial_y v' \rangle$ est le terme de corrélation pression-déformation, et

$D_{ev} = 2\nu \langle \partial_{x_i} v' \partial_{x_i} v' \rangle$ est le terme de destruction visqueuse.

Le bilan de la variance de la vitesse transverse $\langle w'^2 \rangle$ est donné par :

$$\partial_t \langle w'^2 \rangle + \langle u \rangle \partial_x \langle w'^2 \rangle + \langle v \rangle \partial_y \langle w'^2 \rangle = D_{iw} + C_w - D_{ew} \quad (1.52)$$

où $D_{iw} = \partial_y (-\langle v'w'^2 \rangle + \nu \partial_y \langle w'^2 \rangle)$ est le terme de diffusion turbulente et visqueuse,

$C_w = 2 \langle p'/\rho \partial_z w' \rangle$ est le terme de corrélation pression-déformation, et

$D_{ew} = 2\nu \langle \partial_{x_i} w' \partial_{x_i} w' \rangle$ est le terme de destruction visqueuse.

A gradient de pression nul, $2P$ est le seul terme de production par interaction avec le champ moyen qui soit non négligeable dans les bilans de $\langle u'^2 \rangle$, $\langle v'^2 \rangle$ et $\langle w'^2 \rangle$. Ce terme n'affecte que $\langle u'^2 \rangle$. Par ailleurs, les termes de corrélation pression-déformation vérifient $C_u + C_v + C_w = 0$, ce qui en montre la contribution à la redistribution de l'énergie cinétique entre chaque composante.

Pour sa part, le bilan de la tension croisée de Reynolds $\langle u'v' \rangle$ impliquée dans les équations du mouvement moyen (1.27) est donné par :

$$\partial_t \langle u'v' \rangle + \langle u \rangle \partial_x \langle u'v' \rangle + \langle v \rangle \partial_y \langle u'v' \rangle = P_R (+A_R) + D_{iR} + C - D_{eR} \quad (1.53)$$

où $P_R = -\langle v'^2 \rangle \partial_y \langle u \rangle$ est le terme de production par interaction avec le cisaillement moyen, et met en jeu la variance $\langle v'^2 \rangle$,

$A_R = -\langle u'^2 \rangle \partial_x \langle v \rangle$ est un terme qui peut être négligé dans les mêmes conditions que les termes A_u et A_v ,

$D_{iR} = \partial_y (-\langle u'v'^2 \rangle - \langle p'/\rho u' \rangle + \nu \partial_y \langle u'v' \rangle)$ est le terme de diffusion turbulente, liée aux fluctuations de pression, et visqueuse,

$C = \langle p'/\rho (\partial_y u' + \partial_x v') \rangle$ est le terme de corrélation pression-déformation, qui joue un rôle important dans le bilan, et

$D_{eR} = 2\nu \langle \partial_{x_i} u' \partial_{x_i} v' \rangle$ est le terme de destruction visqueuse. Ce dernier terme est proche de zéro lorsque la turbulence est caractérisée par un grand nombre de Reynolds (isotropie des échelles dissipatives).

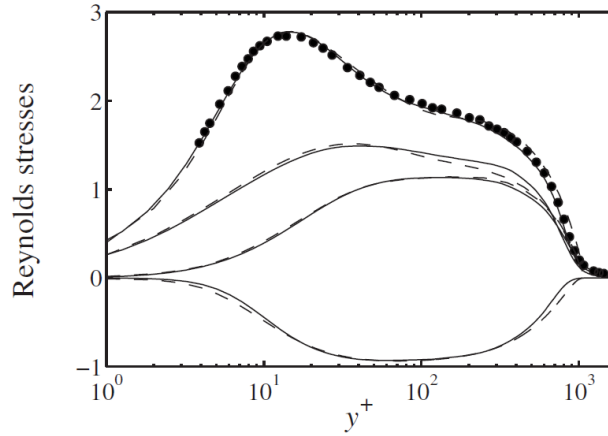


FIGURE 1.8 – Intensités turbulentes $u_{rms}^+ = \sqrt{\langle u'^2 \rangle^+}$, w_{rms}^+ et v_{rms}^+ , et tension croisée de Reynolds $\langle u'v' \rangle^+$ (de haut en bas) dans la couche limite à gradient de pression nul. Ligne continue : DNS à $Re_\theta = 2\,512$; Symboles : données expérimentales à $Re_\theta = 2\,541$. Tiré de Schlatter *et al.* [273].

Les profils des tensions de Reynolds sont représentés dans une couche limite à gradient de pression nul et à nombre de Reynolds modéré figure 1.8. En raison de la présence de la paroi, la composante normale à la paroi $\langle v'^2 \rangle$ est la plus faible des trois tensions normales. La composante longitudinale $\langle u'^2 \rangle$ est au contraire la plus intense des trois, une propriété relativement intuitive puisque le seul terme de production de tension normale de Reynolds par interaction avec le champ moyen non négligeable affecte uniquement $\langle u'^2 \rangle$ de manière directe (éq. (1.50-1.52), [70]). De plus, le pic interne de u_{rms} , observé sur la figure 1.8 aux alentours de $y^+ = 15$ (localisation invariante avec le nombre de Reynolds), est associé à des structures cohérentes jouant un rôle crucial dans la dynamique turbulente proche paroi (§1.3.1) et moteur pour l'ensemble de la couche limite à nombre de Reynolds modéré (§1.3.3). L'évolution des niveaux des tensions de Reynolds avec le nombre de Reynolds, sujette à débat, est abordée dans le chapitre 2, où la discussion fera appel à la notion de transfert d'énergie cinétique entre l'écoulement moyen et l'écoulement fluctuant. Cette dernière notion est détaillée dans la section suivante dans le cas de la couche limite à gradient de pression nul et nombre de Reynolds modéré.

1.2.5.5 Bilan d'énergie cinétique

Dans le cadre des équations de couche limite (1.27), on définit l'énergie cinétique moyenne longitudinale $K = 1/2 \langle u \rangle^2$ ([84], [85]), dont le bilan est obtenu à partir du bilan de quantité de mouvement longitudinale (1.27) ([50]) :

$$\underbrace{\partial_t K + \langle u \rangle \partial_x K + \langle v \rangle \partial_y K}_I = \underbrace{-\langle u \rangle \cdot \partial_x p_\infty / \rho}_{II} + \underbrace{+\partial_y ((\nu \partial_y \langle u \rangle - \langle u'v' \rangle) \cdot \langle u \rangle)}_{III} - \underbrace{(\nu \partial_y \langle u \rangle - \langle u'v' \rangle) \cdot (\partial_y \langle u \rangle)}_{IV} \quad (1.54)$$

Le terme (I) représente l'advection de K par le champ moyen (dans la couche limite canonique étudiée ici, l'écoulement est de plus stationnaire en temps), le terme (II) représente la puissance de la pression moyenne et s'annule dans le cas de la couche limite à gradient de pression nul traité ici. Le terme (III) représente la diffusion visqueuse et turbulente de K , tandis que le terme (IV) en représente la dissipation directe (dissipation visqueuse) et la dissipation par production d'énergie cinétique turbulente ([84], [85]). En effet, le terme $\langle u'v' \rangle \partial_y \langle u \rangle$ est l'opposé du terme de production

d'énergie cinétique turbulente $P = -\langle u'v' \rangle \partial_y \langle u \rangle$ présent dans le bilan d'énergie cinétique turbulente (1.60).

Le bilan global de l'énergie cinétique moyenne longitudinale K contenue dans le profil de la couche limite à gradient de pression nul peut être obtenu en intégrant (1.54) sur y et en remarquant que le terme (II) ne contribue pas (gradient de pression nul) et que le terme de diffusion (III) apporte une contribution nulle en raison de la condition d'adhérence à la paroi et de l'annulation des tensions visqueuse et de Reynolds à l'extérieur de la couche limite. Cela implique que le frottement moyen à la paroi n'intervient pas dans ce bilan global, la cause physique étant que les efforts sur la paroi immobile ne travaillent pas. En adimensionnant le bilan obtenu par $-U_\infty^3$, on obtient à gradient de pression nul :

$$-\frac{1}{U_\infty^3} \int_0^\infty (\partial_t K + \langle u \rangle \partial_x K + \langle v \rangle \partial_y K) dy = \frac{1}{U_\infty^3} \int_0^\infty (\nu \partial_y \langle u \rangle - \langle u'v' \rangle) \cdot (\partial_y \langle u \rangle) dy \quad (1.55)$$

Cette dernière équation est plus couramment exprimée sous la forme équivalente faisant intervenir l'épaisseur d'énergie cinétique δ_3 et le coefficient de dissipation C_D ([50], [119]) :

$$\frac{1}{2} \frac{d\delta_3}{dx} = C_D \quad (1.56)$$

où le coefficient de dissipation C_D est défini par ([50], [275], [119]) :

$$C_D = \frac{1}{U_\infty^3} \int_0^\infty (\nu \partial_y \langle u \rangle - \langle u'v' \rangle) \cdot (\partial_y \langle u \rangle) dy \quad (1.57)$$

et l'épaisseur d'énergie cinétique δ_3 est définie par l'expression suivante ([119]) :

$$\delta_3 = \int_0^\infty \frac{\langle u \rangle}{U_\infty} \left(1 - \left(\frac{\langle u \rangle}{U_\infty} \right)^2 \right) dy \quad (1.58)$$

(l'égalité $\frac{1}{2} \frac{d\delta_3}{dx} = -\frac{1}{U_\infty^3} \int_0^\infty (\partial_t K + \langle u \rangle \partial_x K + \langle v \rangle \partial_y K) dy$ peut être obtenue à l'aide de l'équation de continuité et de la condition d'adhérence, en tenant compte du caractère statistiquement stationnaire en temps de l'écoulement de couche limite considéré). L'épaisseur $\delta_1 + \delta_3$ est interprétée comme l'épaisseur de fluide non perturbé par la couche limite qui aurait le même flux d'énergie cinétique moyenne longitudinale que le déficit de ce flux induit par la couche limite :

$$\int_0^{\delta_1+\delta_3} \frac{1}{2} U_\infty^3 dy = \int_0^\infty \left(\frac{1}{2} U_\infty^3 - \langle u \rangle K \right) dy \quad (1.59)$$

L'équation (1.55) traduit le fait que l'énergie cinétique moyenne longitudinale K n'a pas de source extérieure (gradient de pression nul, condition d'adhérence à la paroi immobile) et K est dissipée sous forme de chaleur (dissipation directe, *i.e.* visqueuse) et sous forme d'énergie cinétique turbulente, les deux termes de dissipation étant représentés par le coefficient C_D . La dissipation visqueuse est particulièrement intense près de la paroi, où le cisaillement moyen est maximal. La production d'énergie cinétique turbulente à nombre de Reynolds modéré est particulièrement élevée dans la zone tampon. Les deux contributions à C_D sont représentées sur la figure 1.9 à nombre de Reynolds modéré.

Le bilan local de K (1.54) avec un gradient de pression nul est discuté en détail par Cousteix [50] et Townsend [314]. Le terme d'advection (I) est important principalement dans la zone externe, où il est négatif. Il y a diffusion d'énergie cinétique moyenne longitudinale du haut vers le bas de la couche limite (le flux¹¹ $(\nu \partial_y \langle u \rangle - \langle u'v' \rangle) \cdot \langle u \rangle$ est positif, et s'annule à la paroi et à l'extérieur de la couche limite). Le bilan du terme de diffusion $\partial_y ((\nu \partial_y \langle u \rangle - \langle u'v' \rangle) \cdot \langle u \rangle)$ est négatif dans le haut de la zone de sillage et positif dans la zone interne. L'énergie cinétique moyenne longitudinale gagnée

11. On choisit ici de définir un flux orienté vers la paroi (*i.e.* selon les y décroissants) par commodité de discussion du signe de ce flux.

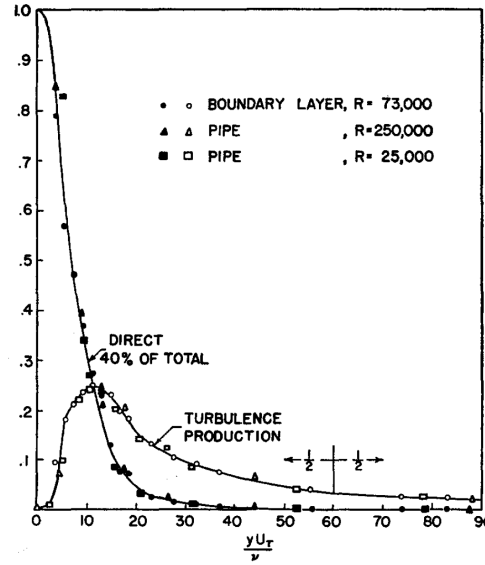


FIGURE 1.9 – Dissipation directe $\partial_{y^+} \langle u \rangle^+ \partial_{y^+} \langle u \rangle^+$ et production d'énergie cinétique turbulente $-\langle u'v' \rangle^+ \partial_{y^+} \langle u \rangle^+$ en fonction de y^+ dans une couche limite à gradient de pression nul et à $Re_\tau = 2\,750$. Tiré de Schubauer [278], données expérimentales de Klebanoff [158].

par diffusion près de la paroi est dissipée sous forme de chaleur et d'énergie cinétique turbulente. Les termes de diffusion et de dissipation se compensent en effet près de la paroi, où le terme advectif est proche de zéro. La contribution de la zone proche paroi à la dissipation totale (conversion en chaleur et en énergie cinétique turbulente) est importante à nombre de Reynolds modéré. La diffusion turbulente joue un rôle majeur dans le transfert d'énergie cinétique moyenne des zones à grande vitesse vers les zones à faible vitesse situées près de la paroi (Favre *et al.* [85]). Toutefois, toute l'énergie cinétique de l'écoulement n'est pas diffusée du haut vers le bas de la couche limite. En effet, à nombre de Reynolds modéré la diffusion de l'énergie cinétique turbulente se fait du bas vers le haut dans une grande partie de la couche limite (sauf très près de la paroi) [314], en sens inverse de la diffusion de l'énergie cinétique moyenne longitudinale. Pour mieux appréhender ce dernier point, on établit le bilan d'énergie cinétique turbulente.

Dans le cadre des hypothèses de couche limite, la demi-somme des bilans des variances des trois composantes de la vitesse (1.50-1.52) fournit le bilan de l'énergie cinétique turbulente $k = 1/2 (\langle u'^2 \rangle + \langle v'^2 \rangle + \langle w'^2 \rangle)$:

$$\partial_t k + \langle u \rangle \partial_x k + \langle v \rangle \partial_y k = P (+A) + D_i - \epsilon' \quad (1.60)$$

où $P = -\langle u'v' \rangle \partial_y \langle u \rangle$ représente le terme de production d'énergie cinétique turbulente par interaction avec le cisaillement moyen et met en jeu la tension croisée de Reynolds,

$A = (\langle v'^2 \rangle - \langle u'^2 \rangle) \partial_x \langle u \rangle - \langle u'v' \rangle \partial_x \langle v \rangle$ est un deuxième terme de production qui peut être négligé dans les mêmes conditions que A_u (1.50) et A_v (1.51), et est en particulier négligeable dans la couche limite canonique à gradient de pression nul,

$D_i = \partial_y (-\langle 1/2(u'_i u'_i) v' \rangle - \langle p' / \rho v' \rangle + \nu \partial_y k)$ est le terme de diffusion turbulente, liée aux fluctuations de pression, et visqueuse,

et $\epsilon' = \nu \langle \partial_{x_j} u'_i \partial_{x_j} u'_i \rangle$ est la pseudo-dissipation turbulente.

Avec un gradient de pression nul, le seul terme de production est P , qui coïncide avec la moitié du terme $2P$ de production de $\langle u'^2 \rangle$ (1.50), si bien que seule la composante longitudinale $\langle u'^2 \rangle$ est directement affectée par la production. De plus, le terme P coïncide avec l'opposé du terme turbulent de "dissipation" de l'énergie cinétique moyenne longitudinale établi dans le cadre des hypothèses de couche limite (1.54). Cela confirme qu'il y a transfert d'énergie cinétique du mouvement moyen vers les fluctuations turbulentes à un taux P .

On peut également écrire le bilan de k en fonction de la dissipation turbulente $\epsilon = 2\nu \langle d'_{ij} d'_{ij} \rangle$:

$$\partial_t k + \langle u \rangle \partial_x k + \langle v \rangle \partial_y k = P (+A) + D_{i,bis} - \epsilon \quad (1.61)$$

où $D_{i,bis} = D_i + \partial_y (\nu \partial_y \langle v'^2 \rangle)$ ([85]) car dans le cadre des hypothèses de couche limite, on a ([50]) :

$$\epsilon = \epsilon' + \partial_y (\nu \partial_y \langle v'^2 \rangle) \quad (1.62)$$

Dans le cas à gradient de pression nul, en intégrant le bilan (1.61) sur y , les termes diffusifs ont une contribution nulle (condition d'adhérence à la paroi, fluctuations nulles hors de la couche limite), et le bilan global de k intégré sur le profil de la couche limite s'écrit :

$$\int_0^\infty (\partial_t k + \langle u \rangle \partial_x k + \langle v \rangle \partial_y k) dy = \int_0^\infty P dy - \int_0^\infty \epsilon dy \quad (1.63)$$

Le membre de gauche de l'équation (1.63) est non nul en raison de la croissance spatiale de la couche limite ([1], [303]). La production globale $\int_0^\infty P dy$ contenue dans le profil de la couche limite n'est donc pas en équilibre avec la dissipation turbulente globale $\int_0^\infty \epsilon dy$, ce qui différencie la couche limite à gradient de pression nul du cas de l'écoulement de canal plan ([168]). Par ailleurs, comme rappelé dans la section 1.2.3, la dissipation d'énergie cinétique en chaleur associée à une création irréversible d'entropie est liée aux termes de dissipation directe (visqueuse) du bilan de K (1.54) et de dissipation turbulente ϵ du bilan de k (1.61). Cela montre que le coefficient de dissipation $C_D = \frac{1}{U_\tau^3} \int_0^\infty (\nu \partial_y \langle u \rangle - \langle u'v' \rangle) \cdot (\partial_y \langle u \rangle) dy$ associé au bilan de K n'est pas directement lié à la création irréversible d'entropie. En effet, sa composante turbulente traduit un processus réversible, la dissipation d'énergie cinétique moyenne en énergie cinétique turbulente par production, et non pas la dissipation d'énergie cinétique en chaleur par dissipation turbulente. L'absence d'équilibre global entre production et dissipation turbulente dans la couche limite en développement spatial interdit de remplacer l'intégrale de la production turbulente par l'intégrale de la dissipation turbulente dans la définition du coefficient de dissipation. En revanche, le bilan global de l'énergie cinétique totale $K + k$ à gradient de pression nul, qui n'est plus directement lié à δ_3 ni à C_D , permet d'identifier les deux sources irréversibles d'entropie :

$$\int_0^\infty (\partial_t (K + k) + \langle u \rangle \partial_x (K + k) + \langle v \rangle \partial_y (K + k)) dy = - \int_0^\infty \nu \partial_y \langle u \rangle \partial_y \langle u \rangle dy - \int_0^\infty \epsilon dy \quad (1.64)$$

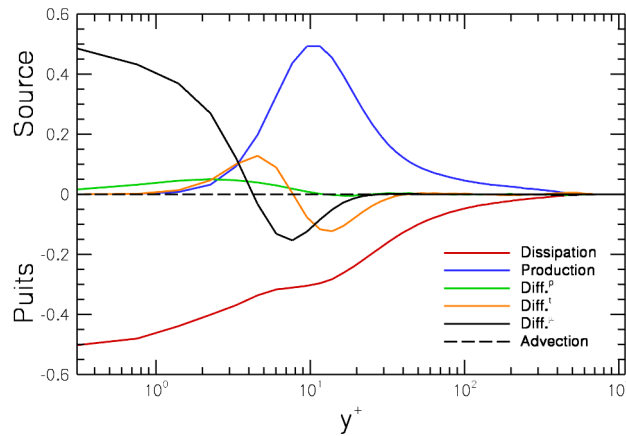


FIGURE 1.10 – Termes du bilan de $2k = \langle u'^2 \rangle + \langle v'^2 \rangle + \langle w'^2 \rangle$ (double de l'équation (1.65)), normalisés par u_τ^4/ν , dans la couche limite à gradient de pression nul et à $Re_\theta = 1\,410$ (simulation numérique directe de Spalart [293]). Tiré de [170] et [230].

Le bilan local d'énergie cinétique turbulente (1.60) est illustré à nombre de Reynolds modéré et gradient de pression nul par la figure 1.10, en écrivant le bilan sous la forme

$$0 = -(\langle u \rangle \partial_x k + \langle v \rangle \partial_y k) + P + D_i - \epsilon' \quad (1.65)$$

de sorte à ce que la somme de tous les termes soit égale à zéro. Le terme de production présente un pic prononcé dans la zone tampon, vers $y^+ = 12$, dont l'origine physique est discutée dans la section suivante. Dans la zone tampon, la production excède la pseudo-dissipation, si bien qu'à nombre de Reynolds modéré il y a diffusion d'énergie cinétique turbulente depuis la zone tampon vers la paroi et vers la zone externe. Dans la zone logarithmique, la production et la pseudo-dissipation sont quasiment en équilibre, tandis qu'il y a diffusion (en grande partie turbulente et liée aux fluctuations de pression, [314], [50]) d'énergie cinétique turbulente à travers cette zone en direction de la zone de sillage. Très près de la paroi, la pseudo-dissipation particulièrement intense est en revanche équilibrée principalement par la diffusion visqueuse. Une discussion plus détaillée des bilans locaux de chaque composante du tenseur de Reynolds est proposée par Pope [247]. Par ailleurs, le bilan d'énergie cinétique turbulente évolue avec le nombre de Reynolds, en particulier avec une importance croissante de la zone externe dans le bilan global qui n'est pas visible au nombre de Reynolds modéré de la fig. 1.10 et qui sera abordée dans le chapitre 2. Afin de mieux comprendre l'interprétation physique des bilans turbulents moyennés, on présente tout d'abord dans la section suivante la description usuelle des fluctuations énergétiques turbulentes dans la zone interne à nombre de Reynolds modéré en termes de structures cohérentes.

1.3 Structures cohérentes à nombre de Reynolds modéré

A nombre de Reynolds modéré, les phénomènes physiques suggérés par les bilans moyennés peuvent être interprétés à l'aide de la dynamique de structures cohérentes. Ces structures sont observées par l'expérience et la simulation numérique directe et semblent jouer un rôle central dans les mécanismes de production et de dissipation. Robinson [259] propose de définir une structure cohérente comme une région de l'écoulement dans laquelle au moins une variable fondamentale de l'écoulement (par exemple u , v , p ...) est autocorrélée ou corrélée avec une autre variable de manière significative sur une étendue spatiale et/ou temporelle significativement plus grande que les plus petites échelles locales de l'écoulement. Une synthèse détaillée des structures cohérentes rencontrées dans la couche limite à nombre de Reynolds $Re_\theta < 5\,000$ est réalisée par Robinson [259]. On peut distinguer des structures très proches de la paroi, peuplant principalement la zone tampon et décrites dans la section 1.3.1, et des structures plus éloignées de la paroi abordées §1.3.2, dont la représentation élémentaire moyenne fait appel au concept de *hairpin* (tourbillon en épingle à cheveux ou en fer à cheval). La dynamique animant la zone tampon est enfin abordée dans la section 1.3.3. Un cycle autonome proche paroi est associé à cette dynamique, expliquant l'auto-régénération des structures cohérentes proches paroi et le flux d'énergie cinétique turbulente allant de la zone tampon vers la zone externe de la couche limite à nombre de Reynolds modéré (§1.3.4).

1.3.1 Structures peuplant la zone tampon

Les visualisations de l'écoulement dans la zone tampon comme sur la figure 1.11 où un colorant marque le fluide basse vitesse provenant de l'immédiate proximité de la paroi, indiquent la présence de zones de basse vitesse longitudinale très allongées dans la direction longitudinale. Ces structures initialement observées par Beatty, Ferrell et Richardson, et rapportées par Corrsin [47] sont appelées *streaks* basse vitesse proches paroi. Des structures analogues mais caractérisées par une vitesse longitudinale plus élevée que la moyenne sont également présentes sous forme de *streaks* haute vitesse proches paroi. En raison de l'universalité de la dynamique intrinsèque de la zone proche paroi (§1.2.5.3), les caractéristiques des structures cohérentes présentes dans la zone tampon sont exprimées en unités de paroi, et leur étude peut être réalisée dans d'autres configurations que la couche limite de plaque plane, par exemple dans un écoulement de canal. Les *streaks* sont situés à une distance de la paroi de l'ordre de $y^+ = 15$, ont une longueur de l'ordre de 1000 unités de paroi ν/u_τ , du même ordre que leur espacement longitudinal, et sont en général sinueux (fig. 1.11). Leur largeur est proche de 80 à 100 unités de paroi, tandis que leur espacement latéral est de l'ordre de 100 unités de paroi.

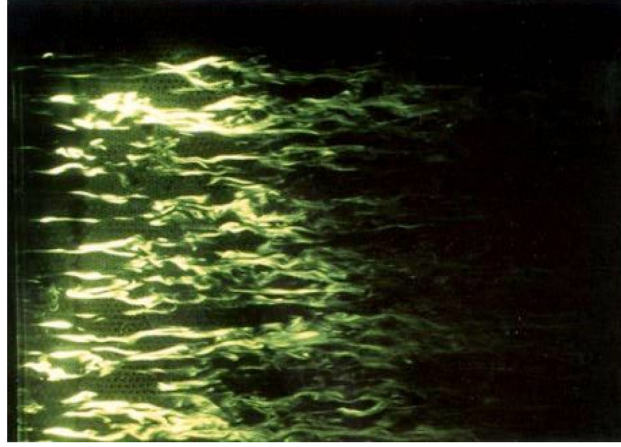


FIGURE 1.11 – Visualisation de *streaks* basse vitesse à l'aide d'un colorant. Couche limite de plaque plane à $Re_\theta = 725$, écoulement de la gauche vers la droite. Tiré de [92].

L'observation de fluide issu de l'immédiate proximité de la paroi au niveau des *streaks* basse vitesse (révélé par le colorant fig. 1.11) résulte de la présence de tourbillons quasi-longitudinaux (Panton [231]), par exemple sous forme de paires contrarotatives de part et d'autre des *streaks* (Blackwelder et Eckelmann [19]). La visualisation de tels tourbillons dans un champ instantané fourni par la simulation numérique directe motive la définition d'un critère d'identification. Parmi les critères comparés par Pierce *et al.* [241], le plus courant associe les vortex à des valeurs positives du critère Q :

$$Q = -1/2 (\partial_{x_j} u_i) (\partial_{x_i} u_j) = 1/2 (\Omega_{ij} \Omega_{ij} - d_{ij} d_{ij}) \quad (1.66)$$

Une valeur positive de Q indique que la partie antisymétrique (taux de rotation $\Omega_{ij} = 1/2(\partial_{x_j} u_i - \partial_{x_i} u_j)$) domine la partie symétrique (taux de déformation $d_{ij} = 1/2(\partial_{x_j} u_i + \partial_{x_i} u_j)$) du gradient de vitesse. Dans le cas incompressible, Q est égal au second invariant du gradient de vitesse, et est alors proportionnel au laplacien de la pression :

$$2\rho Q = \Delta p \quad (\partial_{x_i} u_i = 0) \quad (1.67)$$

Les tourbillons quasi-longitudinaux typiquement observés se situent à une distance de la paroi comprise entre 20 et 50 unités de paroi et ont un diamètre compris entre 10 et 40 unités de paroi environ. Leur longueur est de l'ordre de 100 à 200 unités de paroi. Leur espacement longitudinal est de l'ordre de 400 unités de paroi et leur espacement latéral est proche de 50 unités de paroi.

La figure 1.12 illustre l'induction par la vorticité longitudinale de *streaks* basse et haute vitesse de part et d'autre de tourbillons quasi-longitudinaux formant une paire contra-rotative, par effet de soulèvement de fluide basse vitesse d'un côté d'un tourbillon ( jection) et de transport de fluide haute vitesse près de la paroi de l'autre côté du tourbillon (balayage). L'éjection ($u' < 0, v' > 0$) est classiquement associée au deuxième quadrant (Q2) dans le plan des fluctuations (u', v'), tandis que le balayage est associée au quatrième quadrant (Q4, $u' > 0, v' < 0$). Les phénomènes d'éjection et de balayage contribuent ainsi à l'établissement d'une tension croisée de Reynolds $\langle u'v' \rangle < 0$. De plus, les *streaks* basse et haute vitesse ont respectivement une empreinte de faible et fort frottement longitudinal à la paroi, ce qui souligne que la sous-couche visqueuse n'est pas laminaire.

Les *streaks* semblent donc apparaître sous l'action de tourbillons quasi-longitudinaux (TQL), probablement de plusieurs TQL compte tenu des longueurs respectives des *streaks* et des TQL. Cela pose la question de l'origine des tourbillons quasi-longitudinaux, et en particulier de la possibilité que les *streaks* soient eux-mêmes à l'origine de la formation de tourbillons quasi-longitudinaux. Cette question est centrale dans le cycle autonome proche paroi discuté dans la section 1.3.3. Les structures peuplant la zone externe à nombre de Reynolds modéré sont tout d'abord décrites dans la section suivante.

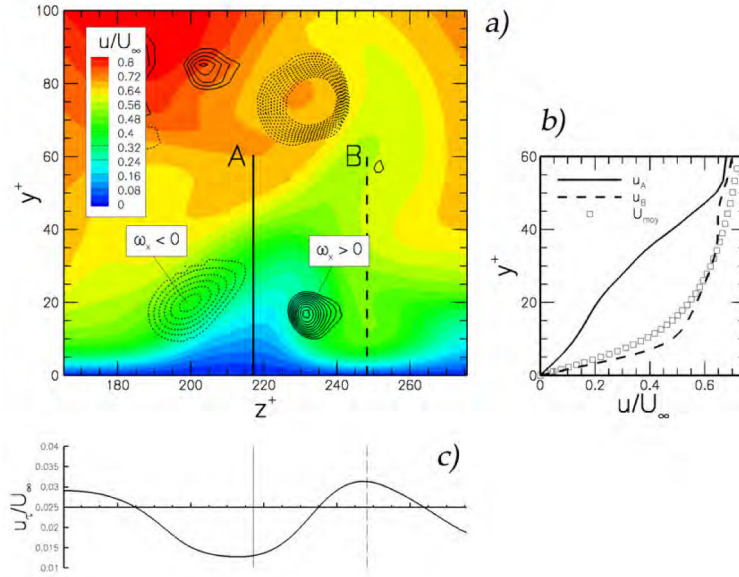


FIGURE 1.12 – Formation de *streaks* illustrée par l'analyse d'une simulation numérique directe (Pamiès [230]). a) Plan transverse à l'écoulement ; contours colorés par la vitesse longitudinale u ; lignes représentant des isovaleurs positives du critère Q (1.66) en présence de vorticité longitudinale positive (lignes continues) et négative (lignes pointillées). b) Comparaison avec le profil de vitesse moyenne des profils de vitesse instantanée sur les lignes A et B de a). c) Profil transverse de la vitesse de frottement à la même station que a). Tiré de Pamiès [230].

1.3.2 Structure élémentaire peuplant la zone externe à nombre de Reynolds modéré : le *hairpin*

Les premières observations dans la zone externe ont mis en évidence la présence de grandes structures tourbillonnaires ([259]) dont certaines dimensions se rapprochent de l'ordre de grandeur de l'épaisseur de couche limite δ . Certaines de leurs caractéristiques spatiales exprimées en unités de paroi ne sont donc pas universelles, contrairement aux *streaks* et aux tourbillons quasi-longitudinaux (TQL) proches paroi.

Theodorsen [311] propose une structure type, le *hairpin*, ou encore tourbillon en épingle à cheveux, fer à cheval ou arche selon l'allongement transverse de la structure. Le *hairpin* représente la structure cohérente rencontrée le plus fréquemment dans la zone externe à nombre de Reynolds modéré, comme vérifié par exemple dans les résultats expérimentaux et les simulations aux grandes échelles collectés par GadelHak et Hussain [93]. La forme en épingle à cheveux du *hairpin* est illustrée par la figure 1.13.

Le *hairpin* est constitué de plusieurs éléments de vorticité recourbés. Ses "jambes" sont des tourbillons quasi-longitudinaux contrarotatifs encadrant un *streak* basse vitesse. La tendance des TQL à s'arranger par paires contrarotatives près de la paroi peut en effet être visualisée à bas nombre de Reynolds à l'aide d'injection de fumée ([115], figure 1.14). Le prolongement des "jambes" vers l'aval et vers le haut est incliné jusqu'à un angle de 15° à 75° au sommet. Au niveau de la "tête" du *hairpin*, l'inclinaison de la structure dépend de la hauteur du *hairpin* et varie de 25° à 45° près de la paroi jusqu'à être quasi-verticale dans la région externe. L'inclinaison du "cou" du *hairpin* induit des fluctuations de vitesse dans le plan de symétrie appartenant au quadrant Q2 ($u' < 0, v' > 0$). La "tête" de la structure est un vortex transverse de même signe que la vorticité de l'écoulement moyen, et contribue à l'induction d'une zone basse vitesse entre les "jambes" du *hairpin*. Au delà de son caractère schématisé, le *hairpin* peut réellement être observé dans la zone externe de la couche limite, comme le montrent les visualisations expérimentales (figure 1.15). Les *hairpins* sont toutefois rarement symétriques comme sur le schéma fig. 1.13, et n'ont le plus souvent qu'une seule "jambe" (Panton [231]), d'autant plus qu'ils sont observés loin de la paroi (Carlier et

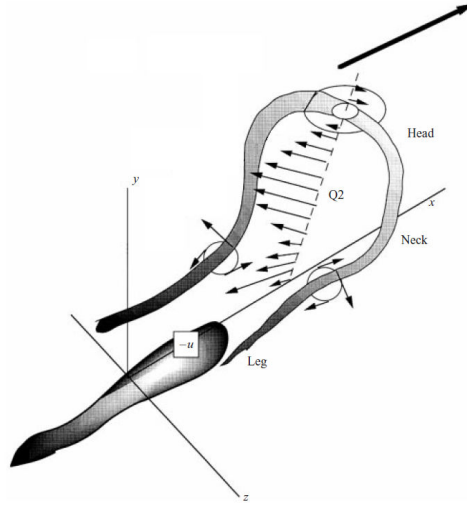


FIGURE 1.13 – Schéma d'un hairpin symétrique et de la vitesse induite par la structure cohérente. Tiré de [2].

Stanislas [25], Stanislas *et al.* [304]). L'asymétrie des *hairpins* tend à augmenter rapidement au cours de leur évolution (Smith *et al.* [289]). Le diamètre de la tête d'un *hairpin* est à peu près constant quelle que soit sa distance à la paroi, de l'ordre de 30 unités de paroi. Les jambes sont séparées d'environ 50 unités de paroi. Les dimensions latérales sont de l'ordre de 10 à 100 unités de paroi pour une grande variété de nombres de Reynolds [115] jusqu'à $Re_\theta = 10\,000$. La longueur typique d'un *hairpin* à nombre de Reynolds modéré est de l'ordre de 200 unités de paroi, mais ce dernier paramètre n'est pas universel dans la zone externe de la couche limite.

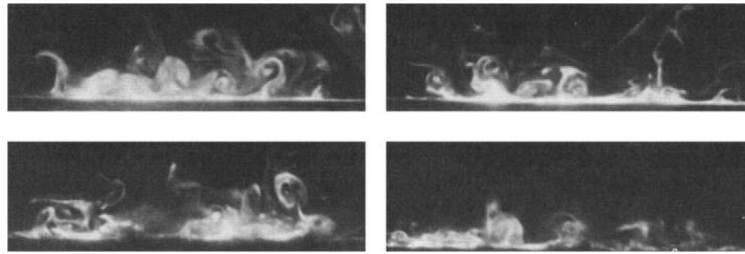


FIGURE 1.14 – Visualisation de paires de vortex quasi longitudinaux dans un plan transverse à l'écoulement, près de la paroi à Re_θ proche de 500. Tiré de [115].

La pertinence du *hairpin* comme représentation de la structure cohérente typique rencontrée dans la zone externe à nombre de Reynolds modéré conduit Smith *et al.* [289] à construire un modèle de la turbulence pariétale (portant en particulier sur le transfert de quantité de mouvement) reposant sur le *hairpin* asymétrique comme base d'un noyau turbulent ¹².

La dynamique de la vorticité permet d'expliquer la formation d'un *hairpin* par auto-induction à la suite d'une perturbation initiale, l'étirement des "jambes" permettant le renforcement de la vorticité ([289]). Le développement se fait vers l'aval, à un angle proche de 45  correspondant à la direction d'étirement principal liée au cisaillement moyen de la couche limite. Les *hairpins* pourraient donc naître près de la paroi, avant de croître jusqu'à la frontière de la couche limite ¹³. Certains

12. Soulignons que la notion de *hairpin* n'est pas seulement présente dans les écoulements turbulents pariétaux, et peut être rencontrée en particulier dans les couches de mélange (on peut citer par exemple l'étude de Simon *et al.* [286]).

13. D'autres origines sont toutefois envisageables pour certains *hairpins*, comme discuté dans la section 2.1.4.

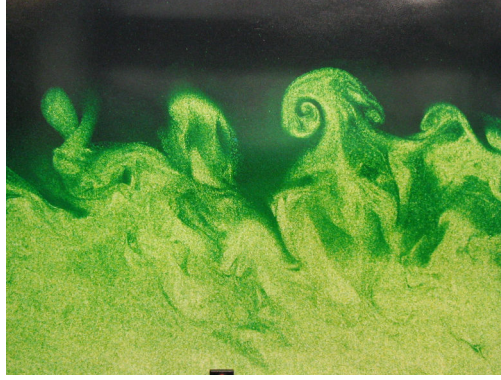


FIGURE 1.15 – Visualisation en soufflerie de structures de grande taille dans la zone externe de la couche limite turbulente. Tiré de [265], visualisation fournie par M. Stanislas, Laboratoire de Mécanique de Lille, France.

TQL proches paroi sont connectés à des *hairpins*, mais d'autres semblent se fondre dans la vorticité désorganisée en s'éloignant de la paroi ([149]). La zone interne semble donc influencer la dynamique externe d'une part à l'occasion d'éjections, d'autre part en raison de la croissance vers l'extérieur de structures tourbillonnaires (Robinson [259]). La génération de *hairpins* semble également pouvoir être liée à l'interaction avec d'autres *hairpins*, mettant en jeu la proximité de la paroi ou bien ayant lieu plus loin de la paroi ([289]). La question de l'origine du *hairpin* rejoint donc celle de l'interaction entre la zone interne et la zone externe. Une séparation marquée entre les échelles interne et externe n'étant atteinte que pour de grandes valeurs de Re_τ , cette question sera traitée plus en détail dans le chapitre 2 concernant la couche limite à grand nombre de Reynolds. Au préalable, la section suivante porte sur l'autonomie de la dynamique turbulente de la zone interne, qui peut s'auto-entretenir sans apport de la part de la zone externe. L'éventuelle modulation de ce cycle autonome proche paroi par la dynamique de la zone externe sera en revanche abordée dans le chapitre 2, car l'étude de cet autre aspect de l'interaction entre zone interne et externe nécessite également une séparation claire entre échelle interne et externe obtenue seulement à grand nombre de Reynolds.

1.3.3 Cycle autonome proche paroi

Les *streaks* présents dans la zone tampon sont induits par des tourbillons quasi-longitudinaux (§1.3.1)¹⁴. Les expériences numériques présentées dans [149] démontrent que ce processus joue un rôle important dans la dynamique turbulente de la zone tampon, car sa suppression artificielle laisse la place à une turbulence faible et fortement intermittente (le fait que la turbulence ne disparaisse pas totalement suggère toutefois l'existence d'autres mécanismes, de moindre importance relative). L'induction de *streaks* par des TQL est en effet liée à des éjections et balayages, et ces événements Q2 et Q4 contribuent à l'établissement d'une tension croisée de Reynolds $\langle u'v' \rangle < 0$ (§1.3.1) permettant l'extraction d'énergie cinétique du champ moyen par production turbulente (1.2.5.5).

Afin de déterminer si les *streaks* et TQL peuplant la zone tampon peuvent s'auto-régénérer sans contribution de la zone externe, des expériences de simulation numérique directe ont été réalisées, par exemple par Jiménez et Pinelli [149] jusqu'à $Re_\tau = 633$, en supprimant artificiellement les structures peuplant la zone externe (domaine de calcul plus étroit que la distance de corrélation transverse des grandes échelles de la zone externe, amortissement explicite des fluctuations localisées dans la région externe). Ces expériences numériques démontrent que la zone interne possède un cycle autonome de régénération de ses propres structures cohérentes (sa dynamique est modulée par la dynamique de la zone externe mais survit en l'absence de cette dernière).

14. On peut voir ce processus comme un basculement de la vorticité transverse (liée au profil de vitesse moyenne de la couche limite) sous l'action du gradient transverse de la vitesse normale à la paroi induite par les TQL, en s'inspirant de la formalisation proposée par Jiménez et Pinelli [149]. Une autre interprétation repose sur le basculement de la vorticité longitudinale sous l'action du cisaillement moyen ([129]).

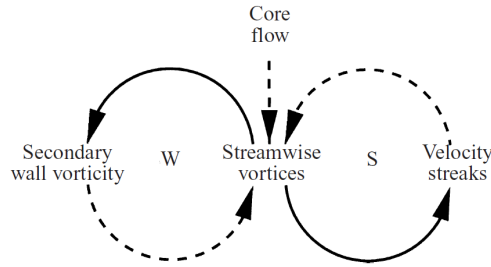


FIGURE 1.16 – Représentation schématique des mécanismes de régénération de la turbulence proche paroi considérés par Jiménez et Pinelli [149] (les flèches continues représentent les processus établis, tandis que l'importance des processus représentés en pointillé est évaluée par Jiménez et Pinelli [149]). Tiré de [149].

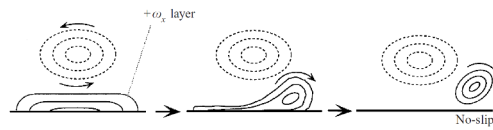


FIGURE 1.17 – Schéma de tourbillons secondaires induits par des TQL près de la paroi. Tiré de Schoppa et Hussain [277].

Les structures de la zone tampon étant principalement les *streaks* et les TQL qui les induisent, la régénération de la turbulence dans cette zone est liée à l'origine des TQL. Plusieurs processus envisagés pour expliquer la génération de TQL (fig. 1.16) cohabitent probablement.

Un premier mécanisme est le cycle de paroi (cycle W fig. 1.16), qui ne met en jeu que les TQL et la paroi. L'interaction entre un TQL et la paroi où s'applique la condition d'adhérence conduit à la formation contre la paroi d'une couche de vorticité de signe opposé à celle du TQL, qui se détache ensuite de la paroi sous l'induction du TQL et s'enroule en formant un tourbillon quasi-longitudinal secondaire qui devient un nouveau TQL, comme schématisé sur la figure 1.17. Dans le cycle de paroi, les TQL seraient donc à la fois à l'origine de la génération des *streaks* et de leur propre régénération. Toutefois, la relative insensibilité du processus de régénération de la turbulence dans la zone tampon selon qu'une condition d'adhérence ou de glissement est appliqué à la paroi ([326]) suggère que le processus de génération de vorticité secondaire par interaction visqueuse des TQL avec la paroi n'est pas le mécanisme dominant le cycle autonome de la région interne. En particulier, bien que ce processus soit artificiellement supprimé par Jiménez et Pinelli [149] en remplaçant la condition d'adhérence dans la direction transverse par une condition de contrainte nulle, de nouveaux TQL continuent de naître, et sont même plus intenses grâce au glissement transverse sur la paroi.

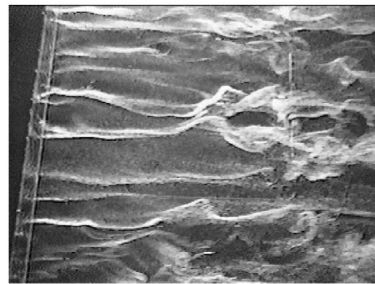


FIGURE 1.18 – *Streaks* basse vitesse observés par D. Bogard et S. Trujillo, University of Texas. Tiré de Panton [231].

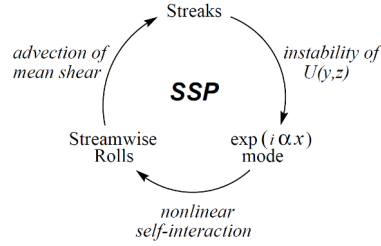


FIGURE 1.19 – Processus auto-entrenu (*self-sustaining process*) discuté par Waleffe et Kim [327]. Tiré de [327].

Une autre origine possible pour les TQL repose sur une instabilité sinueuse des *streaks* (Waleffe [326], Jiménez et Pinelli [149]), dont l'évolution temporelle peut conduire à la génération de TQL eux-mêmes source de *streaks*, conduisant au cycle de *streaks* (S) schématisé sur la figure 1.16. L'instabilité des *streaks* est suggérée par les visualisations expérimentales (fig. 1.18), et liée au phénomène de *burst* décrit par Kline *et al.* [161] (ce dernier étant toutefois difficile à définir dans le cadre de mesures temporelle en un point donné de la couche limite, car les variations temporelles peuvent à la fois provenir de la convection de structures turbulentes et de leur propre évolution temporelle). Le cycle autonome mettant en jeu les *streaks* et les TQL comme source mutuelle, schématisé figure 1.19, est décrit en détail par Waleffe et Kim [327]. Jiménez et Pinelli [149] montrent que le mécanisme d'auto-régénération de la turbulence dans la zone interne est dominé par le cycle de *streaks*. Ce mécanisme semble se réduire de façon universelle en échelle interne ([231]). En particulier, la période moyenne entre deux *bursts* dans une simulation numérique minimale ne conservant qu'un seul *streak* est de l'ordre de $T^+ = 400$ (Jiménez [145]).

La nature exacte de l'instabilité affectant les *streaks* est discutée par Jiménez et Pinelli [149], Panton [231] et Schoppa et Hussain [277]. Jiménez et Pinelli [149] soulignent le rôle des profils de vitesse inflexionnels sur les frontières des *streaks* et le rôle du cisaillement moyen. Schoppa et Hussain [277] étudient la génération de TQL proches paroi à l'aide de simulations numériques directes minimales de la zone proche paroi dans l'écoulement de canal. Leur étude est complétée par une analyse de perturbation linéaire autour d'un écoulement de base constitué par le profil de vitesse moyenne et par des *streaks* basse vitesse invariants en temps et dans la direction longitudinale. Les variations longitudinales des perturbations initiales jouent un rôle crucial dans leur croissance. Schoppa et Hussain [277] identifient deux mécanismes physiques distincts causant l'instabilité des *streaks*. D'une part, les *streaks* les plus intenses, qui sont peu nombreux en pratique, possèdent des modes normaux sinueux qui sont linéairement instables, mais avec une amplification modérée et limitée par des effets visqueux. D'autre part, un mécanisme de croissance transitoire linéaire de modes non-normaux permet une forte amplification de perturbations transverses des *streaks* (y compris les nombreux *streaks* peu intenses et linéairement stables pour les modes normaux). Schoppa et Hussain [277] montrent que ce mécanisme se concentre au niveau de couches de cisaillement bordant les *streaks* (vorticité normale à la paroi, perturbation sinueuse), comme suggéré par Jiménez et Pinelli [149], et non pas au niveau de la couche de cisaillement libre située au-dessus du *streak* (vorticité transverse, perturbation variqueuse). En particulier, l'énergie cinétique de la perturbation augmente lors de la croissance transitoire par l'interaction avec le cisaillement de l'écoulement de base décrite par le terme de production d'énergie cinétique de la perturbation principalement présent au niveau des flancs des *streaks*. Au cours de la croissance transitoire, le *streak* devient de plus en plus sinueux. Les amplitudes finalement atteintes permettent une amplification non linéaire de la vorticité longitudinale qui conduit à la formation de TQL. Cette dernière étape n'est pas le résultat de l'enroulement d'une nappe de vorticité, ni d'une interaction visqueuse avec la paroi. Elle résulte en effet d'un processus d'étirement tourbillonnaire causé par un gradient de vitesse induit par le caractère sinueux du *streak* ([277]). Plusieurs vortex de signes opposés sont alors obtenus à différentes positions longitudinales et de part et d'autre d'un même *streak*. La perturbation transverse initiale

à l'origine de la croissance transitoire peut être causée par d'autres tourbillons quasi-longitudinaux plus ou moins marqués ou par une "jambe" de *hairpin*, mais ne nécessite pas en soi la présence d'un vortex intense, permettant ainsi la formation de TQL à partir des nombreux *streaks* linéairement stables sans TQL intenses pré-existants.

Schoppa et Hussain [277] soulignent enfin que leur analyse de perturbation sous forme de croissance transitoire linéaire d'un *streak* invariant selon x sous l'action d'une perturbation dépendant de x et de génération non-linéaire de TQL pourrait constituer la deuxième étape d'une analyse de la perturbation de l'écoulement moyen (sans *streaks*). La première étape, linéaire, serait la génération par croissance transitoire d'un *streak* basse vitesse d'amplitude finie et invariant selon x consécutivement à une perturbation indépendante de x dont la composante de vitesse normale à la paroi induit un soulèvement de fluide à l'origine du *streak*. Ces deux étapes décriraient alors le cycle turbulent auto-entretenu.

Le cycle autonome proche paroi ne nécessite donc pas d'apport d'énergie de la part de la turbulence présente dans la zone externe, mais tire sa production d'énergie cinétique turbulente de l'interaction avec le cisaillement moyen dans la zone interne, dont le rôle dans la dynamique des TQL et des *streaks* est apparu au cours de la présente discussion. Cela souligne le lien entre les structures cohérentes de la zone interne (§1.3.1) et le pic de production d'énergie cinétique turbulente dans la zone tampon à nombre de Reynolds modéré (fig. 1.10). Cependant, le fait que la dynamique de la zone tampon se maintienne sans apport de la zone externe ne signifie pas que les fluctuations turbulentes de la zone externe ne peuvent pas moduler la dynamique proche paroi ou avoir une trace près de la paroi superposée à cette dynamique autonome ([231]). L'isolation d'un tel effet est possible à grand nombre de Reynolds (séparation entre échelle interne et externe) et sera abordée dans le chapitre 2. D'autre part, l'excès de production d'énergie cinétique turbulente dans la zone tampon en comparaison avec la pseudo-dissipation ayant lieu sur place, souligné par la figure 1.10, conduit à une diffusion d'énergie cinétique turbulente non seulement vers la paroi, mais aussi vers la zone externe de la couche limite. Ce dernier point est abordé à nombre de Reynolds modéré dans la section suivante.

1.3.4 Cascade inverse d'énergie

L'excès de production d'énergie cinétique turbulente dans la zone tampon en comparaison avec la pseudo-dissipation (fig. 1.10) est à l'origine d'une diffusion d'énergie cinétique turbulente de la zone tampon vers la zone externe. Dans le cas d'un écoulement de canal, Jiménez [141] met en regard l'excès de production (figure 1.20, gauche) et le flux d'énergie résultant de la diffusion turbulente et de la diffusion liée aux fluctuations de pression, $\Phi = \langle v'(p'/\rho + 1/2u'_i u'_i) \rangle$ (figure 1.20, droite). $\Phi(y)$ est le flux à la hauteur y , défini de sorte à ce qu'il soit positif lorsqu'il est orienté de la paroi vers l'extérieur, et sa contribution au terme de diffusion D_i du bilan d'énergie cinétique turbulente (1.60) est donc égale à $-\partial_y \Phi$. La contribution de la pression, qui dans un écoulement incompressible est une grandeur non locale dépendant du champ de vitesse en d'autres points de l'écoulement (§1.2.2), complique toutefois l'interprétation du flux local $\Phi(y)$. La figure 1.20 souligne l'importante diffusion d'énergie cinétique turbulente en provenance de la zone tampon et en direction du centre du canal ($\Phi > 0$ indiquant un flux orienté de la paroi vers l'extérieur). Jiménez [141] qualifie pour cette raison le cycle autonome proche paroi de "moteur" de la turbulence pariétale à nombre de Reynolds modéré. De plus, le flux Φ est quasi-constant dans une région intermédiaire de quasi-équilibre local entre production et pseudo-dissipation au plus grand nombre de Reynolds considéré fig. 1.20.

Bien que la zone de sillage de la couche limite de plaque plane à gradient de pression nul soit très différente de la zone centrale de l'écoulement de canal (contrairement à leurs zones tampons respectives), on vérifie dans la couche limite à nombre de Reynolds modéré que le bilan de la diffusion turbulente indique également un gain d'énergie cinétique turbulente dans la partie supérieure de la zone de sillage (figure 1.21), tandis que la zone tampon est caractérisée par un excès significatif de production (figure 1.10). La conclusion de Jiménez [141] concernant l'écoulement de canal semble donc s'appliquer aussi à la couche limite à gradient de pression nul et nombre de Reynolds modéré.

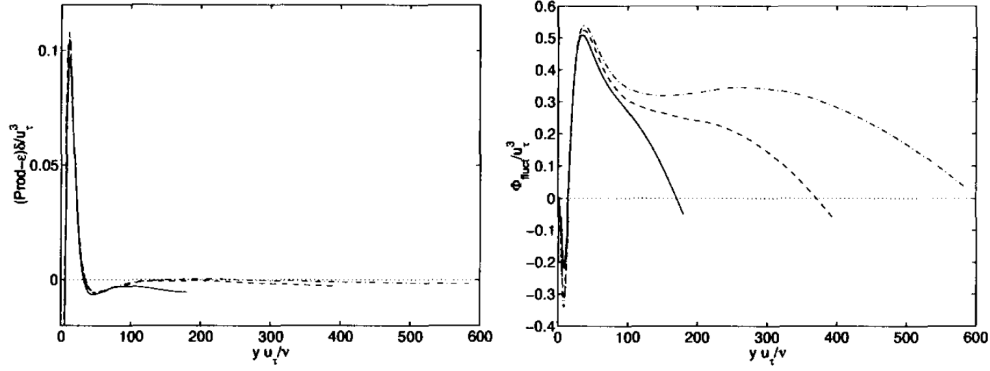


FIGURE 1.20 – Excès local de production d'énergie cinétique turbulente $P - \epsilon'$ (éq. 1.60) (gauche) et flux d'énergie cinétique turbulente par diffusion turbulente et liée à la pression $\Phi = \langle v'(p'/\rho + 1/2 u'_i u'_i) \rangle$ (droite) en unités de paroi. Écoulement de canal (DNS), — : $Re_\tau = 180$; - - - : $Re_\tau = 395$; - · - : $Re_\tau = 590$. Tiré de [141].

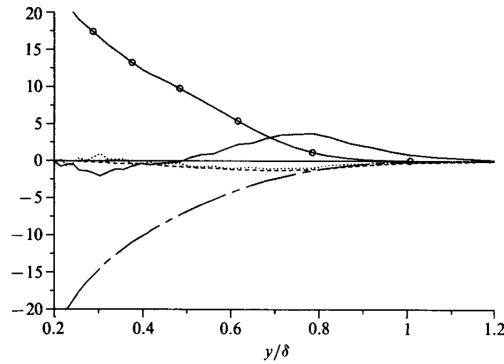


FIGURE 1.21 – Termes du bilan de $2k = \langle u'^2 \rangle + \langle v'^2 \rangle + \langle w'^2 \rangle$ (double de l'équation (1.65)), normalisés par u_τ^3/δ , dans la zone externe de la couche limite à gradient de pression nul et à $Re_\theta = 1\,410$ (simulation numérique directe de Spalart [293]). - o - : production; — : diffusion turbulente; - - - : advection; — · — : pseudo-dissipation; · · · : diffusion liée à la pression. Tiré de [293].

Par ailleurs, la zone externe est peuplée à nombre de Reynolds modéré par des structures cohérentes énergétiques dont un modèle représentatif est le *hairpin* (§1.3.2). Plus un *hairpin* se trouve loin de la paroi, plus il peut atteindre une dimension verticale importante, d'autant plus que la théorie des structures attachées de Townsend [314] (décrite dans la section 2.1.2) suggère que les *hairpins* peuvent être des structures attachées, *i.e.* de taille commensurable à leur distance à la paroi y . La diffusion d'énergie cinétique turbulente de la zone tampon vers l'extérieur avec un flux Φ quasi-constant dans une région intermédiaire à nombre de Reynolds suffisamment grand, et l'augmentation de la taille des structures cohérentes énergétiques typiques rencontrées en s'éloignant de la paroi, suggèrent l'image d'une cascade inverse. Cette cascade inverse d'énergie, introduite par Jiménez [141] et schématisée sur la figure 1.22, est caractérisée par un transfert d'énergie cinétique des petites structures les plus proches de la paroi vers les plus grandes structures plus loin de la paroi. Cette représentation est compatible avec la croissance des *hairpins* sous l'effet de l'étirement causé par le cisaillement moyen (§1.3.2). Jiménez [141] souligne toutefois que l'étude du flux d'énergie cinétique turbulente ne permet pas de déterminer si les petites structures proches de la paroi survivent lors de leur croissance et peuvent ainsi atteindre la région centrale du canal et y transférer leur énergie. On peut en effet imaginer que le transfert ne résulte pas exclusivement de contributions de structures qui ont été des petites structures proches de la paroi dans le passé, ou que le transfert se fasse par interaction entre des structures distinctes et non pas par évolution d'une structure donnée. En particulier, Jiménez [141] insiste sur le fait que dans la zone où le flux diffusif Φ est quasi-constant, le bilan du terme de diffusion associé $-\partial_y \Phi$ est petit en comparaison avec la production locale. De plus, le flux moyen d'énergie cinétique turbulente Φ n'est qu'une valeur résiduelle résultant d'un flux d'énergie instantané prenant des valeurs beaucoup plus élevées et parfois orientées vers la paroi, parfois orientées vers l'extérieur ([141])¹⁵.

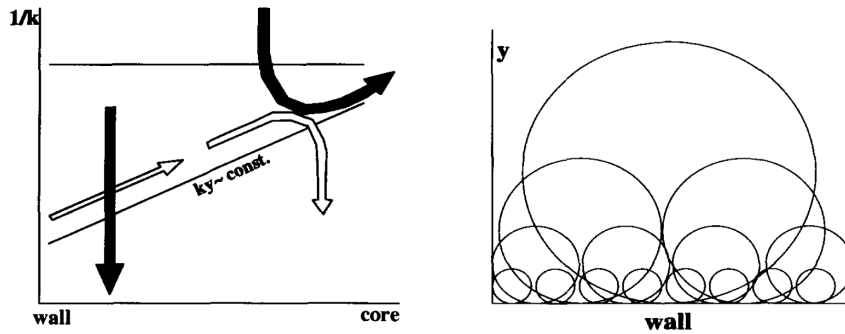


FIGURE 1.22 – Schéma des deux cascades d'énergie cinétique turbulente en turbulence pariétale. Tiré de [141].

Par ailleurs, la cascade inverse d'énergie cinétique turbulente coexisterait avec une cascade directe d'énergie cinétique turbulente ayant lieu localement dans l'espace physique, et des grandes vers les petites structures dans l'espace spectral ([141]), conformément à la cascade identifiée usuellement dans les écoulements turbulents homogènes (§1.2.4). On peut toutefois noter que l'observation nette d'une cascade directe d'énergie à travers une zone inertielle de l'espace spectral nécessite des valeurs élevées du nombre de Reynolds caractérisant la turbulence. En outre, l'existence d'une large zone de quasi-équilibre entre production et pseudo-dissipation dans l'espace physique n'est possible qu'à grand nombre de Reynolds. De plus, la cascade inverse est liée à la problématique de l'interaction entre zones interne et externe, dont les échelles ne sont nettement séparées qu'à grand nombre de Reynolds. La notion de cascade inverse est donc abordée plus en détail dans le chapitre 2.

15. Jiménez [141] note également que la cascade inverse d'énergie cinétique turbulente coïncide avec un transfert de quantité de mouvement moyenne, qui dans une zone de cisaillement total constant se fait à flux constant (de l'ordre de u_τ^2 dans la zone logarithmique, orienté vers la paroi).

Points clés :

- ▶ **Choix de la couche limite** de plaque plane incompressible en développement spatial à gradient de pression nul :
 - **Aérodynamique externe** : développement spatial, gradients de pression modérés, faibles effets de la compressibilité sur la turbulence pariétale.
 - **Bases de données** (expérience, simulation numérique directe).
- ▶ **Approches classiques de la turbulence pariétale** :
 - Approche **statistique**. Moyenne de Reynolds, équations moyennées, hypothèses de couche limite, bilans d'énergie.
 - Approche **spectrale**. Échelles de longueur des fluctuations, cascade directe d'énergie.
 - **Structures cohérentes**, visualisables à nombre de Reynolds modéré. Interprétation des bilans d'énergie par la dynamique des fluctuations turbulentes.
- ▶ **Dynamique turbulente pariétale à nombre de Reynolds modéré** :
 - **Cycle autonome proche paroi** : auto-régénération des fluctuations turbulentes dans la zone tampon sans apport de la zone externe.
 - **Diffusion d'énergie** de la zone tampon (excédentaire) vers la zone de sillage.
 - **Cascade inverse d'énergie cinétique turbulente**. Transfert d'énergie des petites structures proches de la paroi vers les plus grandes structures plus loin de la paroi.
- ▶ La **zone tampon** est-elle toujours le "**moteur**" de la turbulence pariétale à plus grand nombre de Reynolds ? \leftrightarrow Chapitre 2
- ▶ Quelles sont les **interactions entre la zone interne et la zone externe** ?
 - **Grand nombre de Reynolds** nécessaire pour une séparation nette entre les échelles interne et externe \leftrightarrow Chapitre 2

Approche bibliographique des spécificités de la couche limite à grand nombre de Reynolds

« Les ordinateurs sont inutiles. Ils ne savent que donner des réponses. »

- Pablo Picasso -

2.1	Cadre d'interprétation communément utilisé pour l'étude de la couche limite à grand nombre de Reynolds	67
2.1.1	Plus petites échelles dynamiquement actives dans la couche limite à gradient de pression nul	67
2.1.2	Théorie des structures attachées de Townsend	68
2.1.3	Le paradigme du paquet de <i>hairpins</i>	69
2.1.4	Origine des paquets de <i>hairpins</i>	70
2.2	Bilan d'énergie cinétique turbulente à grand nombre de Reynolds	72
2.2.1	Production et flux spatial d'énergie cinétique turbulente à grand nombre de Reynolds	72
2.2.2	Décomposition du flux d'énergie cinétique turbulente selon les échelles de longueur	74
2.3	Propriétés de la couche limite spécifiques aux grands nombres de Reynolds	76
2.3.1	Évolution des tensions de Reynolds avec le nombre de Reynolds	77
2.3.2	Évolution du spectre longitudinal de vitesse longitudinale avec le nombre de Reynolds	78
2.3.3	Superstructures	80
2.4	Interactions entre la zone interne et la zone externe	83
2.4.1	Influence de la zone externe sur la zone interne	83
2.4.2	Origine possible des superstructures dans des structures cohérentes plus petites	86
2.4.3	Remise en cause de la définition classique des zones de la couche limite	87
2.5	Indices d'une relative autonomie de la zone externe	90
2.5.1	Hypothèse de Townsend et paroi rugueuse	90
2.5.2	Expériences numériques suggérant l'autonomie de la zone externe	91
2.5.3	Perturbations les plus amplifiées	94

La description classique de la couche limite turbulente incompressible de plaque plane à gradient de pression nul et à nombre de Reynolds modéré (chapitre 1) a mis en valeur la nécessité d'étudier la couche limite à plus grand nombre de Reynolds pour aborder la problématique de l'interaction entre zone interne et zone externe. En effet, le nombre de Reynolds $Re_\tau = \delta/(\nu/u_\tau)$ caractérise la séparation entre les échelles de longueur de la zone externe δ et de la zone interne ν/u_τ . L'accommodation de la dynamique turbulente à cette séparation d'échelles pose inévitablement la question de l'interaction entre zones, comme souligné par Klewicki *et al.* [159]. Cette problématique revêt une importance cruciale pour toute stratégie de simulation numérique qui ne procurerait pas le même degré de résolution des fluctuations turbulentes dans la zone interne que dans la zone externe, comme abordé au chapitre 3. Une autre motivation de l'étude de la couche limite à grand nombre de Reynolds est liée à son omniprésence dans les applications aéronautiques, illustrée par la figure 1.1. Certains phénomènes physiques sont observés spécifiquement à grand nombre de Reynolds, et contribuent significativement à des propriétés de la couche limite d'importance pour les applications en ingénierie. Le présent chapitre présente de façon non exhaustive certains résultats établis dans la littérature concernant ces phénomènes, leur origine, leur importance et les questions restant ouvertes les concernant. Le cadre de lecture adopté est motivé par une question centrale, liée à la simulation numérique en aérodynamique appliquée : quelle est l'importance des différentes zones de la couche limite et des différentes échelles de longueur des fluctuations turbulentes dans la dynamique de l'ensemble de la couche limite et dans l'établissement de ses propriétés globales ?

La difficulté d'étude de la couche limite à grand nombre de Reynolds vient précisément de la forte séparation d'échelles caractérisée par Re_τ , qui est à l'origine d'une très grande diversité d'échelles de longueurs de fluctuations turbulentes. Cet enrichissement dynamique avec le nombre de Reynolds peut être visualisé expérimentalement par injection de fumée (figure 2.1). Les grandes structures cohérentes de la zone externe sont alors caractérisées par un grand nombre de Reynolds, si bien que leur réalisation instantanée ne peut pas être interprétée de façon aussi claire que celle des structures cohérentes à nombre de Reynolds modéré (§1.3). Cela en motive la description statistique, par exemple à l'aide de moyennes conditionnelles ([143]).

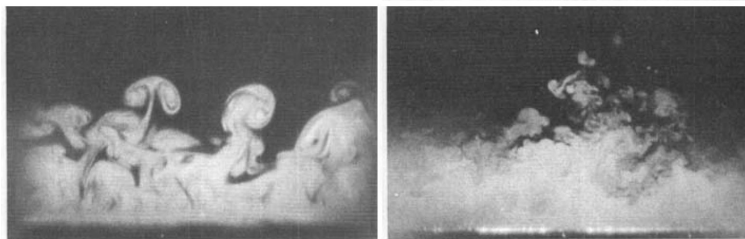


FIGURE 2.1 – Visualisations par injection de fumée dans la couche limite turbulente, dans un plan transverse incliné à 45° vers l'amont en partant de la paroi, à $Re_\theta = 600$ (gauche) et $Re_\theta = 9\,400$ (droite). Tiré de Head et Bandyopadhyay [115].

Dans la présente étude, on considère que la couche limite est caractérisée par un grand nombre de Reynolds à partir de $Re_\theta = 10^4$. Le seuil d'apparition de spécificités liées aux grands nombres de Reynolds dépend toutefois de la caractéristique observée, et une justification de la valeur $Re_\theta = 10^4$ apparaîtra au fil de la discussion bibliographique et de l'étude. En raison des différences existant en particulier dans la zone externe entre l'écoulement de canal ou de conduite circulaire et la couche limite en développement spatial, et compte tenu de la pertinence de cette dernière pour les applications en aérodynamique externe, la discussion qui suit est focalisée sur la couche limite. Certains résultats établis pour un écoulement de canal sont toutefois considérés lorsqu'il y a lieu de penser qu'ils sont transposables mais que leur équivalent dans la couche limite n'est pas disponible dans la littérature. On trouve par ailleurs des revues bibliographiques dédiées à la turbulence pariétale à grand nombre de Reynolds incluant les écoulements et phénomènes qui n'ont pas été retenus dans

le cadre de la présente étude, en particulier Jiménez [143, 145] et Smits *et al.* [292].

2.1 Cadre d'interprétation communément utilisé pour l'étude de la couche limite à grand nombre de Reynolds

2.1.1 Plus petites échelles dynamiquement actives dans la couche limite à gradient de pression nul

Comme suggéré par les visualisations (fig. 2.1), la dynamique turbulente dans la zone externe de la couche limite à grand nombre de Reynolds peut être elle-même caractérisée localement par un grand nombre de Reynolds. Cela conduit à la définition de l'échelle de Corrsin [48], limite supérieure de l'échelle de longueur des fluctuations turbulentes pouvant être considérées comme approximativement isotropes, conformément à l'image de la cascade directe d'énergie cinétique turbulente (§1.2.4, Saddoughi et Veeravalli [262]). Les structures quasi-isotropes sont celles d'échelle de longueur λ et d'échelle de vitesse u_λ telles que leur temps caractéristique λ/u_λ est petit devant le temps caractéristique S^{-1} lié au cisaillement moyen $S = \partial_y \langle u \rangle$. Dans la zone inertielle du spectre, u_λ est de l'ordre de $(\epsilon\lambda)^{1/3}$ ([145]), et l'échelle de longueur de Corrsin L_c est définie par l'égalité entre λ/u_λ et S^{-1} , ce qui fournit la relation :

$$L_c = \sqrt{\epsilon/S^3} \quad (2.1)$$

La longueur de Corrsin peut se réécrire $L_c = L_\epsilon/S^{*3/2}$, où $L_\epsilon = (2k)^{3/2}/\epsilon$ et $S^* = 2Sk/\epsilon$. L_ϵ est l'échelle intégrale de l'énergie cinétique turbulente (qui est du même ordre que l'échelle intégrale $L_{11,1}$ à l'équilibre, comme discuté §1.2.4). Le paramètre S^* est approximativement constant lorsque production et dissipation sont en équilibre, comme c'est le cas de façon approchée dans la zone logarithmique (fig. 1.10) où S^* est proche de 10 ([145]). Dans ce dernier cas, la longueur de Corrsin L_c est proportionnelle à l'échelle intégrale L_ϵ . En revanche, S^* prend des valeurs élevées dans la zone tampon ([145]).

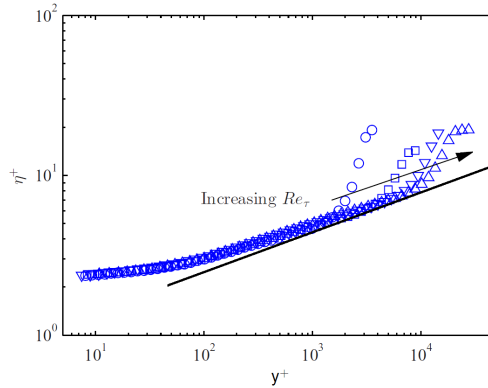


FIGURE 2.2 – Échelle de Kolmogorov η^+ en fonction de la distance à la paroi y^+ dans la couche limite à gradient de pression nul à $Re_\tau = 2\,800, 7\,300, 13\,600$ et $19\,030$. Adapté de de Silva *et al.* [57]. La ligne continue représente la relation $\eta^+ = \kappa^{1/4} y^{+1/4}$ pour $\kappa = 0.384$.

Dans la zone logarithmique, en supposant que la production et la dissipation sont en équilibre, que la tension croisée de Reynolds est de l'ordre de $-\langle u'v' \rangle \approx u_\tau^2$ et que le cisaillement moyen est proche de $S \approx u_\tau/(\kappa y)$ (§1.2.5), on obtient $L_c \approx \kappa y$ (Jiménez [145] suggère $L_c \approx 0.3y$ dans la zone logarithmique). De plus, l'échelle de Kolmogorov définie par $\eta = (\nu^3/\epsilon)^{1/4}$ (1.22) est donnée par $\eta \approx (\nu^3/(u_\tau^3/(\kappa y)))^{1/4} = \kappa^{1/4} y y^{+3/4}$ ([310]) dans la zone logarithmique avec ces hypothèses, ou encore $\eta^+ \approx \kappa^{1/4} y^{+1/4}$. En considérant que l'échelle intégrale est de l'ordre de κy dans la zone logarithmique ([310]), ce qui est consistant avec la théorie des structures attachées de Townsend [314]

(§2.1.2), le rapport entre les grandes échelles de longueur et les plus petites échelles dynamiquement actives $\kappa y/\eta$ dans la zone logarithmique est donc estimé par $\kappa y/\eta \approx (\kappa y^+)^{3/4}$ ([143]). La borne supérieure de la zone logarithmique $y^+ \approx 0.15 Re_\tau$ (§1.2.5.3) augmente avec le nombre de Reynolds, si bien que la diversité des échelles dynamiquement actives dans le haut de la zone logarithmique croît avec Re_τ .

L'échelle de Kolmogorov estimée expérimentalement dans la couche limite est représentée figure 2.2, mettant en valeur la pertinence de la relation $\eta^+ \approx \kappa^{1/4} y^{+1/4}$ dans la zone logarithmique. Stanislas *et al.* [304] observent de plus que le rayon et l'intensité des vortex identifiés dans la zone logarithmique lors de l'étude expérimentale de la vorticité longitudinale à grand nombre de Reynolds varient peu avec le nombre de Reynolds et avec la distance à la paroi s'ils sont adimensionnés par les échelles de Kolmogorov locales. En particulier, le rayon le plus probable d'un vortex est proche de 10η . Cette conclusion est généralisée par Herpin *et al.* [116] au cas de la vorticité transverse (*i.e.* orientée selon l'envergure z).

Les grandes structures présentes dans la zone logarithmique à grand nombre de Reynolds étant caractérisées par un grand nombre de Reynolds, une description non visqueuse en semble possible, comme proposé par Townsend [314] avec la théorie des structures attachées présentée dans la section suivante.

2.1.2 Théorie des structures attachées de Townsend

Pour représenter les grandes structures cohérentes portant l'essentiel de la tension croisée de Reynolds dans la zone externe de la couche limite (*e.g. hairpins* à nombre de Reynolds modéré (§1.3.2)), Townsend [314] suppose que ces structures sont attachées à la paroi en raison de leur grande taille, et propose de considérer la superposition de structures de différentes tailles mais géométriquement semblables. Ces structures attachées sont en contact avec la paroi, qui dans une description non visqueuse impose la condition d'imperméabilité mais autorise une vitesse non nulle tangentiellement à la paroi. La théorie des structures attachées permet donc de représenter l'effet de blocage des fluctuations turbulentes verticales par la paroi. Cela motive la distinction entre structure cohérente active au sens de Townsend [314], *i.e.* contribuant significativement à la tension croisée de Reynolds $\langle u'v' \rangle$ (dont on a vu le rôle dans les bilans de quantité de mouvement (1.27) et d'énergie cinétique (1.60)), et structure cohérente inactive. L'effet non-visqueux de blocage par la paroi suggère que la partie inférieure d'une structure attachée est inactive tandis que sa partie supérieure peut être active. Pour concilier ces notions avec la condition d'adhérence à la paroi, on peut définir une structure attachée comme une structure cohérente porteuse d'énergie et dont la taille est proportionnelle à sa distance à la paroi ([129]). Les fluctuations de vitesse tangentielles à la paroi portées par le pied des structures attachées sont encore présentes dans la zone tampon, où la vitesse normale est en revanche déjà bloquée en partie par la présence de la paroi. La condition d'adhérence est finalement assurée à travers la sous-couche visqueuse.

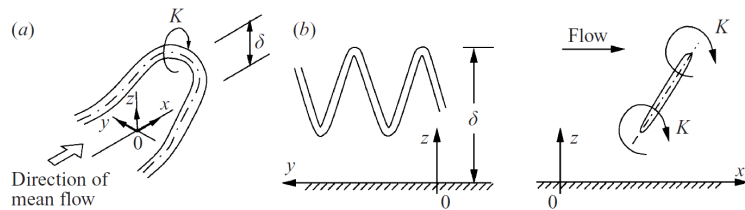


FIGURE 2.3 – Schéma des structures de type A (a) et B (b) du modèle de Perry et Marusic [238]. Tiré de [240].

L'étude de la turbulence pariétale ([236], [237]) a permis l'établissement d'un modèle basé sur la théorie des structures attachées par Perry et Marusic [238] [239]. Ce modèle considère la répartition aléatoire de structures cohérentes attachées (structures de type A fig. 2.3) qui sont géométriquement semblables et représentées par une distribution de vorticité induisant un champ de vitesse calculé à

l'aide de la loi de Biot et Savart. Ces structures participent d'une part au cisaillement moyen par leur apport de vorticité transversale, et d'autre part aux fluctuations de vitesse. La densité de structures en fonction de leur taille peut être déterminée par le profil de vitesse moyenne, qui est fourni par une loi logarithmique et de sillage pour la zone externe (1.46), et par le profil de tension croisée de Reynolds déduit du profil de vitesse moyenne en négligeant la tension visqueuse dans le bilan de quantité de mouvement (1.27). Perry et Marusic [238] montrent que le modèle ne peut être en accord avec l'expérience qu'à condition d'ajouter des structures d'un autre type (structures de type B dans leur modèle) qui sont nécessaires pour la description du sillage de la couche limite et sa réponse au gradient de pression tandis que les structures de type A permettent d'obtenir la loi logarithmique de la vitesse moyenne. Les structures de type B sont attachées au sens de Townsend [314] car leur taille est commensurable à leur distance   la paroi, mais contrairement aux structures de type A, elles ne s'étendent pas jusqu'à la paroi. La figure 2.3 reproduit les représentations typiques des structures de type A et B du modèle de Perry et Marusic [238] (l'éventualité que les structures de type B ne respectent pas le fait que le champ de vorticité doit être solénoïdal n'est pas considérée comme une défaut majeur, [334]). Enfin, les structures plus petites associées aux zones inertielle et dissipative du spectre, supposées être détachées de la paroi et avoir une contribution négligeable à la tension croisée de Reynolds en comparaison avec les grandes structures de type A et B sont regroupées dans la catégorie des structures de type C, permettant l'utilisation du modèle de Perry et Marusic [238] pour la description spectrale des fluctuations turbulentes.

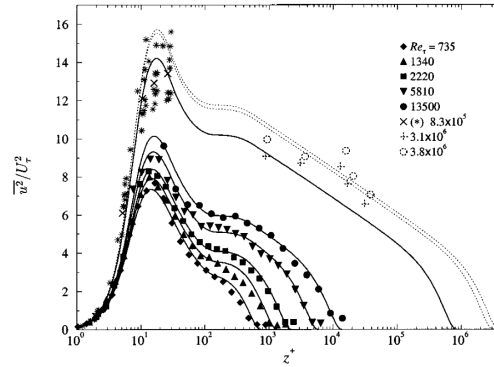


FIGURE 2.4 – Comparaison du modèle de Marusic et Kunkel [196] avec des mesures expérimentales de $\langle u'^2 \rangle$. Tiré de [196].

La théorie des structures attachées permet la description par Townsend [314], confirmée par le modèle de Perry et Marusic [238], de profils logarithmiques pour $\langle u \rangle(y)$, $\langle u'^2 \rangle(y)$ et $\langle w'^2 \rangle(y)$ dans la partie inférieure de la zone logarithmique tandis que $\langle v'^2 \rangle(y)$ et $\langle u'v' \rangle(y)$ seraient relativement constants dans cette zone. Le modèle peut également être étendu à la représentation des effets visqueux dans la zone interne, fournissant par exemple un modèle prédictif de $\langle u'^2 \rangle(y)$ dans l'ensemble de la couche limite (Marusic *et al.* [202], Marusic et Kunkel [196]) illustré par la figure 2.4. La théorie des structures attachées permet d'autres applications, par exemple la génération de turbulence synthétique pour la simulation numérique ([306]) ou un modèle des fluctuations de pression pariétale ([3]).

Bien que le modèle de Perry et Marusic [238] fournisse une représentation statistique satisfaisante de la turbulence pariétale, en particulier des tensions de Reynolds, l'hypothèse d'une répartition aléatoire des structures cohérentes dans le plan horizontal n'est pas représentative de l'existence d'une organisation spatiale préférentielle de ces structures abordée dans la section suivante.

2.1.3 Le paradigme du paquet de *hairpins*

L'observation expérimentale des structures cohérentes dans la zone externe par vélocimétrie par image de particules (PIV) en met en valeur l'organisation spatiale. En particulier, l'étude de Adrian *et al.* [2] à des nombres de Reynolds allant de $Re_\theta = 930$ à 6 845 montre que les *hairpins* tendent à

s'aligner longitudinalement à quelques centaines d'unités de paroi les uns des autres, avec un éventuel décalage transverse autorisant une certaine sinuosité du train de *hairpins*. Adrian *et al.* [2] proposent le paradigme du paquet de *hairpins* comme base pour la description des structures cohérentes. La superposition des vitesses induites par chaque *hairpin* est à l'origine de zones de vitesse longitudinale quasi-uniforme associées aux paquets, ces derniers pouvant être eux-mêmes imbriqués les uns dans les autres, conduisant à la superposition de leurs effets, comme schématisé sur la figure 2.5. Chaque paquet a une forme inclinée vers le haut en direction de l'aval, avec un angle moyen de 12° . A $Re_\theta = 7\,705$, les paquets observés par Adrian *et al.* [2] ont une longueur la plus probable égale à 1.3δ et une longueur maximale de 2.3δ . Le paquet de *hairpin* est donc une représentation des grandes structures cohérentes, ou LSM (*large scale motions*). Comme l'espacement entre *hairpins* semble s'exprimer en variables internes tandis que la taille d'un paquet semble suivre plutôt l'échelle externe, le nombre de *hairpins* par paquet augmente avec le nombre de Reynolds ([2]). Par ailleurs, les plus petits paquets, proches de la paroi, pourraient être liés aux *streaks* basse vitesse proches de la paroi décrits dans la zone tampon (§1.3.1), expliquant ainsi pourquoi les *streaks* sont bien plus longs que les TQL proches paroi (qui seraient vus comme les jambes de *hairpins* appartenant à de petits paquets).

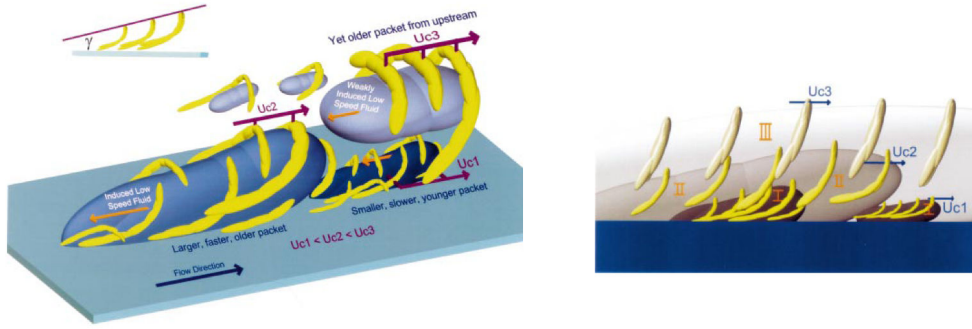


FIGURE 2.5 – Schémas idéalisés de l'organisation des *hairpins* en paquets à l'origine de zones de vitesse longitudinale quasi-uniforme. Tiré de [2].

Adrian *et al.* [2] notent que l'alignement des *hairpins* peut être à l'origine d'une corrélation longitudinale de u' sur une distance plus grande que pour v' , si bien que le paquet peut à la fois représenter une structure inactive à sa propre échelle (plusieurs δ) et des structures actives à l'échelle d'un *hairpin*, au sens des structures attachées de Townsend [314]. Enfin, une partie des structures observées par Adrian *et al.* [2] est moins cohérente et plus complexe que les paquets de *hairpins*. Les observations de Dennis et Nickels [75] par PIV résolue en temps à $Re_\theta = 4\,700$ présentent toutefois des réalisations instantanées claires de paquets de *hairpins*, et les moyennes conditionnelles réalisées mettent très clairement en évidence l'organisation moyenne des *hairpins* sous la forme de paquets semblables à la schématisation fig. 2.5. Cela pose toutefois la question de l'origine des paquets de *hairpins*, qui pourrait être liée à l'alignement de *hairpins* pré-existants ou à la naissance de *hairpins* sous l'effet d'un *hairpin* plus ancien, comme abordé dans la section suivante.

2.1.4 Origine des paquets de *hairpins*

L'origine des *hairpins* a déjà été abordée §1.3.2, mais la possibilité que des *hairpins* naissent sous l'action d'un *hairpin* initial et à une position relative appropriée pour former un paquet de *hairpins* (§2.1.3) a fait l'objet d'études spécifiques. En particulier, Zhou *et al.* [338] initialisent une simulation numérique en superposant le champ moyen d'un écoulement de canal turbulent et deux TQL contrarotatifs proches paroi. Ces derniers sont extraits d'une simulation numérique directe de canal à $Re_\tau = 180$ à l'aide d'une estimation stochastique linéaire conditionnée par un événement de type éjection (Q2) associé à une éventuelle vitesse transverse pour une initialisation asymétrique. L'auto-induction et le cisaillement moyen provoquent l'évolution de la paire de TQL en un *hairpin*

primaire. Si les TQL initiaux sont suffisamment intenses, des *hairpins* secondaires sont formés en amont et en aval du *hairpin* primaire par auto-induction de ce dernier, formant un paquet de *hairpins* cohérent où chaque *hairpin* est convecté à une vitesse proche. L'apparition de TQL sur les côtés extérieurs des "jambes" du *hairpin* primaire est également observée et attribuée à l'effet de la condition d'adhérence à la paroi ([338]). Ces nouveaux TQL pourraient eux-mêmes être à l'origine de nouveaux *hairpins* dans la zone proche paroi. L'éventuelle asymétrie initiale favorise la formation de *hairpins* secondaires et produit des *hairpins* asymétriques, en particulier les *hairpins* secondaires et tertiaires situés en amont du *hairpin* primaire. Au sein du paquet, l'alignement longitudinal des *hairpins* est alors imparfait, et l'espacement entre *hairpins* est réduit et plus proche des valeurs observées expérimentalement que dans le cas symétrique.

La formation de *hairpins* en amont et en aval d'un *hairpin* primaire permet d'expliquer la croissance longitudinale d'un paquet, tandis que la croissance de chaque *hairpin* par étirement par le cisaillement moyen et par auto-induction suggère une croissance verticale du paquet. Tomkins et Adrian [312] étudient par ailleurs la croissance transverse (*i.e.* selon z) des paquets de *hairpins*. En effet, leurs données expérimentales (PIV depuis la zone tampon jusqu'au sommet de la zone logarithmique à $Re_\theta = 1015$ et $Re_\theta = 7705$) suggèrent une croissance auto-similaire des caractéristiques géométriques des *hairpins* et des paquets de *hairpins* avec la distance à la paroi dans la zone logarithmique, ce qui supporte la théorie des structures attachées de Townsend [314]. Toutefois, chaque structure (paquet) prise individuellement ne croît pas strictement de façon auto-similaire au cours du temps, ce qui conduit Tomkins et Adrian [312] à proposer un mécanisme de fusion de paquets de *hairpins* par reconnections de vortex (figure 2.6). En effet, la fusion des *hairpins* peut en doubler l'échelle de longueur transverse (mais aussi expliquer l'apparition des *hairpins* rétrogrades parfois observés). La signature attendue de tels événements de fusion dans le champ PIV est observée par Tomkins et Adrian [312] pour $y^+ \leq 100$, mais semble plus rare plus haut dans la couche limite. D'autre part, des divisions de paquets semblent également possibles, bien que plus rares que les fusions. Lee et Sung [177] observent également des fusions fréquentes en envergure de paquets de *hairpins* dans une DNS de couche limite à nombre de Reynolds Re_θ compris entre 1 410 et 2 560.

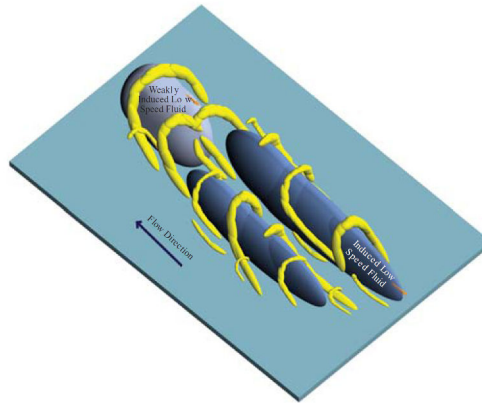


FIGURE 2.6 – Schéma idéalisé de la croissance transverse par fusion de paquets de *hairpins*. Tiré de [312].

Ces résultats mettent en valeur la possibilité que les paquets de *hairpins* trouvent leur origine près de la paroi, mais n'excluent pas la naissance de certains paquets plus loin de la paroi (§2.5.3). Les notions d'échelle de Kolmogorov, de théorie des structures attachées et de paradigme du paquet de *hairpins* serviront de cadre d'interprétation lors de la discussion qui suit, commençant par l'analyse du bilan d'énergie cinétique turbulente à grand nombre de Reynolds.

2.2 Bilan d'énergie cinétique turbulente à grand nombre de Reynolds

Le bilan d'énergie cinétique turbulente à nombre de Reynolds modéré abordé §1.2.5.5 et §1.3.4 est complété ici par la discussion de son évolution à grand nombre de Reynolds, permettant en particulier d'identifier réellement la contribution de la zone externe et son interaction énergétique avec la zone interne.

2.2.1 Production et flux spatial d'énergie cinétique turbulente à grand nombre de Reynolds

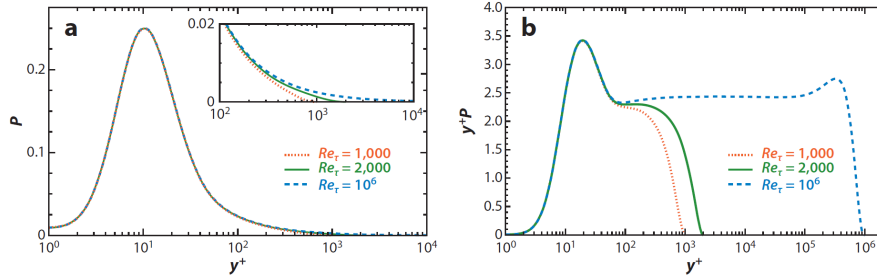


FIGURE 2.7 – Production d'énergie cinétique turbulente P^+ (1.60) (a) et production prémultipliée y^+P^+ (b) estimées selon la méthode proposée par Perry *et al.* [240]. Tiré de [292], [198].

L'évolution avec le nombre de Reynolds de la production globale \mathcal{P}^+ d'énergie cinétique turbulente dans l'ensemble du profil de couche limite, donnée par

$$\mathcal{P}^+ = \int_0^\infty P^+ dy^+ = \int_{-\infty}^\infty y^+ P^+ d \ln(y^+) \quad \text{avec} \quad P^+ = -\langle u'v' \rangle^+ \partial_{y^+} \langle u \rangle^+ \quad (2.2)$$

est discutée par Marusic *et al.* [198], qui estime P^+ à l'aide de la méthode proposée par Perry *et al.* [240]. La figure 2.7 (a) montre que le pic de P^+ situé aux alentours de $y^+ = 12$ à nombre de Reynolds modéré (fig. 1.10) est toujours présent à grand nombre de Reynolds, ce qui pourrait conduire à la conclusion de l'importance de la zone tampon dans la production globale d'énergie cinétique turbulente. Toutefois, la distance à la paroi étant représentée en échelles logarithmiques, le terme de production doit être prémultiplié (y^+P^+ , figure 2.7 (b)) pour permettre l'évaluation visuelle de la contribution d'une zone donnée de la couche limite à l'intégrale de P^+ (2.2), cette contribution étant alors proportionnelle à l'aire sous la courbe. L'évolution avec le nombre de Reynolds observée sur la figure 2.7 (b) indique que la contribution de la zone tampon, dominante à nombre de Reynolds modéré, devient petite à grand nombre de Reynolds en comparaison avec la contribution de la zone externe. En particulier, le terme y^+P^+ est approximativement constant et proche de $1/\kappa$ dans la zone logarithmique (en supposant que $-\langle u'v' \rangle^+ \approx 1$ et que $\partial_{y^+} \langle u \rangle^+ \approx 1/(\kappa y^+)$ dans cette zone). En contraste avec l'interprétation de la zone tampon comme "moteur" de la turbulence à nombre de Reynolds modéré (§1.3.4), le rôle de la zone tampon à très grand nombre de Reynolds pourrait donc être négligeable en comparaison avec celui de la zone externe, et en particulier de la zone logarithmique. Marusic *et al.* [198] soulignent que la contribution à \mathcal{P}^+ de la zone $0 \leq y^+ \leq 30$ et celle de la zone $70 \leq y^+ \leq 0.15 Re_\tau$ sont égales aux alentours de $Re_\tau = 4\,200$ (ce qui correspond à une valeur de Re_θ de l'ordre de 10^4).

Toutefois, le bilan local d'énergie cinétique turbulente permettant d'identifier les zones où la production est excédentaire repose sur la comparaison entre le terme de production P^+ , présenté figure 2.7, et le terme de pseudo-dissipation ϵ'^+ (§1.3.4). A nombre de Reynolds modéré, la zone tampon est une zone où la production excède la pseudo-dissipation, tandis que la zone logarithmique est une zone de quasi-équilibre entre P^+ et ϵ'^+ (fig. 1.10). La forte contribution de la zone

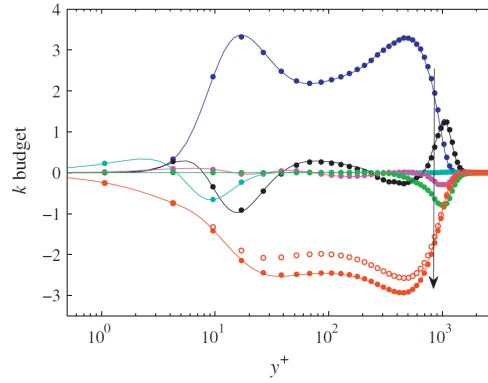


FIGURE 2.8 – Termes du bilan d'énergie cinétique turbulente (1.65), prémultipliés et adimensionnés en échelle interne (*e.g.* $y^+ P^+$) en fonction de la distance à la paroi y^+ . Dans l'ordre indiqué par la flèche : production, diffusion turbulente, diffusion visqueuse, diffusion liée à la pression, convection, pseudo-dissipation. Simulation numérique directe de Schlatter et Örlü [272] à $Re_\theta = 3\,626$, $Re_\tau = 1\,145$ (lignes continues) et simulation des grandes échelles de Eitel-Amor *et al.* [80] au même nombre de Reynolds (symboles, les symboles creux représentant la pseudo-dissipation résolue). Tiré de [80].

logarithmique à la production globale à grand nombre de Reynolds devrait donc être comparée à sa contribution à la pseudo-dissipation globale.

La figure 2.8 présente le bilan d'énergie cinétique turbulente à $Re_\theta = 3\,600$ établi par Eitel-Amor *et al.* [80]. Ce bilan confirme l'existence d'un pic externe de production d'énergie cinétique turbulente prémultipliée, qui excède localement la pseudo-dissipation. En revanche, la zone logarithmique n'est pas suffisamment étendue à ce nombre de Reynolds pour permettre une comparaison de l'intégrale de la production et de la pseudo-dissipation dans cette zone (mais un possible équilibre local à plus grand nombre de Reynolds ne semble pas incompatible avec la figure 2.8). Les deux zones où la production excède nettement la pseudo-dissipation (zone tampon et partie inférieure de la zone de sillage) perdent de l'énergie cinétique turbulente par diffusion turbulente. Schlatter *et al.* [271] soulignent que le sommet de la zone de sillage est marqué par un équilibre entre la diffusion turbulente, source locale d'énergie cinétique turbulente, et les termes de convection et de diffusion liée à la pression (puits locaux). Le terme de convection est en revanche très proche de zéro près de la paroi. Comme ce dernier terme est identiquement nul dans un écoulement parallèle, le bilan d'énergie cinétique turbulente dans la zone externe de la couche limite présente des différences majeures avec celui dans un écoulement de canal ou de conduite circulaire ([271]).

Les bilans d'énergie cinétique intégrés sur toute la hauteur du profil de couche limite (1.55)-(1.63) indiquent, en tenant compte du signe du terme de convection fig. 2.8, une perte globale d'énergie cinétique moyenne longitudinale K en partie au profit de l'énergie cinétique turbulente k , et un léger gain global de k , bien que l'essentiel de la perte de K au bénéfice de k soit transformée en chaleur par dissipation turbulente :

$$\begin{cases} \int_0^\infty (\langle u \rangle \partial_x K + \langle v \rangle \partial_y K) dy = - \int_0^\infty \nu \partial_y \langle u \rangle \partial_y \langle u \rangle dy - \int_0^\infty P dy < 0 \\ \int_0^\infty (\langle u \rangle \partial_x k + \langle v \rangle \partial_y k) dy = \int_0^\infty P dy - \int_0^\infty \epsilon dy > 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

où la pseudo-dissipation ϵ' peut remplacer la dissipation ϵ car la condition d'adhérence et la relation (1.62) (hypothèses de couche limite) impliquent $\int_0^\infty \epsilon' dy = \int_0^\infty \epsilon dy$. La figure 2.8 suggère que le gain global d'énergie cinétique turbulente lors de la convection (traduit par le terme de convection négatif dans l'équation (1.65)) a principalement lieu dans la partie supérieure de la zone de sillage, tandis que l'excès de production globale en comparaison avec la pseudo-dissipation globale est localisé principalement dans la zone tampon et dans la partie inférieure de la zone de sillage. Ces localisations spatiales différentes sont liées au transfert d'énergie depuis les zones de production excédentaire vers le haut de la couche limite par diffusion d'énergie cinétique turbulente.

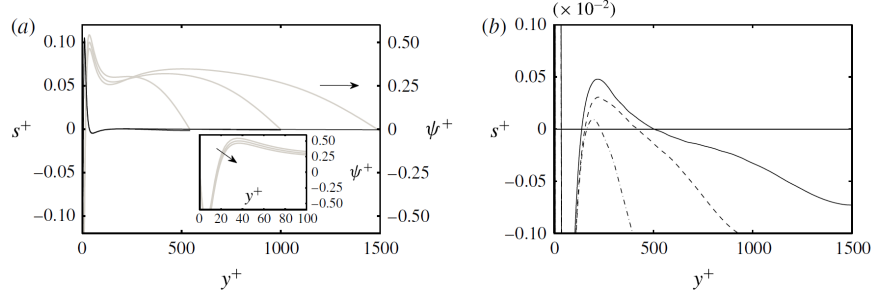


FIGURE 2.9 – (a) Excès de production d’énergie cinétique turbulente $s^+ = P^+ - \epsilon'^+$ (noir) et flux spatial de diffusion $\psi^+ = \langle 1/2(u'_i u'_i) v' \rangle^+ + \langle p'/\rho v' \rangle^+ - \partial_{y^+} k^+$ (gris, avec $D_i = -\partial_y \psi$ dans l’équation (1.60)). Simulation numérique directe de canal à $Re_\tau = 550, 1\,000$ et $1\,500$. Les flèches indiquent un nombre de Reynolds croissant. (b) Idem avec un agrandissement au niveau du second pic positif de s^+ . — · — : $Re_\tau = 550$; — — — : $Re_\tau = 1\,000$; — : $Re_\tau = 1\,500$. Tiré de [43].

L’effet du nombre de Reynolds sur le bilan d’énergie cinétique turbulente est explicitement mis en valeur par Cimarelli *et al.* [43] dans un écoulement de canal. La représentation de l’excédent de production d’énergie cinétique turbulente $s^+ = P^+ - \epsilon'^+$ et du flux diffusif $\psi^+ = \langle 1/2(u'_i u'_i) v' \rangle^+ + \langle p'/\rho v' \rangle^+ - \partial_{y^+} k^+$ (figure 2.9) prolonge à plus grand nombre de Reynolds la figure 1.20. La zone d’excès de production au niveau de la zone tampon varie peu avec le nombre de Reynolds, tandis qu’une deuxième zone d’excès $s^+ > 0$ émerge progressivement dans la zone externe lorsque le nombre de Reynolds augmente, suggérant l’existence d’une deuxième source d’énergie cinétique turbulente à grand nombre de Reynolds, située dans la zone externe et s’ajoutant à la première source (zone tampon) dont elle pourrait dominer la contribution à très grand nombre de Reynolds ([43]). Dans cette deuxième zone, le flux diffusif en direction du centre du canal $\psi^+ > 0$ augmente avec la distance à la paroi y^+ en raison de la relation $\partial_{y^+} \psi^+ = s^+(y^+)$ valable pour l’écoulement parallèle de canal, conduisant à l’existence d’un pic externe du flux ψ^+ de plus en plus élevé avec le nombre de Reynolds. L’image de la cascade inverse d’énergie introduite §1.3.4 suggère toutefois un flux vertical ψ^+ d’énergie cinétique constant avec y , ce qui est équivalent à un équilibre local entre production et pseudo-dissipation (rigoureusement dans le cas du canal, et de manière approchée dans le cas de la couche limite en développement spatial en raison de la faible importance du terme de convection moyenne dans le bilan d’énergie cinétique turbulente dans la zone logarithmique (fig. 2.8)). Ces remarques ne sont pas nécessairement contradictoires, car la zone externe d’excès de production identifiée dans la couche limite fig. 2.8 semble se situer dans la partie inférieure de la zone de sillage, plutôt que dans la zone logarithmique. De plus, le nombre de Reynolds atteint par Cimarelli *et al.* [43] n’est pas suffisant pour observer une zone logarithmique de grande étendue. Enfin, l’application des conclusions tirées de la figure 2.9 (écoulement de canal) au cas de la couche limite en développement spatial doit être modérée par les différences significatives entre ces écoulements.

L’existence d’un flux de diffusion d’énergie cinétique turbulente orienté vers l’extérieur dans la zone externe suggère donc la pertinence de l’image de la cascade inverse d’énergie, mais l’étude du seul bilan d’énergie cinétique turbulente ne permet pas d’associer explicitement ce flux spatial à un transfert d’énergie de petites échelles vers des échelles plus grandes (situées plus loin de la paroi). Des études allant dans ce sens sont décrites dans la section suivante.

2.2.2 Décomposition du flux d’énergie cinétique turbulente selon les échelles de longueur

L’image de la cascade inverse d’énergie (§1.3.4) est en partie motivée par l’importance des structures attachées (§2.1.2) dans la dynamique de la zone externe. del Álamo *et al.* [73] étudient en particulier les amas de vortex présents dans une simulation numérique de canal à $Re_\tau = 1900$, définis par la connexion des zones où le gradient de vitesse est dominé par sa partie rotationnelle. Deux populations d’amas sont observées, la première étant constituée de petits amas détachés (définis par

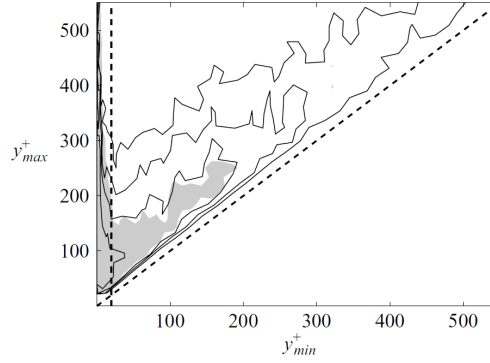


FIGURE 2.10 – Distribution volumique d'amas de vortex identifiés en connectant les zones où le gradient de vitesse est dominé par sa partie rotationnelle, dans une DNS de canal à $Re_\tau = 547$. Les niveaux sont proportionnels au volume occupé par les amas caractérisés par (y_{min}, y_{max}) (distances à la paroi de leur base et de leur sommet respectivement). Les lignes continues entourent 20%, 40%, 60% et 80% des amas identifiés. La zone grisée contient 40 % des amas identifiés avec un seuil d'identification plus faible. Tiré de [73].

leur base $y_{min}^+ \geq 20$) et la deuxième étant liée à de grands amas attachés ($y_{min}^+ < 20$) formant une famille auto-semblable (figure 2.10, les résultats étant similaires mais moins lisibles à $Re_\tau = 1900$). L'influence sur la dynamique de la zone externe des amas attachés, dont les plus grands vérifient $y_{min}^+ < 20$ et $y_{max}^+ > 100$ semble être significative et persister à plus grand nombre de Reynolds (ce qui n'implique pas pour autant que tous les amas attachés soient nés près de la paroi, [73]). En revanche, les amas détachés semblent liés en particulier à la dissipation (et correspondraient aux structures de type C du modèle de Perry et Marusic [238]). del Álamo *et al.* [73] suggèrent que ces derniers amas pourraient être issus de la zone proche paroi par remontée de fluide liée à un amas attaché. On peut toutefois également imaginer qu'ils soient liés à une cascade directe d'énergie ayant lieu localement en espace. Il est donc pertinent d'étudier le flux d'énergie cinétique non seulement dans l'espace physique, mais aussi dans l'espace des échelles de longueur des fluctuations turbulentes.

Les échelles de longueur contribuant à l'énergie cinétique turbulente peuvent être isolées par décomposition en modes de Fourier (k_x, k_z) (Domaradzki *et al.* [77]). Pour préserver une partie de l'information sur la localisation des structures cohérentes dans l'espace physique, Dunn et Morrison [78] ont recours à la décomposition en ondelettes. Toutefois, ces méthodes de décomposition ne permettent pas de distinguer facilement les transferts spatiaux dans la direction normale à la paroi (y) des transferts entre échelles de longueur verticales λ_y car y n'est pas une direction homogène dans l'écoulement de canal (Cimarelli [41]). Cela motive l'étude de la fonction de structure d'ordre deux définie comme $\langle \delta u_i \delta u_i \rangle$, où $\delta u_i = u_i(x_s + r_s) - u_i(x_s)$. La séparation spatiale $r_s = x'_s - x_s$ porte la notion d'échelle de longueur des fluctuations turbulentes, tandis que la position médiane $X_{cs} = 1/2(x'_s + x_s)$ décrit la localisation dans l'espace physique. L'équation d'évolution de la fonction de structure d'ordre deux est la forme généralisée de l'équation de Kolmogorov décrite par Hill [118]. Son étude dans l'écoulement de canal, qui inclut le bilan d'énergie cinétique turbulente comme cas limite, permet de distinguer les flux d'énergie dans l'espace physique (direction normale à la paroi) et les flux dans l'espace des échelles de longueur dans les directions homogènes. Cela permet la discussion de l'existence de cascades d'énergie directe et inverse, en particulier dans la zone tampon (Marati *et al.* [190], Saikrishnan *et al.* [266] jusqu'à $Re_\tau = 934$, Cimarelli *et al.* [42] en distinguant les échelles r_x et r_z , Cimarelli *et al.* [43] jusqu'à $Re_\tau = 1500$). Enfin, Cimarelli *et al.* [44] étudient la fonction de structure d'ordre deux dans un écoulement de canal à $Re_\tau = 550$ en considérant une séparation r_y non nulle (échelle de longueur dans une direction hétérogène), ce qui permet de distinguer structures attachées et détachées par la comparaison de r_y avec $2Y_c$. Cimarelli *et al.* [44] confirment l'importance de l'énergie portée par les structures attachées, et mettent en valeur une cascade inverse liée aux structures attachées et une cascade directe associée à des structures détachées. La cascade inverse est toutefois soutenue par une forte production

d'énergie liée à l'interaction entre les grandes structures attachées et le cisaillement moyen. De plus, la cascade directe ne semble pas être locale dans l'espace physique, le flux d'énergie étant dirigé à la fois vers les petites échelles verticales et vers les grandes distances à la paroi (si bien que le sommet de la structure reste à hauteur quasi-constante $Y_c + r_y/2$), comme illustré par la figure 2.11. Les structures arrivant dans la région centrale du canal ne sont toutefois pas nécessairement nées dans la zone tampon, même si des lignes de champ du flux d'énergie relient ces deux zones ([44]). De la même façon que les échelles inertielles de la cascade directe de Kolmogorov sont universelles et ne dépendent pas de la nature de la production d'énergie cinétique turbulente située principalement au niveau des grandes échelles (§1.2.4), Cimarelli *et al.* [44] soulignent que la dynamique des structures participant à la cascade inverse attachée pourrait être universelle dans la zone de recouvrement, indépendamment de la nature de la production d'énergie cinétique dans la zone excédentaire proche paroi (zone tampon), cette dernière étant vue comme un simple mécanisme de déclenchement de la cascade inverse.

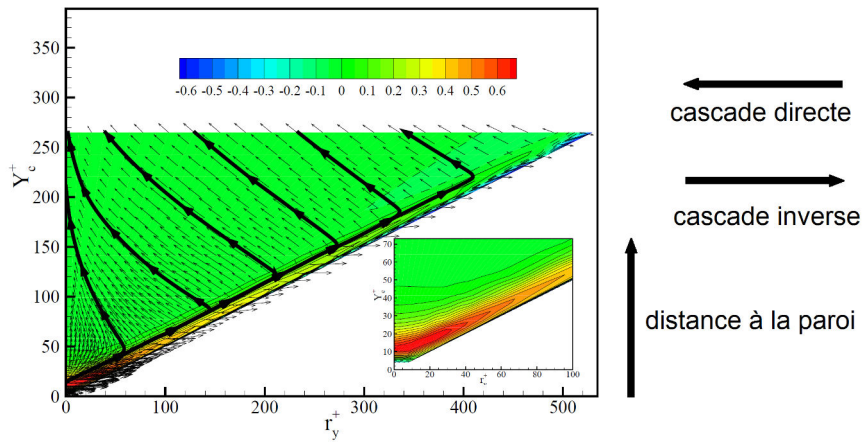


FIGURE 2.11 – Champ de flux d'énergie par échelles de longueur dans le plan $r_z^+ = 40$ (vecteurs et lignes de champ), et niveaux du terme source d'énergie par échelle $-2 \langle \delta u \delta v \rangle^+ (d \langle u \rangle^+ / dy^+)^* - 2 \langle \delta u v^* \rangle^+ \delta (d \langle u \rangle^+ / dy^+) - 4 \langle \epsilon^* \rangle^+$ ([44]) (contours, valeurs positives en lignes continues et valeurs négatives en pointillé), en fonction de la séparation verticale r_y^+ et de la distance à la paroi Y_c^+ . DNS de canal à $Re_\tau = 550$. Adapté de Cimarelli *et al.* [44].

La section suivante aborde certains phénomènes observés spécifiquement à grand nombre de Reynolds. Leur description ne peut généralement pas être appuyée par des bilans détaillés comme ceux présentés ci-dessus, car ces derniers nécessitent l'utilisation de simulations numériques très bien résolues dont le coût à plus grand nombre de Reynolds est aujourd'hui prohibitif (§3.2). Les mécanismes proposés pour expliquer l'apparition de ces phénomènes peuvent toutefois s'appuyer parfois sur les bilans détaillés établis à plus faible nombre de Reynolds, en supposant que leur naissance est déjà amorcée.

2.3 Propriétés de la couche limite spécifiques aux grands nombres de Reynolds

On aborde ici plusieurs propriétés de la couche limite à grand nombre de Reynolds qui ne peuvent pas être observées à plus faible nombre de Reynolds. Certains des mécanismes sous-jacents ne sont pas nécessairement absents à nombre de Reynolds modéré, mais ne semblent jouer un rôle dominant qu'à grand nombre de Reynolds. De plus, la forte séparation d'échelles favorise la distinction des phénomènes présents. L'évolution des tensions de Reynolds et des visualisations du champ instantané est plus particulièrement abordée, ainsi que celle des spectres. En effet, l'analyse spectrale, déjà pertinente à nombre de Reynolds modéré ([293]), facilite l'approche de la diversité

d'échelles dynamiquement actives dans la zone externe de la couche limite à grand nombre de Reynolds (§2.1.1).

2.3.1 Évolution des tensions de Reynolds avec le nombre de Reynolds

L'évolution des tensions de Reynolds avec le nombre de Reynolds est présentée sur la figure 2.12. La tension croisée de Reynolds $\langle u'v' \rangle^+(y^+)$ est relativement invariante dans la zone interne, ce qui est consistant avec la loi de paroi universelle pour la vitesse moyenne $\langle u \rangle^+(y^+)$. Ces deux profils sont en effet liés par les équations de couche limite (1.27). Par ailleurs, la relative universalité du profil de tension croisée $\langle u'v' \rangle^+(y/\delta)$ dans la zone externe a déjà été illustrée fig. 1.7. En revanche, les profils des tensions normales de Reynolds ne sont pas universels, avec en particulier la croissance du pic interne de $\langle u'^2 \rangle^+$ et de $\langle w'^2 \rangle^+$.

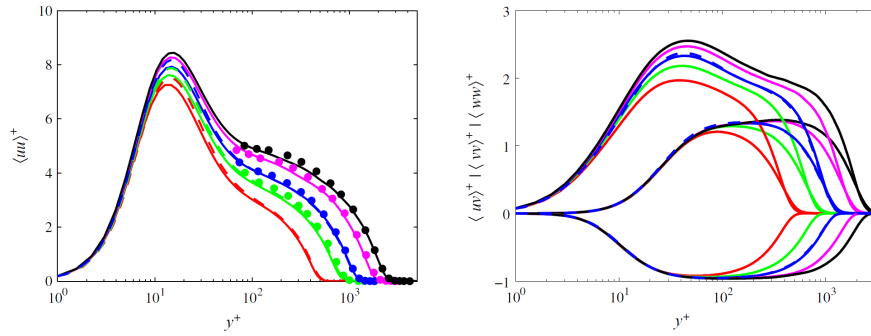


FIGURE 2.12 – Tensions de Reynolds $\langle u'^2 \rangle^+$ (gauche), $\langle v'^2 \rangle^+$, $\langle w'^2 \rangle^+$ et $\langle u'v' \rangle^+$ (droite) à $Re_\theta = 1300, 2400, 3600, 5600$ et 7500 . Lignes pointillées : DNS de Schlatter et Örlü [272] ; lignes continues : LES de Eitel-Amor *et al.* [80] ; symboles : données expérimentales de Örlü [227]. Tiré de [80].

DeGraaff et Eaton [70] observent qu'un adimensionnement mixte semble s'appliquer à la variance de la vitesse longitudinale, si bien que $\langle u'^2 \rangle / (U_\infty u_\tau)$ serait un profil universel en fonction de y^+ dans la zone interne et de y/δ dans la zone externe. Selon DeGraaff et Eaton [70], cette influence de U_∞ sur le profil de $\langle u'^2 \rangle$ pourrait être liée au fait que la puissance par unité de masse volumique et de surface de paroi dissipée par la couche limite est de l'ordre de $u_\tau^2 U_\infty$ et dépend donc à la fois de u_τ et de U_∞ . D'autre part, DeGraaff et Eaton [70] soulignent que le terme de production d'énergie cinétique turbulente caractérisant l'interaction énergétique de la turbulence avec l'écoulement moyen (équ. 1.60) n'affecte que le bilan de $\langle u'^2 \rangle$ (1.50), tandis que les deux autres composantes $\langle v'^2 \rangle^+$ et $\langle w'^2 \rangle^+$ (équ. 1.51-1.52) sont touchées indirectement via la redistribution de l'énergie cinétique turbulente entre composantes, par exemple par le terme de corrélation pression-déformation. Cela n'explique toutefois pas que le profil de $\langle w'^2 \rangle^+$ dans la zone interne semble varier plus fortement avec le nombre de Reynolds que le profil de $\langle v'^2 \rangle^+$.

En revanche, la croissance des fluctuations de u'^+ et de w'^+ tandis que celles de v'^+ et celles contribuant à la tension croisée varient peu avec le nombre de Reynolds est consistante avec les prédictions de la théorie des structures attachées pour la partie inférieure de la zone logarithmique (§2.1.2, Marusic *et al.* [202]). La croissance de $\langle u'^2 \rangle^+$ et de $\langle w'^2 \rangle^+$ dans la zone interne serait donc liée à la superposition d'un nombre croissant de structures inactives dans cette zone, correspondant à la partie inférieure de grandes structures attachées peuplant la zone externe. Ces variations au sein de la zone interne peuvent donc être vues comme le résultat d'une action de la zone externe sur la zone interne à grand nombre de Reynolds, qui sera explicitée §2.4.1. De manière compatible avec les prédictions de la théorie des structures attachées, Hutchins *et al.* [127] approchent l'évolution du pic interne de $\langle u'^2 \rangle^+$ (situé aux alentours de $y^+ = 15$) par la relation suivante :

$$\langle u'^2 \rangle_{\max}^+ = 4.837 + 0.469 \ln(Re_\tau) \quad (2.4)$$

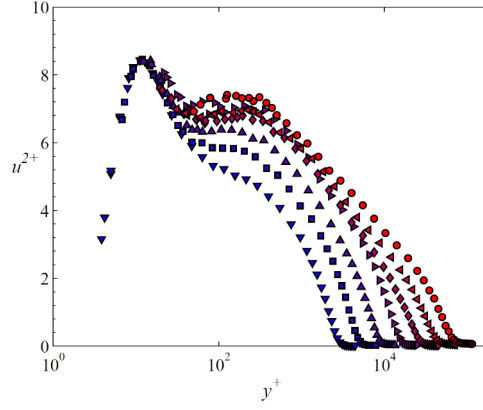


FIGURE 2.13 – Évolution du profil de $\langle u'^2 \rangle^+$ avec le nombre de Reynolds. Mesures expérimentales par nano-fil chaud (NSTAP) à $Re_\tau = 2\,622, 4\,635, 8\,261, 14\,717, 25\,062, 40\,053$ et $72\,526$. Tiré de Vallikivi [319], [320].

On note que cette relation n'est pas incompatible avec l'adimensionnement mixte (*i.e.* par $U_\infty u_\tau$) de DeGraaff et Eaton [70] et la loi (1.49) fournissant le comportement de U_∞/u_τ .

L'évolution du profil de $\langle u'^2 \rangle^+$ à très grand nombre de Reynolds (figure 2.13) conduit à l'apparition d'un deuxième pic de $\langle u'^2 \rangle^+$ situé dans la zone externe¹. Ce pic externe est associé à un pic externe du spectre longitudinal de u' discuté dans la section suivante.

2.3.2 Évolution du spectre longitudinal de vitesse longitudinale avec le nombre de Reynolds

La densité spectrale de puissance longitudinale des fluctuations de vitesse longitudinale est définie à partir de l'auto-corrélation $R_{uu}(\Delta x) = \langle u'(x)u'(x + \Delta x) \rangle$ en supposant que l'écoulement est statistiquement homogène selon x , ce qui revient à négliger le développement spatial de la couche limite à l'échelle des fluctuations turbulentes (cette hypothèse est discutée dans le chapitre 7) :

$$S_{uu} \left(\frac{k_x}{2\pi} \right) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{uu}(\Delta x) \exp(-ik_x \Delta x) d\Delta x \quad (2.5)$$

La densité spectrale de puissance bilatérale G_{uu} , égale au double de S_{uu} pour $k_x > 0$, décrit la répartition de l'énergie du signal u' selon le nombre d'onde :

$$\langle u'^2 \rangle = \int_0^{\infty} G_{uu} \left(\frac{k_x}{2\pi} \right) d \left(\frac{k_x}{2\pi} \right) \quad (2.6)$$

On distinguera dans la suite $G_{uu} \left(\frac{k_x}{2\pi} \right)$ de $G_{uu}(k_x)$, cette dernière différant d'un facteur 2π de la première de sorte à vérifier la normalisation suivante :

$$\langle u'^2 \rangle = \int_0^{\infty} G_{uu}(k_x) dk_x \quad (2.7)$$

Perry et Chong [236] et Perry *et al.* [237] discutent les différentes zones du spectre de u' dans le cadre de la théorie des structures attachées (§2.1.2). A très grand nombre de Reynolds, dans la partie de la zone logarithmique telle que $y \ll \delta$ et que $y^+ \gg 1$, il existe parmi les longueurs d'onde suffisamment grandes pour ne pas être affectées par la viscosité une zone de recouvrement spectral entre les longueurs d'onde suffisamment grandes en comparaison avec y pour que le spectre ne dépende que de δ et de u_τ et les longueurs d'onde suffisamment petites devant δ pour que le spectre ne dépende que de y et de u_τ . Dans cette zone de recouvrement, le spectre $G_{uu}(k_x)$ ne dépend que de

1. L'existence de ce pic externe de $\langle u'^2 \rangle^+$ a fait l'objet de débats ([143]).

u_τ et présente une pente en k_x^{-1} . Par ailleurs, en raison du grand nombre de Reynolds caractérisant localement la turbulence (§2.1.1), il existe à plus petite longueur d'onde une zone de recouvrement entre les structures suffisamment petites pour être isotropes et celles suffisamment grandes pour ne pas être affectées par la viscosité. Cette deuxième zone de recouvrement est la zone inertielle, où le spectre ne dépend que de la dissipation, ce qui conduit à une pente en $k_x^{-5/3}$ (§1.2.4). La zone inertielle est une zone de recouvrement entre la zone spectrale où les structures sont isotropes et celle où les structures ne dépendent que de y et de u_τ à condition de supposer l'équilibre entre production et dissipation dans la zone logarithmique, car cette dernière hypothèse lie la dissipation à y et u_τ .

L'existence d'une zone du spectre en k_x^{-1} peut également être prédite par analyse dimensionnelle (Jiménez [141] associe en particulier l'existence de cette zone à celle d'une cascade inverse d'énergie cinétique turbulente ainsi que d'une cascade de quantité de mouvement moyenne, ce qui est toutefois en contradiction avec la théorie des structures attachées car les structures plus grandes que y devraient être inactives au sens de Townsend [314]).

L'observation expérimentale de cette zone spectrale nécessite une mesure proche de la paroi et à très grand nombre de Reynolds, comme illustré par Nickels *et al.* [223]. Ces derniers estiment que pour observer une décade complète de la loi en k_x^{-1} , il faudrait atteindre un nombre de Reynolds $Re_\theta \geq 138\,000$. L'observation de la pente en k_x^{-1} semble de plus être rendue difficile par la nécessité de reconstruire le spectre longitudinal à partir de signaux temporels dans une couche limite en développement spatial (del Álamo et Jiménez [72]). Par ailleurs, la prise en compte de l'intermittence des fluctuations de frottement pariétal (de façon analogue à la prise en compte de l'intermittence de la dissipation en turbulence homogène par Kolmogorov [163] (§1.2.4)) conduit Vassilicos *et al.* [321] à revoir légèrement la valeur de la pente (-1) dans cette zone spectrale. Enfin, cette description du spectre basée sur la théorie des structures attachées nécessite d'être complétée pour rendre pleinement compte des mesures expérimentales aux plus grandes longueurs d'onde près de la paroi (Vassilicos *et al.* [321]).

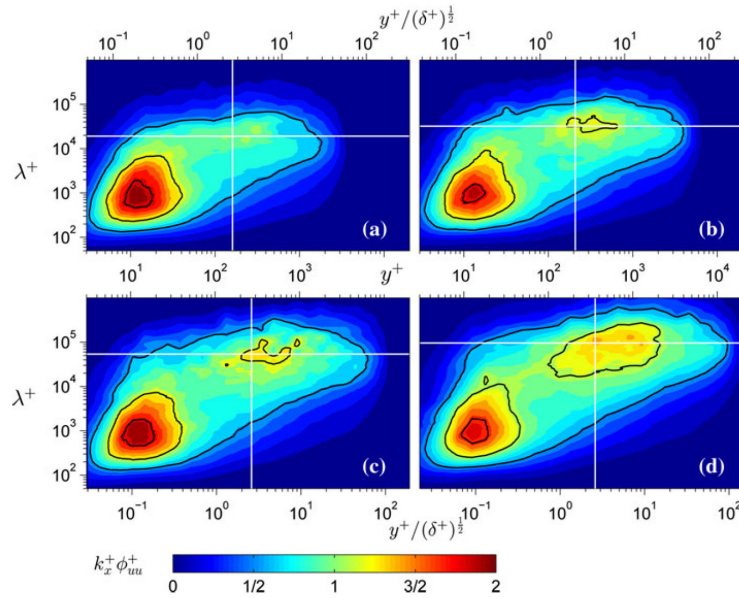


FIGURE 2.14 – Spectre longitudinal prémultiplié $k_x^+ G_{uu}^+(k_x^+)$ de la vitesse longitudinale. Mesures expérimentales de Vincenti *et al.* [323] à $Re_\tau = 3\,820$ (a), $6\,430$ (b), $10\,770$ (c) et $19\,670$ (d). Les lignes verticales indiquent $y^+ = 2.6\sqrt{Re_\tau}$, les lignes horizontales $\lambda_x = 5\delta$ (λ_x estimé à l'aide de la vitesse moyenne locale). Tiré de [323].

Hutchins et Marusic [124] mesurent expérimentalement l'effet du nombre de Reynolds sur le spectre prémultiplié $k_x G_{uu}(k_x)$. La prémultiplication du spectre permet que l'aire située sous la courbe tracée en échelle logarithmique pour k_x (ou pour λ_x) soit proportionnelle à la contribution

à $\langle u'^2 \rangle$. Un spectre similaire est représenté figure 2.14. Hutchins et Marusic [124] mettent en valeur l'existence d'un pic situé dans la zone interne vers $y^+ = 15$ et $\lambda_x^+ = 1000$ quel que soit le nombre de Reynolds, correspondant aux *streaks* de la zone tampon (§1.3.1). Ce site interne d'énergie adimensionné en échelle interne $k_x^+ G_{uu}^+(k_x^+)$ semble être invariant avec le nombre de Reynolds. En revanche, l'énergie à plus grande longueur d'onde près de la paroi augmente progressivement avec le nombre de Reynolds. C'est donc la contribution des grandes longueurs d'onde qui est à l'origine de la croissance du pic interne de $\langle u'^2 \rangle$ (2.4) ([198]).

Cette énergie aux grandes longueurs d'onde est la trace près de la paroi d'un site d'énergie externe qui émerge à grand nombre de Reynolds vers $\lambda_x = 6\delta$ et au centre géométrique de la zone logarithmique $y^+ = 3.9\sqrt{Re_\tau}$ d'après Marusic *et al.* [198] (en supposant que la zone logarithmique s'étend de $y^+ = 100$ à $y = 0.15\delta$). Vincenti *et al.* [323] estiment pour leur part que le pic externe est situé aux alentours de $y^+ = 2.6\sqrt{Re_\tau}$ et $\lambda_x = 5\delta$. Les niveaux de $k_x^+ G_{uu}^+(k_x^+)$ dans le site externe augmentent avec le nombre de Reynolds et sont à l'origine du pic externe de $\langle u'^2 \rangle$ (fig. 2.13) à grand nombre de Reynolds. La longueur d'onde du pic externe excède largement la plus grande longueur observée pour un paquet de *hairpins* (2.1.3), cette dernière étant de l'ordre de 3δ ([76]). Le site externe correspond à des structures cohérentes très longues, appelées VLSM (*very large scale motions*), ou encore superstructures, observées spécifiquement à grand nombre de Reynolds et abordées dans la section suivante. Concernant la distance à la paroi y^+ du site externe, Vallikivi *et al.* [320] suggèrent que son évolution proportionnelle à $\sqrt{Re_\tau}$ sur la plage de nombre de Reynolds considérée par Hutchins et Marusic [124], Marusic *et al.* [198] et Vincenti *et al.* [323] ($Re_\tau \lesssim 20\,000$) devient plus lente à plus grand nombre de Reynolds.

2.3.3 Superstructures

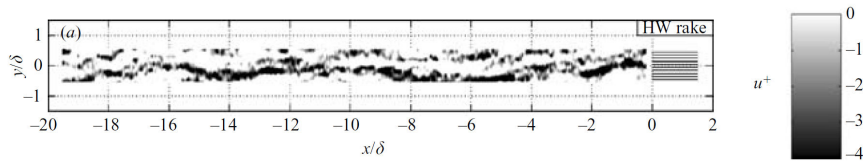


FIGURE 2.15 – Fluctuations négatives de vitesse longitudinale u'^+ dans le plan (x, z) reconstruites à l'aide de la vitesse moyenne locale à partir de signaux temporels issus d'une rangée de fils chaud placés en $y/\delta = 0.15$, à $Re_\tau = 14\,380$. La direction transverse (z) est notée y sur cette figure tirée de Hutchins et Marusic [124].

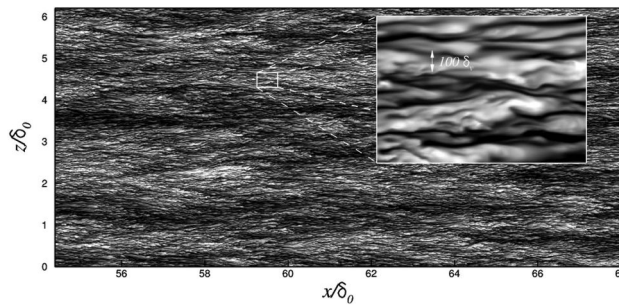


FIGURE 2.16 – Champ instantané des fluctuations de vitesse longitudinale (les valeurs extrêmes des niveaux de gris sont $u'/U_\infty = \pm 0.25$) en $y^+ = 15$, à $M_\infty = 2$ et $Re_\tau \approx 3\,900$. Tiré de Pirozzoli et Bernardini [245].

L'existence à grand nombre de Reynolds de structures cohérentes allongées de très grande longueur longitudinale (superstructures) associées aux fluctuations de u' , suggérée par le spectre de u' (fig. 2.14), est confirmée par les observations expérimentales, comme illustré par la figure 2.15. Hut-

chins et Marusic [124] soulignent le caractère sinueux des superstructures, qui pourrait en masquer partiellement la très grande longueur (parfois supérieure à 20δ) lors de l'analyse des statistiques collectées en un seul point de l'espace. Hutchins et Marusic [124] notent de plus la grande occurrence des superstructures dans la zone logarithmique à grand nombre de Reynolds. Elles sont en effet présentes dans les simulations numériques directes à nombre de Reynolds moins élevé (par exemple Lee et Sung [177], ou Pirozzoli et Bernardini [245] avec une couche limite supersonique de dynamique turbulente essentiellement comparable au cas incompressible et présentant des superstructures dont la trace près de la paroi a une largeur de l'ordre de δ , comme illustré par la figure 2.16). D'autre part, Hutchins et Marusic [124] observent des superstructures dans la couche de surface atmosphérique à nombre de Reynolds extrêmement grand (§1.1), représentées sur la figure 2.17. La longueur des superstructures pourrait toutefois ne pas être aussi importante que le laissent penser ces visualisations. Cette longueur serait plus proche d'une valeur maximale de l'ordre de 7δ , car le possible alignement longitudinal de plusieurs superstructures les confond parfois dans une visualisation bidimensionnelle (plan (x, z)) alors qu'elles restent séparées dans l'espace tridimensionnel ([76]). Cela distingue nettement les superstructures observées dans la couche limite en développement spatial des très grandes structures rencontrées dans les écoulements de canal et de conduite de section circulaire, dont la longueur semble pouvoir atteindre plusieurs dizaines de fois la demi-hauteur H du canal ou le rayon R de la conduite (échelle de longueur analogue à δ dans la couche limite), comme détaillé par Marusic *et al.* [200], Smits *et al.* [292] et Lee et Sung [178] entre autres.

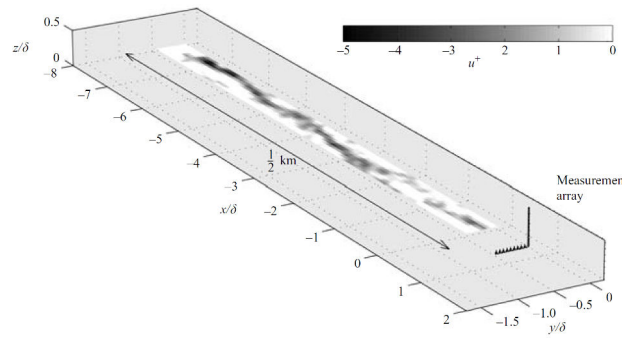


FIGURE 2.17 – Fluctuations négatives de vitesse longitudinale u'^+ dans le plan (x, z) reconstruites à l'aide de la vitesse moyenne locale à partir de signaux temporels issus d'une rangée d'anémomètres à ultrasons placés en $y/\delta = 0.037$, à $Re_\tau = 660\,000$ dans la couche de surface atmosphérique. Les directions transverse (z) et normale à la paroi (y) sont notées y et z respectivement dans cette figure tirée de Hutchins et Marusic [124].

En raison du grand nombre de Reynolds les caractérisant, les superstructures résultent d'un champ instantané complexe, comme illustré par la figure 2.16. Talluru *et al.* [307] visualisent la structure moyenne des superstructures à l'aide d'une moyenne conditionnée par un événement basse fréquence de frottement pariétal négatif (figure 2.18). Cela révèle l'existence en moyenne d'une zone de basse vitesse, longue d'au moins 5δ et large d'environ 0.4δ , bordée par des zones de haute vitesse de part et d'autre, et encadrée par deux rouleaux contrarotatifs. Ces rouleaux sont larges d'environ 0.4δ et s'étendent jusqu'à environ 0.4δ de la paroi à la position x du signal de frottement conditionnant la moyenne, et croissent vers l'aval. La ligne joignant le maximum de vorticité longitudinale d'un rouleau est inclinée à un angle proche de 9° par rapport à la paroi. La figure 2.18 suggère clairement une éjection de fluide basse vitesse et un balayage de fluide haute vitesse, et une forte corrélation entre les champs u' et v' . Toutefois, le champ v' est limité près de la paroi en raison de l'imperméabilité de cette dernière.

Dans le cadre d'interprétation fourni par la théorie des structures attachées (§2.1.2), comme les superstructures ont une longueur bien plus grande que leur distance à la paroi, elles devraient être inactives au sens de Townsend [314]. Si leur trace très près de la paroi est effectivement affectée par

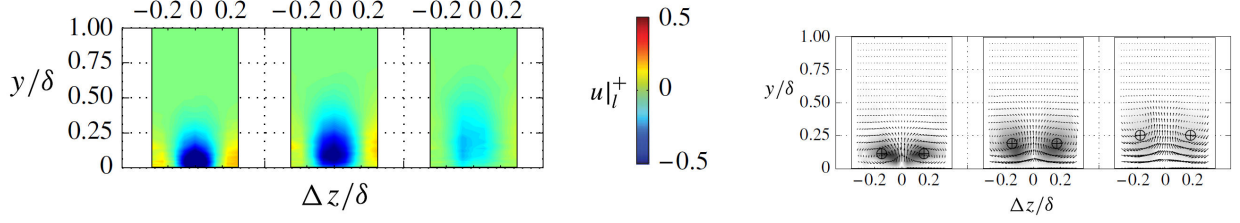


FIGURE 2.18 – Moyenne conditionnée par une fluctuation négative à la paroi en $\Delta x = \Delta z = 0$ du signal temporel de frottement filtré de sorte à ne conserver que les fréquences correspondant à une longueur d'onde supérieure ou de l'ordre de δ . Contours de u'_l en $\Delta x/\delta = 0, 1$ et 2 (de gauche à droite), associés à droite au champ de vecteurs (v'_l, w'_l) et à la valeur absolue de la vorticité longitudinale (niveaux de gris), à $Re_\tau \approx 15000$ (information spatiale Δx obtenue à partir du décalage temporel à l'aide de la vitesse de convection estimée à partir de la corrélation longitudinale entre signaux de frottement pariétal). Adapté de Talluru *et al.* [307].

l'effet de blocage de la vitesse normale à la paroi, on observe en revanche que dans la zone logarithmique les superstructures contribuent significativement à la tension croisée de Reynolds, comme suggéré par les rouleaux quasi-longitudinaux observés fig. 2.18. Marusic et Hutchins [195] montrent qualitativement, à l'aide de mesures PIV à $Re_\tau \approx 1100$ en $y/\delta = 0.15$, le rôle prépondérant des zones associées aux superstructures dans le niveau global de $\langle u'v' \rangle$, causé par des niveaux élevés de $-u'v'$ atteints localement dans ces zones (des visualisations allant dans ce sens sont également proposées par Dennis et Nickels [76]). Balakumar et Adrian [13] évaluent expérimentalement l'importance des structures plus longues que 3δ à $Re_\tau = 1476$ et 2395 , et concluent qu'elles portent plus de 45% de l'énergie cinétique turbulente longitudinale et plus de 40 % de la tension croisée de Reynolds au-dessus de $y/\delta = 0.1\delta$, une fraction en augmentation avec le nombre de Reynolds. Lee et Sung [177] étudient les superstructures présentes dans une DNS de couche limite à Re_θ compris entre 1410 et 2560 et identifient dans la zone logarithmique des zones associées à des *hairpins*, à des paquets de *hairpins* et à des superstructures. Les zones de longueur supérieure à $3 - 4\delta$ représentent plus de 40% de toutes les zones détectées, et les superstructures, de longueur moyenne 6δ , contribuent à environ 45% de la tension croisée de Reynolds contenue dans toutes les zones. Ces estimations sont complétées par des interspectres expérimentaux de la tension croisée de Reynolds ([197], [164], [262], [222], [167] et [13]), une décomposition en ondelettes de la tension croisée de Reynolds ([121]) et une étude complète dédiée aux fluctuations contribuant à la tension croisée de Reynolds ([249]).

Le fait que les superstructures soient clairement actives au sens de Townsend [314] bien que de taille largement supérieure à leur distance à la paroi en complique la description dans le cadre de la théorie des structures attachées. Vassilicos *et al.* [321] soulignent les difficultés de description et abordent en particulier la question de l'échelle intégrale de longueur des fluctuations turbulentes près de la paroi. L'existence de lois relativement universelles de paroi $\langle u \rangle^+(y^+)$ (fig. 1.6) et $-\langle u'v' \rangle^+(y^+)$ (fig. 2.12) malgré la présence de superstructures d'une longueur de l'ordre de 6δ dans la zone logarithmique où elles semblent participer significativement à la tension croisée de Reynolds est également contre-intuitive.

Le site externe du spectre des fluctuations de vitesse longitudinale (fig. 2.14) supporte une partie importante de l'évolution de la dynamique turbulente en réponse à un gradient de pression. Harun *et al.* [113] observent expérimentalement l'influence d'un gradient de pression sur les grandes longueurs d'onde à $Re_\tau \approx 3000$ (le gradient de pression est suffisamment modéré pour que la loi logarithmique et la loi universelle de paroi subsistent). Le gradient de pression adverse tend à renforcer les plus grandes structures, en particulier dans la zone externe où la production d'énergie cinétique P^+ augmente nettement. En revanche, la production est peu affectée dans la zone tampon, où le site interne (petites longueurs d'onde) du spectre de u' adimensionné en échelles internes varie peu. La trace près de la paroi des grandes structures ($\lambda_x \geq \delta$) de la zone externe varie significativement avec le gradient de pression et contribue fortement à $\langle u'^2 \rangle$ mais très peu à $\langle u'v' \rangle$. Le site externe

du spectre de u' est déplacé par le gradient de pression adverse en direction des plus grandes distances à la paroi et des plus faibles longueur d'onde, et le niveau du pic externe adimensionné en échelles internes augmente fortement. Toutefois, Harun *et al.* [113] suggèrent qu'en présence d'un gradient de pression adverse, les superstructures ne sont pas nécessairement raccourcies. En effet, en plus des superstructures de taille typique $\lambda_x \approx 6\delta$ dans la zone logarithmique, des structures plus courtes ($\lambda_x \approx 3\delta$) semblent se développer fortement. Plus loin de la paroi, en $y/\delta = 0.3$, les grandes structures semblent se concentrer autour de $\lambda_x/\delta \approx 3$, de façon invariante avec le gradient de pression. Cette énergie autour de $\lambda_x/\delta \approx 3$, fortement renforcée par le gradient de pression adverse, devient alors dominante en $y^+ = 3.9\sqrt{Re_\tau}$. Harun *et al.* [113] observent également le renforcement des petites échelles dans la zone externe en présence d'un gradient de pression adverse. On peut noter que si les superstructures sont vues comme des sortes de très longs *streaks* basse vitesse, leur évolution en présence d'un gradient de pression adverse peut être rapprochée de celle des *streaks* proches paroi étudiée par Marquillie *et al.* [191] par une simulation numérique directe de canal à $Re_\tau \approx 600$. Marquillie *et al.* [191] montrent en effet l'impact d'une variation rapide du gradient de pression et en particulier la déstabilisation des *streaks* proches paroi et leur rôle dans la forte production d'énergie cinétique turbulente causée par le gradient de pression adverse.

La contribution majeure des superstructures à la dynamique de la turbulence pariétale à grand nombre de Reynolds conduit naturellement à s'interroger sur leur origine, abordée dans les sections 2.4.2 et 2.5, ainsi que sur leur influence sur la dynamique des plus petites structures, en particulier dans la zone interne (§2.4.1).

2.4 Interactions entre la zone interne et la zone externe

A grand nombre de Reynolds Re_τ , la séparation entre les échelles de la zone interne et de la zone externe permet une distinction nette entre les petites structures, peuplant en particulier la zone tampon, et les grandes structures de la zone externe, en particulier les superstructures, qui ont une trace à grande longueur d'onde près de la paroi, comme illustré par le spectre longitudinal de la vitesse longitudinale (fig. 2.14). La question de l'interaction entre la zone interne et la zone externe de la couche limite est alors en partie liée à celle de l'origine et de l'influence des superstructures. L'existence d'une action des grandes échelles présentes dans la zone externe sur les petites échelles dans la zone interne est abordée dans la section 2.4.1. La possibilité que les superstructures trouvent leur origine dans des structures plus petites éventuellement nées près de la paroi est discutée dans la section suivante (2.4.2). Pour mieux prendre en compte la dynamique de la couche limite, le découpage classique des zones de la couche limite exposé dans la section 1.2.5.3 peut alors être remis en cause, comme brièvement exposé dans la section 2.4.3.

2.4.1 Influence de la zone externe sur la zone interne

A grand nombre de Reynolds, l'émergence dans le spectre longitudinal de la vitesse longitudinale (fig. 2.14) d'un site externe associé aux superstructures (§2.3.3) est accompagnée de la relative invariance du site interne (petites échelles) dans la zone tampon. Toutefois, cette dernière zone est affectée par la trace des grandes échelles correspondant au site externe. Cela suggère la superposition dans la zone interne de la dynamique universelle des petites échelles, liée au cycle autonome proche paroi (§1.3.3), et de la trace des grandes échelles de la zone externe. Toutefois, à cette superposition aisément visualisée dans le champ instantané (fig. 2.16) vient s'ajouter la modulation des fluctuations aux petites échelles par les grandes échelles.

Mathis *et al.* [204] mettent en valeur la modulation de l'amplitude des fluctuations de vitesse longitudinale de longueur d'onde inférieure à δ par les fluctuations de longueur d'onde supérieure à δ . Pour cela, le signal temporel $u'(t)$ est filtré pour séparer la contribution à haute fréquence u'_S des longueurs d'onde $\lambda_x < \delta$ de la contribution à basse fréquence u'_L des longueurs d'onde $\lambda_x > \delta$ (fréquence de coupure déterminée à l'aide de la vitesse de convection estimée au préalable). L'amplitude des petites échelles est caractérisée par l'extraction de l'enveloppe E du signal u'_S , définie

par $E(u'_S) = \sqrt{(u'_S)^2 + (\mathcal{H}[u'_S])^2}$ à l'aide de la transformée de Hilbert $\mathcal{H}[u'_S](t) = \frac{1}{\pi} v.p. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u'_S(\tau)}{t-\tau} d\tau$ (*v.p.* désignant la valeur principale de Cauchy, [204]). Un coefficient de corrélation entre la composante basse fréquence E_L de cette enveloppe (obtenue à l'aide du même filtre passe bas que pour u'_L) et le signal u'_L est alors défini par Mathis *et al.* [204] :

$$R = \frac{\langle u'_L E_L(u'_S) \rangle}{\sqrt{\langle (u'_L)^2 \rangle} \sqrt{\langle (E_L(u'_S))^2 \rangle}} \quad (2.8)$$

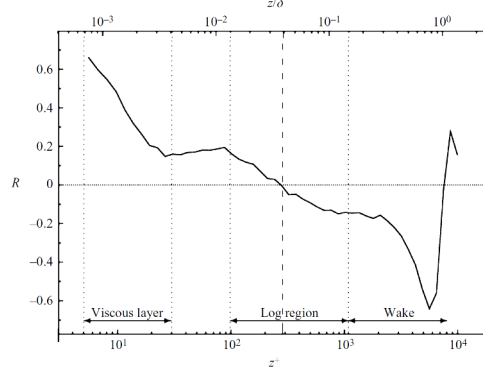


FIGURE 2.19 – Coefficient de corrélation de modulation d'amplitude (2.8) mesuré à $Re_\tau = 7\,300$ (vitesse moyenne locale utilisée comme vitesse de convection). Tiré de Mathis *et al.* [204].

Le coefficient de corrélation mesuré par Mathis *et al.* [204] (fig. 2.19) souligne la forte modulation d'amplitude exercée par les fluctuations de u' de grande longueur d'onde sur les petites échelles près de la paroi. Par exemple, en présence d'une superstructure, la valeur négative de u'_L est corrélée avec une plus faible amplitude des fluctuations aux petites longueurs d'onde u'_S dans la zone tampon. Plus haut dans la couche limite, le coefficient de corrélation s'annule et change de signe. L'inversion a lieu au centre de la zone logarithmique ([199]), vers $y^+ = 3.9\sqrt{Re_\tau}$. Jiménez [143] explique la modulation de l'amplitude des petites échelles par l'effet des grandes échelles sur le cisaillement local, source de production d'énergie cinétique turbulente. En effet, une zone de basse vitesse située au centre de la zone logarithmique peut être la cause d'un cisaillement plus faible que le cisaillement moyen dans la zone interne, et d'un cisaillement plus fort que la moyenne dans la partie supérieure de la zone logarithmique, la vitesse longitudinale étant nulle à la paroi et égale à U_∞ en dehors de la couche limite en toutes circonstances. Mathis *et al.* [204] montrent de plus que la modulation d'amplitude du signal u'_S dans la zone tampon par le signal u'_L au centre de la zone logarithmique (décalé dans le temps pour tenir compte de l'inclinaison moyenne des superstructures ([194])) est semblable à celle du signal u'_S dans la zone tampon par le signal u'_L issu du même signal u' dans la zone tampon. Cela justifie que les signaux u'_S et u'_L utilisés pour le coefficient de corrélation (2.8) sont issus d'un même signal u' à une hauteur donnée.

Grâce à ces observations, Marusic *et al.* [199] et Mathis *et al.* [205] introduisent un modèle permettant de prédire certaines propriétés du signal $u'^+(y^+)$ sous le centre de la zone logarithmique à partir de la composante grandes échelles u'^+_{OL} (*e.g.* $\lambda_x^+ > 7\,000$, déterminé avec la vitesse moyenne locale comme vitesse de convection) du signal $u'^+_O = u'^+(y^+_O)$ mesuré au centre de la zone logarithmique (*e.g.* $y^+_O = 3.9\sqrt{Re_\tau}$) et décalé dans le temps pour rendre compte de l'inclinaison moyenne des superstructures ([194]), comme détaillé par Mathis *et al.* [205] :

$$u'^+_{\text{préd}}(y^+) = u^*(y^+) \cdot \left(1 + \beta(y^+)u'^+_{OL}\right) + \alpha(y^+)u'^+_{OL} \quad (2.9)$$

où le signal $u^*(y^+)$ est supposé universel² et décrit les fluctuations caractérisées par $\lambda_x^+ < 7\,000$ pour $y^+ < y^+_O$, α est le coefficient de superposition et β le coefficient de modulation (déterminés

2. Le signal $u^*(y^+)$ est typiquement obtenu à partir d'une expérience de calibration à un nombre de Reynolds donné pouvant être différent de celui auquel le modèle prédictif est employé.

à partir de données expérimentales à un nombre de Reynolds donné et supposés universels). Ce modèle permet la prévision de l'évolution du spectre de u' avec le nombre de Reynolds, par exemple en $y^+ = 15$, ainsi que des moments statistiques d'ordre élevé de u' , en bon accord avec l'expérience. En particulier, Mathis *et al.* [205] soulignent le lien entre l'évolution du coefficient de modulation d'amplitude (2.8) et celle du coefficient d'asymétrie $S_u = \langle u'^3 \rangle / \langle u'^2 \rangle^{3/2}$ (S_u caractérise l'asymétrie de la densité de probabilité de u' et met en évidence son écart à une distribution gaussienne, très prononcé près de la paroi). Le lien entre S_u et le coefficient de modulation d'amplitude conduit Schlatter et Örlü [274] à mettre en cause la pertinence de ce dernier pour étudier le phénomène physique de modulation des petites échelles par les plus grandes. En réponse à cette remarque, Mathis *et al.* [207] montrent que la principale contribution à l'évolution de $\langle u'^3 \rangle$ avec le nombre de Reynolds vient du terme $\langle u'_L (u'_S)^2 \rangle$, où $u' = u'_L + u'_S$ est décomposé en grandes et petites échelles. De plus, le coefficient de corrélation (2.8) et la contribution $3 \langle u'_L (u'_S)^2 \rangle / \langle u'^2 \rangle^{3/2}$ à S_u ont des profils très proches aux nombres de Reynolds considérés par Mathis *et al.* [207], $(u'_S)^2$ pouvant être vu comme une représentation approchée de l'enveloppe des fluctuations de petites longueurs d'onde (d'autres méthodes d'extraction approchée de l'enveloppe sont également utilisées par Chung et McKeon [39], Bandyopadhyay et Hussain [14] et Jacobi et McKeon [135]). L'évolution du coefficient d'asymétrie avec le nombre de Reynolds serait donc principalement liée au phénomène de modulation de l'amplitude des petites échelles par les grandes échelles, qui augmente avec le nombre de Reynolds ([207]).

La modulation des petites échelles de la zone interne par les grandes échelles de la zone externe est démontrée plus explicitement par Bernardini et Pirozzoli [18] en considérant l'extension à deux points (*i.e.* dans le plan (y_1, y_2)) du coefficient de modulation d'amplitude (2.8), $\langle u'_L(y_1) E_L(u'_S(y_2)) \rangle / u_\tau^2$. Dans leur simulation numérique directe de couche limite à $M_\infty = 2$ (corrigée pour la comparer à une dynamique turbulente incompressible), Bernardini et Pirozzoli [18] observent au plus grand nombre de Reynolds considéré ($Re_\tau = 1\,116$) que ce coefficient présente un pic aux alentours de $y_1^+ = 80 - 100$ et $y_2^+ = 7 - 8$, et suggèrent que l'influence des superstructures présentes dans la zone externe sur les petites échelles peuplant la zone interne augmente bien avec le nombre de Reynolds. Cette évolution est illustrée par les travaux de Eitel-Amor *et al.* [80] (figure 2.20, où l'enveloppe $E_L(u'_S(y_2))/u_\tau$ est remplacée par la quantité $(u'^+_S(y_2^+))^2$ qui est plus simple à évaluer et renseigne également sur l'amplitude des fluctuations liées aux petites échelles).

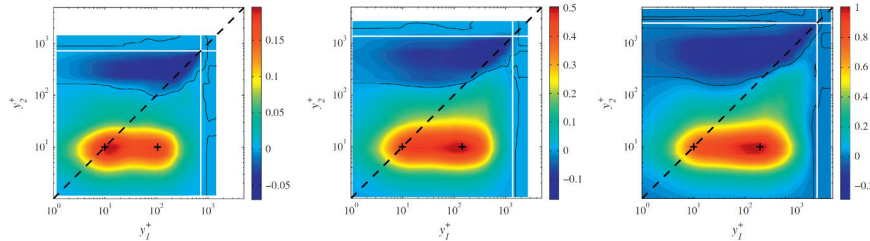


FIGURE 2.20 – Coefficient de modulation d'amplitude $\langle u'^+_L(y_1^+) (u'^+_S(y_2^+))^2 \rangle$ à $Re_\theta = 2\,240$, $4\,430$ et $8\,200$ (de gauche à droite). Simulation LES; les lignes blanches indiquent $y = \delta_{99}$, les lignes noires correspondent à un coefficient nul et les croix noires sont situées en $(y_1^+, y_2^+) = (10, 10)$ et $(3.9\sqrt{Re_\tau}, 10)$. Tiré de Eitel-Amor *et al.* [80].

Le modèle de Marusic *et al.* [199] (2.9) a été étendu aux fluctuations du frottement pariétal longitudinal (Mathis *et al.* [206]) ainsi qu'au spectre transverse (en k_z) de ces dernières (Cabrit *et al.* [24]). La trace des superstructures dans le spectre en (f, k_z) du frottement pariétal (f et k_x étant liées par la convection des fluctuations) est en effet particulièrement visible dès $Re_\theta = 4\,000$ (Örlü et Schlatter [339]). De plus, de Silva *et al.* [57] confirment l'importance du phénomène de modulation d'amplitude en montrant que si la variance du frottement pariétal est localement (sur une grande échelle longitudinale $\mathcal{L}_x^+ = 500$) inférieure à sa valeur moyenne, une moyenne conditionnelle révèle alors une structure basse vitesse de grande taille dans la zone logarithmique au-dessus

du point considéré (et inversement pour une variance localement supérieure à sa valeur moyenne). Par ailleurs, les grandes échelles de fluctuations u' dans la zone externe modulent l'amplitude des petites échelles de fluctuations dans la zone interne non seulement pour u' mais aussi pour les deux autres composantes de la vitesse (v' et w' ainsi que le produit $u'v'$), comme suggéré par Hutchins et Marusic [125] et observé par Talluru *et al.* [307] à $Re_\tau = 15\,000$.

Le phénomène de modulation d'amplitude est accompagné d'une modulation de fréquence (Ganapathisubramani *et al.* [95], toutefois négligeable pour certaines applications comme discuté dans l'étude de Mathis *et al.* [206]). Enfin, il existe une relation entre la phase des fluctuations de grande longueur d'onde et celle de l'enveloppe des fluctuations de petite longueur d'onde (Bandyopadhyay et Hussain [14], Guala *et al.* [109], Ganapathisubramani *et al.* [95], Jacobi et McKeon [135]). Jacobi et McKeon [135] rappellent en particulier le lien entre le coefficient de modulation d'amplitude et le déphasage³ entre les signaux associés aux grandes longueurs d'onde et à l'enveloppe des petites longueur d'onde ([39]), l'annulation de la corrélation croisée pouvant correspondre à un déphasage de $\pm\pi/2$.

La modulation de la dynamique de la zone tampon par les grandes structures de la zone externe de la couche limite indique que la dynamique de la zone tampon dépend de la dynamique de la zone externe à grand nombre de Reynolds. Toutefois, cette dépendance semble restreinte à un effet de modulation et de superposition, et Mathis *et al.* [204] rappellent que la zone tampon reste autonome au sens où la dynamique turbulente subsiste dans cette zone en l'absence de forçage par la dynamique turbulente de la zone externe (§1.3.3). On peut également conclure que les superstructures jouent un rôle majeur dans l'influence de la zone externe sur la zone interne à grand nombre de Reynolds. Réciproquement, certains résultats abordés dans la section suivante pourraient laisser penser que certaines superstructures trouveraient leur origine dans des structures issues de la zone tampon.

2.4.2 Origine possible des superstructures dans des structures cohérentes plus petites

A la suite des premières observations de superstructures, Kim et Adrian [156] proposent que ces structures de très grande taille dans un écoulement de conduite de section circulaire ne constituent pas nécessairement un nouveau type de structure cohérente, car elles pourraient résulter de l'alignement longitudinal cohérent de paquets de *hairpins*, comme conceptualisé par le schéma fig. 2.21. La croissance auto-semblable des paquets de *hairpins* proposée par Tomkins et Adrian [312] (§2.1.4) étant limitée verticalement par l'épaisseur de la couche limite δ et transversalement par l'espacement latéral entre paquets (également de l'ordre de δ), Tomkins et Adrian [313] proposent que la croissance des paquets de *hairpins* pourrait continuer dans la direction longitudinale seulement et donner lieu à la concaténation longitudinale de paquets de *hairpins* conduisant à la formation de superstructures longues de plusieurs δ . A un nombre de Reynolds intermédiaire $Re_\theta = 4\,700$ ($Re_\tau = 2\,460$), Dennis et Nickels [76] observent expérimentalement à l'aide de PIV résolue en temps des superstructures dont l'une des réalisation semble être composée de deux paquets de *hairpins* alignés longitudinalement (chaque paquet est suggéré par sa forme de "rampe" avec l'inclinaison typique décrite fig. 2.5). La sinuosité des superstructures pourrait résulter d'un alignement imparfait des paquets. Dennis et Nickels [76] soulignent que l'alignement des paquets pourrait être fortuit ou bien résulter d'un mécanisme qui reste à déterminer.

L'image de superstructures résultant de l'assemblage de paquets de *hairpins* dont certains *hairpins* constitutifs seraient issus de tourbillons quasi-longitudinaux proches paroi est consistante avec le flux diffusif d'énergie cinétique turbulente orienté de la zone tampon vers l'extérieur de la couche limite discuté dans la section 2.2. Toutefois, il est également possible qu'un paquet de *hairpins* donne naissance à un autre paquet de *hairpins* ([73]), de même qu'au sein d'un paquet certains *hairpins* semblent naître sous l'action de *hairpins* plus anciens (§2.1.4). Lee et Sung [177] suivent l'évolution temporelle d'une superstructure dans une simulation numérique directe à Re_θ compris

3. Le déphasage peut être interprété dans le cadre théorique proposé par Sharma et McKeon [279], comme évoqué brièvement §2.5.3.

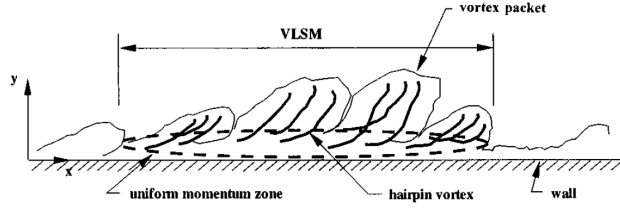


FIGURE 2.21 – Schéma conceptuel proposant la formation de superstructures par alignement cohérent de paquets de *hairpins*. Tiré de Kim et Adrian [156].

entre 1 410 et 2 560 et suggèrent que cette structure résulte de la fusion longitudinale de plusieurs paquets de *hairpins* en raison de l'évolution de chaque paquet sous l'effet de son auto-induction et du cisaillement moyen. En particulier, le cisaillement moyen serait à l'origine d'une vitesse de convection plus rapide du sommet du paquet de *hairpins* (extrémité aval en raison de l'inclinaison moyenne du paquet, comme illustré fig. 2.5) en comparaison avec celle de la partie inférieure de l'extrémité amont d'un paquet situé immédiatement en aval, ce qui provoquerait la fusion. Lee et Sung [177] soulignent qu'il est possible que les paquets s'alignent avant de fusionner, ou bien qu'un paquet soit à l'origine de l'apparition d'un autre paquet qui serait immédiatement situé à un endroit favorable pour une fusion ultérieure. Les observations de Lee et Sung [177] sont compliquées par la diversité d'échelles dynamiquement actives affectant en particulier le champ de vortécité, bien que la superstructure ne soit considérée qu'à un nombre de Reynolds intermédiaire ($Re_\theta = 2\,400$). Une croissance latérale de superstructures par fusion en envergure de superstructures est par ailleurs observée par Lee et Sung [177].

L'idée répandue que les superstructures puissent résulter de la fusion de paquets de *hairpins*, et éventuellement trouver leur origine de façon au moins indirecte dans des structures nées dans la zone tampon, conduirait à une possible dépendance de la dynamique de la zone externe à l'égard de la dynamique de la zone interne. Cela impliquerait qu'une altération de la dynamique de la zone interne aurait un effet significatif sur la dynamique de la zone externe. Même s'il est possible que certaines superstructures trouvent leur origine dans la dynamique de la zone tampon, il semble toutefois improbable que l'essentiel de la dynamique des superstructures soit lié à la dynamique de la zone tampon. En effet, Hutchins et Marusic [124] soulignent qu'à grand nombre de Reynolds, la forte séparation entre l'échelle de longueur interne caractérisant le cycle autonome proche paroi et l'échelle de longueur externe caractérisant les superstructures rend peu intuitive la possibilité que le cycle proche paroi influence voire donne naissance aux superstructures. Des indices d'une relative autonomie de la zone externe vis à vis de la zone interne sont en particulier exposés dans la section 2.5, suggérant que les superstructures pourraient exister en tant que structures cohérentes distinctes des paquets de *hairpins* et avoir une dynamique propre. Le découpage classique de la couche limite en zones (§1.2.5.3) n'est alors pas nécessairement le plus approprié pour la description de l'interaction dynamique entre zones, comme abordé dans la section suivante.

2.4.3 Remise en cause de la définition classique des zones de la couche limite

La théorie des structures attachées (§2.1.2) distingue les structures actives par leur contribution significative à la tension croisée de Reynolds, ce qui semble être le cas des superstructures (§2.3.3) dans la zone externe à grand nombre de Reynolds. La tension croisée de Reynolds décrit en effet l'effet de la turbulence sur le bilan de quantité de mouvement moyenne longitudinale dans la couche limite à gradient de pression nul (1.27) :

$$\langle u \rangle \partial_x \langle u \rangle + \langle v \rangle \partial_y \langle u \rangle = \partial_y (\nu \partial_y \langle u \rangle - \langle u'v' \rangle) \quad (2.10)$$

Avant de discuter le rôle dynamique des structures cohérentes, rappelons l'interprétation classique de ce bilan ([50]). Lors de l'advection moyenne, l'écoulement moyen perd de la quantité de mouvement dans la zone externe par diffusion turbulente ($\partial_y (\nu \partial_y \langle u \rangle - \langle u'v' \rangle) < 0$, tension visqueuse

négligeable). Dans la zone interne, en négligeant le terme convectif en raison de la proximité de la paroi, le cisaillement total est approximativement constant et le bilan de la diffusion visqueuse et turbulente est donc localement proche de zéro, $\partial_y (\nu \partial_y \langle u \rangle - \langle u'v' \rangle) \approx 0$. Le flux diffusif de quantité de mouvement⁴ $\nu \partial_y \langle u \rangle - \langle u'v' \rangle \geq 0$ est orienté vers la paroi en tout point du profil de couche limite, et approximativement constant (proche de u_τ^2) dans la zone interne. A la paroi, il coïncide avec le frottement pariétal moyen. La diffusion visqueuse et turbulente conduit donc à la perte de quantité de mouvement moyenne longitudinale du fluide au profit de la paroi. Les fluctuations turbulentes contribuent en tout point de la couche limite à ce flux orienté vers la paroi, $-\langle u'v' \rangle \geq 0$. Le bilan local de la diffusion turbulente est négatif dans la partie supérieure du profil de couche limite ($\partial_y (-\langle u'v' \rangle) < 0$, ralentissement de l'écoulement moyen) tandis qu'il est positif près de la paroi ($\partial_y (-\langle u'v' \rangle) > 0$, accélération de l'écoulement moyen). La diffusion turbulente tend donc à uniformiser le profil de vitesse moyenne en transférant de la quantité de mouvement moyenne longitudinale de l'extérieur vers l'intérieur de la couche limite ([50]). Près de la paroi, le bilan d'accélération de l'écoulement moyen par les fluctuations turbulentes est toutefois compensé par le bilan de décélération causé par la tension visqueuse, $\partial_y (\nu \partial_y \langle u \rangle - \langle u'v' \rangle) \approx 0$, si bien que la quantité de mouvement est en fait transférée à la paroi, ce qui se traduit par le frottement moyen pariétal.

Le rôle d'une structure cohérente donnée dans la dynamique de la couche limite peut donc être caractérisé par sa contribution au flux turbulent de quantité de mouvement $-\langle u'v' \rangle$ en direction de la paroi, mais aussi par sa contribution au terme de ralentissement ou d'accélération de l'écoulement moyen $\partial_y (-\langle u'v' \rangle)$ associé au bilan diffusif turbulent local, qui contribue à l'homogénéisation du profil de vitesse moyenne. Dans la zone logarithmique, $-\langle u'v' \rangle$ est approximativement constant (§1.2.5.3) et proche de u_τ^2 , mais en toute rigueur $-\langle u'v' \rangle$ présente un pic aux alentours de $y^+ = 2\sqrt{Re_\tau}$, i.e. près du centre de la zone logarithmique ([70], [249], [292]). Le fait que $-\langle u'v' \rangle$ soit légèrement inférieur à sa valeur maximale dans la partie inférieure de la zone logarithmique n'est pas incompatible avec un cisaillement total constant (lié à la proximité de la paroi), car la tension visqueuse n'est pas tout à fait négligeable dans cette zone. Dans la partie supérieure de la zone logarithmique, la tension visqueuse est en revanche négligeable, mais la distance à la paroi est suffisante pour que les termes convectifs ne soient pas tout à fait négligeables et pour que le cisaillement total varie donc légèrement, si bien que $-\langle u'v' \rangle$ est légèrement inférieur à sa valeur maximale dans cette région également. Comme le cœur des superstructures est proche du centre de la zone logarithmique, il coïncide approximativement avec le pic de $-\langle u'v' \rangle$. La partie inférieure des superstructures se situe donc dans la zone où la turbulence tend à accélérer l'écoulement moyen, tandis que leur partie supérieure se trouve dans la zone de ralentissement. En raison de la contribution significative des superstructures à $-\langle u'v' \rangle$ (§2.3.3), certaines études spectrales de $-\langle u'v' \rangle$ prennent donc en compte la différence entre la zone $y^+ < 2\sqrt{Re_\tau}$ et la zone $y^+ > 2\sqrt{Re_\tau}$ ([249]) voire étudient le spectre associé à $\partial_y (-\langle u'v' \rangle)$ (Balakumar et Adrian [13] discutent en particulier la contribution des superstructures au terme d'accélération).

La zone externe est classiquement définie comme la zone où y^+ est suffisamment grand pour que la tension turbulente représentée par $-\langle u'v' \rangle$ domine la tension visqueuse $\nu \partial_y \langle u \rangle$, et la borne inférieure de la zone externe est donc une valeur de y^+ ne dépendant pas *a priori* du nombre de Reynolds (§1.2.5.3). Klewicki *et al.* [159] soulignent toutefois que la comparaison des termes turbulent $\partial_y (-\langle u'v' \rangle)$ et visqueux $\partial_y (\nu \partial_y \langle u \rangle)$ du bilan de quantité de mouvement moyenne longitudinale (2.10), schématisée sur la figure 2.22, montre que le terme visqueux n'est pas négligeable devant le terme turbulent depuis la paroi jusqu'à une distance à la paroi proche de la position du pic de $-\langle u'v' \rangle$, ce qui correspond donc approximativement à une valeur de y^+ évoluant proportionnellement à $\sqrt{Re_\tau}$, et non pas constante. En effet, près du centre de la zone logarithmique le terme $\partial_y (-\langle u'v' \rangle)$ s'annule et change de signe tandis que $-\langle u'v' \rangle$ atteint son maximum proche de u_τ^2 . Klewicki *et al.* [159] présentent donc une division de la couche limite en quatre couches (fig. 2.22) basée sur l'ordre de grandeur des termes du bilan de quantité de mouvement moyenne longitudinale (2.10) :

4. On choisit ici de définir un flux orienté vers la paroi (i.e. selon les y décroissants) par commodité de discussion du signe de ce flux.

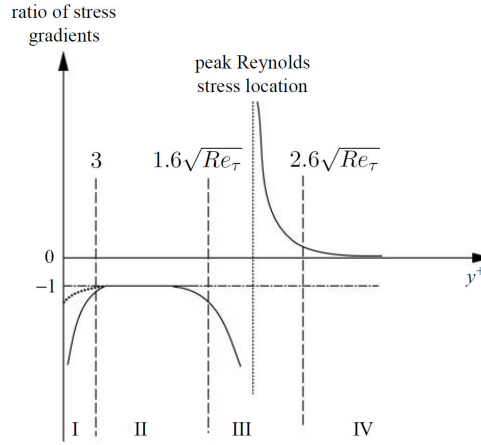


FIGURE 2.22 – Schéma du rapport entre les termes visqueux ($\partial_y(\nu\partial_y\langle u \rangle)$) et turbulent ($\partial_y(-\langle u'v' \rangle)$) du bilan de quantité de mouvement moyenne longitudinale et des bornes approximatives des quatre couches de Klewicki *et al.* [159]. Dans la zone I, la ligne continue indique les cas du canal et de la conduite circulaire, tandis que la ligne en pointillé indique le cas de la couche limite à gradient de pression nul (équation (2.10)). Adapté de [159].

- Dans la zone I, le terme visqueux $\partial_y(\nu\partial_y\langle u \rangle)$ domine le terme turbulent $\partial_y(-\langle u'v' \rangle)$ et équilibre le terme d'advection moyenne ([159]). Cette zone s'étend sur $0 \leq y^+ \leq 3$, induit un saut de vitesse moyenne de l'ordre de $3u_\tau$ et retient essentiellement le caractère de la sous-couche visqueuse classique (§1.2.5.3).
- Dans la zone II, les termes visqueux et turbulent sont du même ordre de grandeur et grands devant le terme d'advection moyenne. Cette zone est comprise entre $y^+ = 3$ et $y^+ = 1.6\sqrt{Re_\tau}$ environ et représente un saut de vitesse de l'ordre de $U_\infty/2$.
- La zone III est une couche intermédiaire dans laquelle le terme turbulent s'annule et change de signe, si bien que l'équilibre du bilan (2.10) est profondément changé. Aucun des trois termes (advection moyenne, visqueux et turbulent) ne peut être négligé dans cette zone qui s'étend de $y^+ = 1.6\sqrt{Re_\tau}$ à $y^+ = 2.6\sqrt{Re_\tau}$ environ et représente un saut de vitesse moyenne de l'ordre de u_τ .
- Enfin, dans la zone IV le terme visqueux est négligeable devant les termes turbulent et d'advection moyenne qui sont en équilibre. Cette zone s'étend entre $y^+ = 2.6\sqrt{Re_\tau}$ environ et la frontière extérieure de la couche limite, et induit un saut de vitesse de l'ordre de $U_\infty/2$.

L'épaisseur des zones II et III traduit l'existence d'une troisième échelle de longueur dans ce modèle à quatre couches, l'échelle de longueur $\sqrt{\nu\delta}/u_\tau$ intermédiaire entre les échelles interne ν/u_τ et externe δ et nécessaire pour adimensionner l'équation de quantité de mouvement moyenne longitudinale dans la zone III ([159]). La zone III et une grande part des zones II et IV se trouvent dans la zone logarithmique associée au découpage classique de la couche limite (§1.2.5.3). Klewicki *et al.* [159] soulignent que le centre statistique de l'interaction entre zone externe et zone interne semble se trouver dans la zone III, où il y a rupture de l'équilibre entre les termes du bilan de quantité de mouvement moyenne longitudinale (2.10) et passage d'un équilibre entre termes visqueux et turbulent plus près de la paroi à un équilibre entre termes turbulent et d'advection moyenne plus loin de la paroi. Selon ce modèle en quatre couches, le terme visqueux ne serait donc négligeable que dans la zone IV. Par conséquent, seule la partie supérieure de la zone logarithmique classiquement définie (§1.2.5.3) serait inertielle, ce qui n'est pas en désaccord avec les résultats les plus conservatifs concernant la borne inférieure de la zone logarithmique ([328], [201]).

Malgré sa pertinence pour l'étude de l'interaction entre zone interne et zone externe, le modèle à quatre couches de Klewicki *et al.* [159] n'est pas retenu pour décrire les différentes zones de la couche limite dans la suite de l'étude. La référence aux zones plus classiquement définies (sous-couche visqueuse, zone tampon, zone logarithmique et zone de sillage §1.2.5.3) facilite en effet la

discussion en relation avec la plupart des études disponibles dans la littérature, qui utilisent le découpage classique.

2.5 Indices d'une relative autonomie de la zone externe

L'interaction entre zone interne et zone externe abordée dans la section 2.4, en particulier à travers la modulation de la dynamique proche paroi par les grandes échelles de fluctuations turbulentes de la zone externe à grand nombre de Reynolds, mais aussi par les liens à nombre de Reynolds intermédiaire entre certaines superstructures de la zone externe et des structures parfois issues de la zone tampon, pourrait laisser penser que la dynamique de la zone externe dépend fondamentalement de celle de la zone tampon. Pourtant, des indices d'une certaine autonomie de la zone externe existent. Ces indices sont abordés à travers les trois points suivants :

- Universalité de la zone externe en présence d'une paroi rugueuse dans certaines conditions (§2.5.1),
- Préservation d'une partie de la dynamique de la zone externe malgré la suppression artificielle de la dynamique propre à la zone proche paroi lors d'expériences numériques (§2.5.2),
- Coïncidence des caractéristiques de certaines grandes structures cohérentes observées dans la zone externe avec les perturbations les plus amplifiées du profil de vitesse moyenne de couche limite turbulente (§2.5.3), suggérant la possibilité d'une croissance autonome.

2.5.1 Hypothèse de Townsend et paroi rugueuse

Comme mentionné dans la section 1.2.5.2, les résultats obtenus pour une paroi lisse restent valables tant que la paroi peut être considérée comme hydrauliquement lisse, ce qui en termes de hauteur maximale des rugosités k_{\max}^+ est vérifié pour la condition $k_{\max}^+ < 5$ (Schlichting [275]). En présence de rugosités plus importantes et dont le sommet peut se trouver au-delà de la sous-couche visqueuse, l'écoulement est significativement affecté. En particulier, la dynamique de la zone tampon et son cycle autonome (§1.3.3) peuvent être remplacés par une dynamique turbulente totalement différente si les rugosités sont de taille suffisante en comparaison avec l'unité de paroi. Le coefficient de frottement C_f est alors défini par l'équation (1.32), *i.e.* comme l'effort longitudinal moyen par unité de surface subi par la paroi et adimensionné par $1/2\rho U_\infty^2$ (la définition (1.35) n'est en effet pas valide dans le cas d'une paroi rugueuse, d'une part car la surface de la paroi n'est pas plane dans le détail des rugosités, d'autre part car les rugosités subissent des efforts de pression). Pour une rugosité équivalente à une rugosité de type grain de sable de hauteur k_S , trois régimes sont définis ([275]). Dans le régime hydrauliquement lisse ($k_S^+ \leq 5$), les rugosités n'ont pas d'effet visible sur le frottement moyen. Dans le régime intermédiaire ($5 \leq k_S^+ \leq 70$), la traînée de forme sur les rugosités devient sensible. Enfin, dans le régime rugueux pleinement établi ($k_S^+ > 70$), l'effort subi par la paroi est dominé par la traînée de forme des rugosités.

Schlichting [275] indique que dans le régime rugueux pleinement établi, le coefficient de frottement C_f ne dépend plus que de la valeur de k_S/x et est indépendant du nombre de Reynolds Re_x , comme illustré par la figure 2.23. La hauteur des rugosités ($k_S^+ > 70$) suggère que la dynamique turbulente de la zone interne observée dans le cas d'une paroi lisse a été remplacée par une dynamique totalement différente, et l'échelle de longueur visqueuse ν/u_τ associée à la zone interne dans le cas lisse n'est donc plus pertinente, contrairement au paramètre k_S/δ dont l'importance est soulignée par Schlichting [275]. Dans le régime rugueux pleinement établi, C_f semble dépendre seulement de la valeur de k_S/δ , comme suggéré par les lois de vitesse moyenne dans ce régime résumées par Jiménez [142].

Si la condition $k_S^+ \gg 1$ (dynamique turbulente de la zone interne complètement modifiée) est associée à la condition $k_S/\delta \ll 1$ (rugosités de taille négligeable devant l'épaisseur de couche limite), la dynamique turbulente de la zone externe semble rester universelle et semblable au cas d'une paroi lisse (Jiménez [142]), conformément à l'hypothèse de similitude de la zone externe de Townsend [314] (discutée en détail par Chung *et al.* [40]). Toutefois, remplir les deux conditions

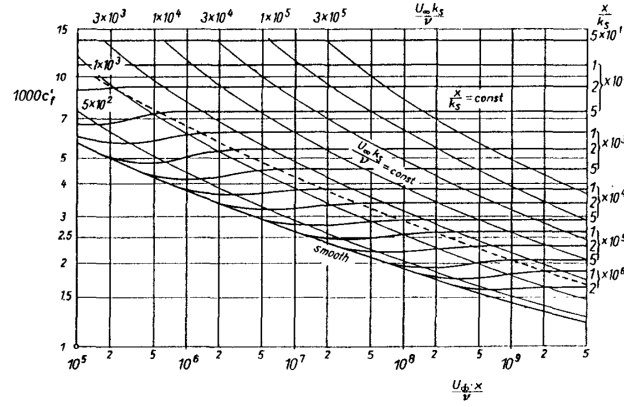


FIGURE 2.23 – Coefficient de frottement local $1000 C_f$ en fonction de Re_x dans une couche limite turbulente (supposée turbulente dès le bord d'attaque de la plaque). Paroi de rugosité équivalente à une rugosité de type grain de sable de hauteur k_s . La ligne brisée indique la limite du régime rugueux pleinement établi ($k_s^+ = 70$). Tiré de Schlichting [275].

simultanément nécessite une grande valeur du nombre de Reynolds Re_τ , ce qui rend difficile la vérification de l'hypothèse de Townsend [314] et a alimenté le débat à son sujet (Morrison [218]). Kunkel et Marusic [167] observent dans la couche de surface atmosphérique avec un état de surface du sol correspondant au régime intermédiaire que la théorie des structures attachées de Townsend [314] reste valide et que les structures cohérentes présentes dans la zone externe semblent n'être affectées par la rugosité que par le biais de la valeur de la vitesse de frottement u_τ . Les rugosités bidimensionnelles considérées par Krogstad et Efros [165] nécessitent une valeur particulièrement faible de k_s/δ pour que l'universalité de la loi de vitesse déficitaire dans la zone externe (§1.2.5.3) soit préservée en régime rugueux pleinement établi, et donc une valeur élevée du nombre de Reynolds permettant de vérifier simultanément les conditions $k_s^+ \gg 1$ et $k_s/\delta \ll 1$ (figure 2.24). Dans ces conditions, l'intensité du sillage adimensionné n'est pas modifiée, contrairement à l'expérience à plus faible nombre de Reynolds, et les tensions de Reynolds adimensionnées dans la zone externe sont également préservées. Les résultats de Krogstad et Efros [165] semblent confirmer la proposition de Jiménez [142] selon laquelle les rugosités ont un faible impact sur la zone externe à condition qu'elle soient suffisamment petites pour ne pas altérer significativement la nature de la zone logarithmique, qui contient une grande part de la production d'énergie cinétique turbulente à grand nombre de Reynolds (§2.2.1). Enfin, Castro *et al.* [26] présentent une représentation universelle de l'intensité turbulente longitudinale en fonction de la vitesse moyenne dans la zone externe en utilisant des échelles appropriées ("courbe de diagnostic" introduite par Alfredsson *et al.* [4]) et obtiennent la superposition des données expérimentales avec des parois lisses ou rugueuses.

La comparaison des données expérimentales avec une paroi lisse ou rugueuse en régime pleinement établi permet donc de conclure que le remplacement de la dynamique de la zone tampon par une dynamique turbulente totalement différente n'a qu'un faible impact sur la nature de la dynamique de la zone externe (mais pas sur son amplitude) tant que les rugosités sont très petites en comparaison avec l'échelle de longueur externe. La simulation numérique permet d'envisager d'autres manières d'évaluer l'autonomie de la zone externe vis-à-vis de la zone interne, comme abordé dans la section suivante.

2.5.2 Expériences numériques suggérant l'autonomie de la zone externe

De la même façon que l'autonomie du cycle proche paroi a été démontrée par des expériences numériques destinées à isoler la contribution de certains mécanismes physiques (§1.3.3), l'autonomie de la zone externe a été étudiée à l'aide de simulations numériques directes dans lesquelles une partie des phénomènes physiques est volontairement écartée pour en observer l'importance dans la dynamique de la zone externe. Dans un écoulement de canal à $Re_\tau = 630$, Flores et Jiménez

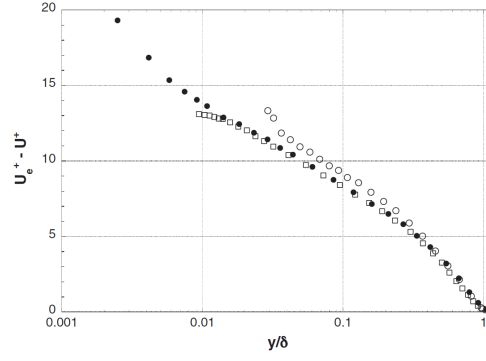


FIGURE 2.24 – Déficit de vitesse $U_\infty^+ - \langle u \rangle^+$ en fonction de y/δ . \bullet : paroi lisse, $Re_\theta = 13\,400$; \square : paroi rugueuse avec des barres carrées, $Re_\theta = 32\,600$, $k_S^+ = 325$, $\delta/k_S = 41$; \circ : paroi rugueuse avec des barres circulaires, $Re_\theta = 4\,800$, $k_S^+ = 260$, $\delta/k_S = 8$. Tiré de Krogstad et Efros [165].

[88] imposent des tensions de Reynolds non nulles à la paroi allant jusqu'à la suppression du cycle autonome proche paroi, mais constatent que le profil de déficit de vitesse moyenne ainsi que les profils turbulents adimensionnés par la vitesse de frottement ne sont que très légèrement modifiés dans la zone externe. L'analyse du bilan d'énergie cinétique turbulente dans la zone logarithmique, qui reste marqué par un équilibre approché entre production et dissipation malgré les perturbations à la paroi, suggère que la zone logarithmique aurait une dynamique propre. Flores et Jiménez [88] notent toutefois, au faible nombre de Reynolds considéré, que les plus grandes structures cohérentes semblent être influencées par la dynamique de la zone tampon. Flores *et al.* [90] poursuivent l'analyse du calcul et concluent que l'hypothèse de Townsend [314] semble être valide. Les amas de vorticité attachés pourraient trouver leur origine loin de la paroi ou bien "oublier" leur origine proche paroi au cours de leur évolution dans la zone logarithmique, si bien que ces observations sont compatibles avec la théorie des structures attachées.

Flores et Jiménez [89] réalisent des simulations d'écoulement de canal à $Re_\tau = 1\,800$ dans des domaines numériques minimaux, les longueurs longitudinale L_x et transverse L_z du domaine de calcul étant volontairement insuffisantes pour permettre l'obtention des plus grandes structures dans la zone externe, tout en préservant des fluctuations turbulentes plus près de la paroi. Le profil de vitesse moyenne est proche du profil d'un écoulement turbulent complètement résolu jusqu'à une hauteur approximativement proportionnelle à L_z . Les isosurfaces de vitesse ($u^+ = 15$ figure 2.25) révèlent la présence dans la zone logarithmique de *streaks* basse vitesse qui deviennent sinueux et se désagrègent lors d'un *burst*. Ce phénomène est semblable au *burst* lié au cycle proche paroi (fig. 2.25) mais est compliqué par son riche contenu turbulent lié au nombre de Reynolds local bien plus élevé. Il est isolé dans les simulations minimales, mais Flores et Jiménez [89] déduisent de l'analyse des propriétés statistiques de la turbulence résolue qu'un phénomène analogue est rencontré dans une simulation complète. Au cours d'un cycle de régénération, la croissance d'un *streak* est associée à un excès de production. Le *burst* qui a alors lieu favorise la dissipation et détruit finalement le *streak*. Dans les simulations minimales, la période des *bursts* de *streaks* dans la partie résolue de la zone logarithmique dépend de leur distance   la paroi et est de l'ordre de $T^+ \approx 6y^+$ (ou de l'ordre de $T \approx 8/S$ où S est le cisaillement moyen, Jiménez [145]).

Flores et Jiménez [89] concluent donc que la dynamique au sein de la zone logarithmique peut exister indépendamment de celle dans la zone tampon et de celle dans la zone externe. En particulier, le mécanisme principal de génération de structures d'une taille donnée mettrait principalement en jeu les mêmes échelles de longueur.

Hwang et Cossu [130] utilisent une stratégie de simulation des grandes échelles où la constante du modèle sous-maille de Smagorinsky statique est volontairement augmentée de sorte à remplacer les plus petites échelles dans un écoulement de canal à $Re_\tau = 550$ par une représentation dissipative sans transfert d'énergie de ces échelles vers les grandes échelles résolues. Les plus grandes échelles

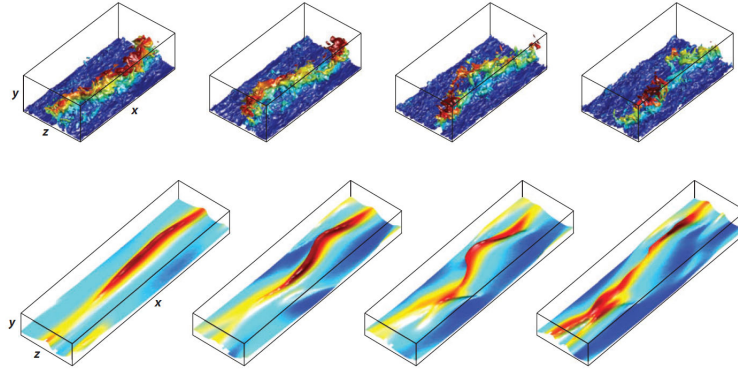


FIGURE 2.25 – Simulation de Flores et Jiménez [89] d'un écoulement de canal à $Re_\tau = 1\,800$ dans un domaine numérique réduit ($L_x^+ = 2\,900$, $L_z^+ = 1\,450$). Évolution temporelle au cours d'un *burst* d'une isosurface de vitesse $u^+ = 15$ colorée par la distance à la paroi (figures supérieures, $y = 0.4\delta$ en rouge). Isosurface $u^+ = 8$ colorée par la distance à la paroi (figures inférieures, $y^+ = 30$ en rouge). Écoulement et évolution temporelle de gauche à droite. Les axes se déplacent longitudinalement pour suivre la convection des *streaks*. Tiré de [143].

sont malgré tout préservées, ce qui suggère leur autonomie vis-à-vis des échelles plus petites. Le processus de régénération des grandes échelles reposerait sur des oscillations sinueuses de grands *streaks* aboutissant à leur décomposition, de façon semblable à la dynamique de la zone tampon. Hwang et Cossu [130] confirment également que les structures de taille $\lambda_x > 3H$ ne sont pas nécessaires à la survie des structures de taille $\lambda_x \approx 3H$. Ces expériences numériques sont poursuivies par Hwang et Cossu [131] aux alentours de $Re_\tau = 900$. Une grande structure formée d'un *streak* basse vitesse et d'un *streak* haute vitesse est isolée dans la zone logarithmique en supprimant les plus grandes structures situées loin de la paroi, en restreignant la taille du domaine numérique. Ces *streaks* sont sujets à une oscillation sinueuse qui mène à leur décomposition. L'augmentation de la constante de Smagorinsky permet de faire disparaître la dynamique de la zone tampon, et seules les grandes structures de la zone logarithmique survivent alors, à condition que la longueur L_x du domaine numérique soit suffisante. Hwang et Cossu [131] isolent successivement les structures les plus grandes à différentes hauteurs dans la zone logarithmique et en montrent l'auto-similarité géométrique (en accord avec la théorie des structures attachées). Leur processus de régénération serait lié à un soulèvement cohérent au cours duquel des *streaks* longitudinaux cohérents sont amplifiés par des TQL cohérents qui sont régénérés par la décomposition des *streaks*. Enfin, Hwang [129] isole des structures attachées de taille donnée dans un écoulement de canal à $Re_\tau \approx 950$ et $Re_\tau \approx 1800$ en annulant artificiellement le terme d'évolution en temps des plus grandes échelles transverses (λ_z), tandis que la suppression des petites échelles est toujours obtenue par une valeur suffisamment grande de la constante de Smagorinsky. Les structures ainsi isolées ont toutefois une intensité turbulente longitudinale différente et une position dans le plan (λ_z, y) légèrement différente en comparaison avec l'écoulement complet. A ce nombre de Reynolds dans le canal, des superstructures sont observées dans le spectre de u' vers $\lambda_x/H \approx 15$ et $y/H \approx 0.15$, et leur visualisation montre qu'elles sont sinueuses et bordées de tourbillons quasi-longitudinaux. Les propriétés des structures énergétiques isolées par le calcul sont en relativement bon accord avec celles des structures attachées de Townsend [314], en particulier en termes d'auto-similarité. Les résultats obtenus semblent confirmer que les structures attachées d'une taille donnée ont chacune un cycle autonome propre.

Mizuno et Jiménez [214] démontrent l'autonomie de la zone logarithmique vis-à-vis de la paroi en supprimant cette dernière dans des simulations numériques (DNS et LES) d'écoulement de canal. Dans ces simulations à des nombres de Reynolds Re_τ de l'ordre de 900 et 2 000, une condition aux limites particulière est employée à la frontière du domaine de calcul située dans la partie inférieure de la zone logarithmique. Le signal turbulent issu d'un point plus élevé dans le profil turbulent est en effet utilisé pour déterminer cette condition aux limites. A cet effet, ce signal est remis à l'échelle

de sorte à ce que les longueurs de corrélation dans les directions longitudinale (x) et transverse (z) soient proportionnelles à la distance à la paroi (fictive). Cette méthode de recyclage conduit à l'apparition d'une zone logarithmique malgré l'absence de la paroi. Si en revanche le recyclage conserve les longueurs de corrélation du signal à l'endroit où il est prélevé, la simulation numérique bifurque vers un écoulement de cisaillement moyen uniforme.

L'élément clé dans l'apparition d'un profil logarithmique serait donc la présence de structures cohérentes dont la taille est proportionnelle à la distance à la paroi, ce qui suggère que ce sont les échelles des structures cohérentes qui déterminent le cisaillement moyen, et non l'inverse. Mizuno et Jiménez [214] concluent qu'il est peu probable que l'origine des structures peuplant la zone logarithmique dépende de structures proches de la paroi.

Les expériences numériques concernant la couche limite en développement spatial plutôt que le canal sont relativement rares. On peut citer les simulations aux grandes échelles très bien résolues de Bannier *et al.* [15] à $Re_\theta = 550 - 1\,450$ ($Re_\tau = 250 - 450$), qui montrent que l'effet de *riblets* sur la zone interne n'entraîne pas de modification sensible de la dynamique universelle de la zone externe, à un changement d'échelles près (incluant un décalage des origines).

On peut remarquer que les résultats suggérant une relative autonomie de la zone logarithmique à l'égard de la zone tampon ne sont pas contradictoires avec l'existence d'un flux diffusif d'énergie cinétique turbulente orienté de la zone tampon vers la zone externe. En effet, si la zone logarithmique est vue comme une zone de quasi-équilibre entre production et dissipation, ce flux diffusif reste approximativement constant à travers la zone logarithmique et n'apporte donc pas d'énergie localement dans la zone logarithmique (§2.2.1). De plus, la contribution de la zone logarithmique à la production d'énergie cinétique turbulente globale dans la couche limite à grand nombre de Reynolds est importante (§2.2.1). Les illustrations de phénomènes de *bursts* dans des simulations minimales isolant les grandes structures au sein de la zone logarithmique (fig. 2.25) suggèrent le rôle joué par d'éventuelles instabilités et par la croissance de perturbations dans la dynamique turbulente de la zone logarithmique et la production d'énergie cinétique turbulente associée. Les résultats issus d'analyses des perturbations les plus amplifiées du profil moyen de couche limite sont abordés dans la section suivante.

2.5.3 Perturbations les plus amplifiées

Consécutivement à des travaux portant sur les perturbations d'amplification linéaire transitoire maximale dans l'écoulement de canal turbulent par del Álamo et Jiménez [71] et Pujals *et al.* [251], Cossu *et al.* [49] abordent le cas d'un écoulement de couche limite turbulente à gradient de pression nul, dont les profils de vitesse moyenne et de viscosité turbulente sont représentés par des lois universelles. Une analyse de stabilité linéaire est réalisée pour des petites perturbations incompressibles de la forme $u_j(x, y, z, t) = \hat{u}_j(\alpha, y, \beta, t) \exp i(\alpha x + \beta z)$ autour d'un écoulement moyen parallèle coïncidant avec l'écoulement moyen à une station x donnée⁵. Une hypothèse considérée comme majeure par Cossu *et al.* [49] est la représentation dans cette analyse des effets de la turbulence par une viscosité turbulente (discutée également par Alizard *et al.* [5]).

La linéarisation des équations du mouvement avec ces hypothèses fournit les équations généralisées de Orr-Sommerfeld pour la vitesse normale à la paroi \hat{v} et de Squire pour la vorticité $\hat{\omega}_y$. Le profil de couche limite turbulente est linéairement stable, mais l'opérateur linéarisé est non-normal ([276]) et des phénomènes de croissance transitoire sont possibles. L'énergie cinétique de certaines perturbations, bien qu'elle tende vers zéro sur un temps long si l'amplitude de la perturbation est restée suffisamment faible pour que les termes non-linéaires soient négligeables, est dans un premier temps fortement amplifiée par la croissance transitoire. Pour chaque couple (α, β) , on peut alors

5. L'effet direct du développement spatial moyen sur l'évolution des perturbations est donc négligé, ce qui peut induire des erreurs d'autant plus importantes que des perturbations de grande longueur d'onde longitudinale sont considérées. Cossu *et al.* [49] rappellent toutefois la pertinence de l'analyse parallèle pour l'étude de la stabilité de la couche limite laminaire. Dans ce dernier cas, les analyses non-parallèles ne changent en effet pas fondamentalement les conclusions en particulier loin de l'origine de la couche limite (le développement spatial étant davantage marqué près de l'origine).

identifier la perturbation initiale conduisant à un gain d'énergie cinétique optimal $G_{\max}(\alpha, \beta)$, *i.e.* un rapport maximal entre l'énergie cinétique maximale atteinte par la perturbation au cours du temps (à l'issue de la croissance transitoire) et son énergie cinétique initiale, ou encore :

$$G_{\max}(\alpha, \beta) = \sup_t G(\alpha, \beta, t) \quad (2.11)$$

où $G(\alpha, \beta, t)$ est égal au rapport entre l'énergie cinétique de la perturbation \hat{u} à l'instant t et l'énergie cinétique de la perturbation initiale \hat{u}_0 maximisé sur les perturbations \hat{u}_0 admissibles :

$$G(\alpha, \beta, t) = \sup_{\hat{u}_0} \|\hat{u}\|^2 / \|\hat{u}_0\|^2 \quad (2.12)$$

avec $\|\bullet\|^2$ la mesure de l'énergie cinétique de la perturbation. Cossu *et al.* [49] notent que les perturbations allongées longitudinalement sont les plus amplifiées, à tel point que l'analyse peut être restreinte à $\alpha = 0$.

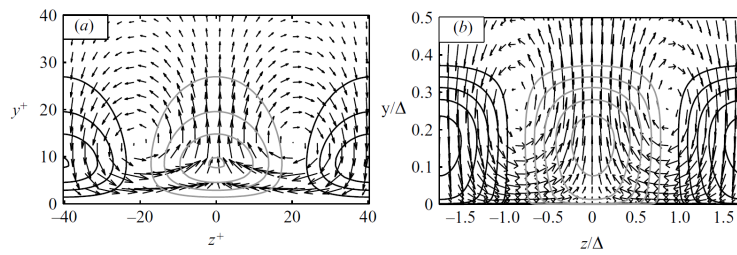


FIGURE 2.26 – Vue dans le plan (z, y) des composantes v et w de la perturbation initiale optimale (vecteurs) et de la composante u de la perturbation à l'instant où le gain maximal est atteint (lignes de niveau, $u > 0$ en noir et $u < 0$ en gris), à $Re_\theta = 13\,000$ et pour $\alpha = 0$. (a) Pic secondaire ($\beta\Delta = 1\,300$) en échelles internes. (b) Pic primaire ($\beta\Delta = 3.65$) en échelles externes ($\delta \approx 0.223\Delta$, Δ étant l'échelle de Rotta-Clauser (1.38)). Tiré de Cossu *et al.* [49].

A $Re_\theta = 13\,000$ et pour $\alpha = 0$, Cossu *et al.* [49] observent que le gain le plus élevé est atteint par des perturbations de très grande échelle vérifiant $\lambda_z = 7.6\delta$ (toutefois, cette longueur d'onde transverse optimale diminue fortement pour des λ_x finis, devenant par exemple $\lambda_z = 4.2\delta$ pour $\lambda_x = 28\delta$). Un pic secondaire est localisé vers $\lambda_z^+ = 80$. La figure 2.26 représente la perturbation optimale liée au pic secondaire et celle liée au pic primaire, à l'instant initial et à l'instant où le gain maximal est atteint. Pour chaque pic, la perturbation initiale optimale est constituée par des tourbillons quasi-longitudinaux avec une perturbation de u faible. Ces tourbillons induisent des *streaks* longitudinaux sous la forme d'une perturbation forte pour u et faible pour v et w à l'instant de gain maximal. Dans le cas du pic secondaire, les TQL et *streaks* sont centrés vers $y^+ = 10$. Dans le cas du pic primaire, les TQL initiaux sont centrés au-dessus de la frontière de la couche limite, et les *streaks* ont une amplitude non-négligeable à l'intérieur de la couche limite (l'amplitude de u est encore la moitié de sa valeur maximale en $y^+ = 20$). Le gain maximal associé au pic primaire augmente avec le nombre de Reynolds et est associé à des longueurs d'onde allant jusqu'à $\lambda_z \approx 8\delta$ qui sont plus grandes que les superstructures observées expérimentalement ou dans les simulations numériques. Cossu *et al.* [49] indiquent plusieurs explications possibles à cet écart. En particulier, l'analyse est focalisée sur les perturbations vérifiant $\alpha = 0$ (λ_x infini). De plus, il est possible que les perturbations de grand λ_z optimales au regard de la croissance transitoire ne soient pas sélectionnées par des effets non-linéaires à l'origine d'un cycle auto-entretenu, et ne soient pas non plus forcées par d'autres cycles auto-entretenus.

Alizard *et al.* [5] prolongent l'analyse de Cossu *et al.* [49] à $Re_\theta = 7\,381$, $15\,105$ et $22\,923$. Leurs résultats sont en accord avec ceux de Cossu *et al.* [49]. L'étude est complétée par la description des perturbations de λ_x grand mais fini. Ces perturbations sont moins amplifiées, mais leur inclinaison dans le plan (x, y) et leur espacement en envergure sont en meilleur accord avec les observations

de superstructures. Par ailleurs, Alizard *et al.* [5] étudient la sensibilité des perturbations de λ_x infini à une modification du profil de vitesse moyenne. En écrivant le système linéarisé sous la forme $(\partial_t - \mathcal{A})\hat{u} = 0$, $\hat{u}(t = 0) = \hat{u}_0$, le mode dont l'énergie cinétique est la plus amplifiée au temps T par croissance transitoire est associé à la plus grande valeur singulière de $\exp(\mathcal{A}T)$, *i.e.* $\exp(\mathcal{A}^+T)\exp(\mathcal{A}T)\hat{u}_0 = \sigma^2\hat{u}_0$ où \mathcal{A}^+ est l'opérateur adjoint de \mathcal{A} et σ^2 est le gain optimal d'énergie. Alizard *et al.* [5] étudient la sensibilité d'une valeur singulière σ^2 donnée associée à une perturbation amplifiée donnée au profil de vitesse moyenne $U(y)$. La sensibilité des perturbations optimales interne et externe à la vitesse moyenne est la plus forte dans la zone interne et dans la zone externe respectivement. Lorsque le nombre de Reynolds augmente, les supports où des déviations du profil de vitesse moyenne ont un effet significatif sur le gain maximal des perturbations optimales interne et externe sont progressivement disjoints et de plus en plus séparés. Une modification de la perturbation optimale proche paroi provoquée par une déviation du profil de vitesse moyenne dans la zone interne perturbe donc peu la zone externe, et cela d'autant moins que le nombre de Reynolds augmente. Ce résultat de Alizard *et al.* [5] peut être vu comme un indice supplémentaire d'une certaine autonomie de la zone externe.

L'analyse linéaire des perturbations permet de décrire une croissance transitoire qui, dans le cas du pic secondaire situé dans la zone interne (fig. 2.26), suggère le mécanisme d'induction des *streaks* par des TQL au cours du cycle autonome de la zone tampon (§1.3.3). De la même façon, on peut donc imaginer que la dynamique des grandes structures de la zone logarithmique, qui semble être relativement autonome (§2.5.2), soit en partie soutenue par un mécanisme de croissance transitoire avec l'induction de *streaks* par des tourbillons quasi-longitudinaux. En effet, une telle croissance transitoire est possible pour des perturbations à l'échelle de la zone externe, comme illustré dans le cas extrême du pic primaire de la figure 2.26. Jiménez [144] discute des possibilités de décrire par des mécanismes linéaires certaines propriétés des *bursts* présents dans la zone logarithmique. En particulier, les perturbations de vitesse normale à la paroi, nécessaires à l'initiation du mécanisme de croissance transitoire décrit fig. 2.26, ne seraient pas entièrement issues de phénomènes non-linéaires liés à la fin de vie des *streaks*. En effet, un mécanisme linéaire non visqueux (mécanisme de Orr, [144]) semble pouvoir causer l'amplification par croissance transitoire de perturbations de vitesse normale à la paroi causées par un *streak* leur ayant communiqué une faible amplitude initiale. Cette amplification serait provoquée par l'action du cisaillement moyen et continuerait après la disparition du *streak*. Malgré les nombreux points communs entre les *bursts* dans la zone tampon et dans la zone logarithmique, Jiménez [144] insiste également sur la possibilité que les mécanismes d'auto-entretien de la dynamique turbulente ne soient pas identiques entre ces deux zones. Jiménez [146] discute plus en détail la pertinence des mécanismes identifiés et les limites d'une description linéaire des fluctuations turbulentes observées dans des simulations numériques directes d'écoulement de canal.

Pour aller au delà des descriptions classiques des structures cohérentes telles la théorie des structures attachées, Sharma et McKeon [279] proposent une nouvelle approche de la turbulence pariétale illustrée dans le cas de l'écoulement pleinement développé dans une conduite de section circulaire à $Re_\tau = 1800$. L'analyse nécessite la donnée du profil de vitesse moyenne. Des structures périodiques en temps et en espace dans les directions homogènes sont recherchées sous forme de modes de Fourier (en t , x et θ). Ces modes sont décrits en écrivant les équations de Navier-Stokes pour les perturbations autour du champ moyen sous une forme où chaque mode de Fourier est la réponse linéaire à un forçage harmonique provenant des termes non-linéaires des équations. L'opérateur linéaire reliant le forçage harmonique à la réponse, appelé résolvant, est lié à l'opérateur de dérivation temporelle et aux termes des équations de Navier-Stokes qui sont linéaires en le mode considéré⁶. La description

6. Plus spécifiquement, Sharma et McKeon [279] écrivent les équations de Navier-Stokes incompressibles pour chaque mode de Fourier de vecteur d'onde spatiotemporel \underline{K} non nul sous la forme :

$$-i\omega \underline{u}_{\underline{K}} = \mathcal{L}_{\underline{K}} \underline{u}_{\underline{K}} + \underline{f}_{\underline{K}}$$

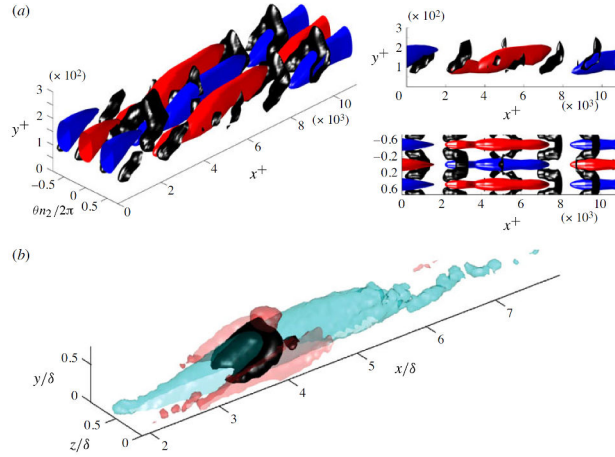


FIGURE 2.27 – Exemple de structure cohérente issue de l'analyse du résolvant par Sharma et McKeon [279] (a) comparée avec une représentation moyenne conditionnée par la présence de vorticité transverse en $y/\delta = 0.42$ obtenue expérimentalement par Dennis et Nickels [75] (b). L'isosurface noire correspond à un critère de détection de vortex détaillé dans Dennis et Nickels [75], les isosurfaces rouges et bleues sont liées à des fluctuations positive et négative de vitesse longitudinale respectivement ($\pm 50\%$ du maximum). Tiré de [279].

de l'amplification linéaire des modes est compatible avec leur superposition et expliquerait par la sélection des modes les plus amplifiés certaines propriétés de l'écoulement turbulent. Les gains les plus élevés sont attendus dans les zones de fort gradient moyen et au niveau de la couche critique, où la vitesse de phase liée au mode de Fourier considéré coïncide avec la vitesse moyenne locale. Selon Sharma et McKeon [279], derrière les structures résultant de la dynamique turbulente non-linéaire se cacheraient en particulier la combinaison de deux mécanismes d'amplification linéaire : l'amplification de couche critique (réponse quasi-singulière du système linéarisé au forçage), et l'interaction avec le cisaillement moyen manifestée sous la forme de la non-normalité de l'opérateur, cette dernière étant liée à l'hétérogénéité de l'écoulement moyen dans la direction normale à la paroi. La rétroaction non-linéaire permet d'obtenir l'auto-entretien des structures, en supposant qu'une combinaison de modes compatible avec la notion d'interaction triadique (§1.2.4) puisse constituer un forçage qui produise via le résolvant une composante de la combinaison originale de modes.

Sharma et McKeon [279] obtiennent les modes les plus amplifiés en décomposant le résolvant en valeurs singulières, ce qui fournit à la fois le forçage et la réponse et permet d'ordonner les modes en fonction de l'énergie obtenue en réponse à un forçage d'énergie donnée. Seuls les modes les plus amplifiés sont retenus (*i.e.* les modes associés à la première valeur singulière). Lors de la combinaison de ces modes, leurs amplitudes et phases sont choisies de sorte à obtenir un résultat proche des observations. Cependant, ce choix devrait en toute rigueur découler de l'analyse des interactions non-linéaires entre les modes, envisagée par Sharma et McKeon [279] à plus long terme. Sharma et McKeon [279] étudient en particulier trois modes attachés de même vitesse de convection et dont le plus grand correspond aux superstructures. La figure 2.27 présente un exemple de superposition de deux modes qui ressemble à un paquet de *hairpins* avec une zone basse vitesse allongée. La superposition de trois modes de façon consistante avec la notion d'interaction triadique permet de reproduire des propriétés de la turbulence pariétale comme la relation de phase préférentielle entre les grandes échelles et l'enveloppe des petites échelles, la modulation d'amplitude des petites échelles

où \mathcal{L}_K est un opérateur linéaire, tandis que \underline{f}_K représente les interactions non-linéaires triadiques affectant le mode \underline{K} . L'inversion du système conduit à l'équation :

$$\underline{u}_K = (-i\omega - \mathcal{L}_K)^{-1} \underline{f}_K$$

où l'opérateur $(-i\omega - \mathcal{L}_K)^{-1}$ est le résolvant.

par les plus grandes, l'asymétrie de u' et le lien entre ces deux dernières propriétés (§2.4.1). Ces phénomènes pourraient donc être le résultat de la superposition linéaire de modes avec des phases appropriées et non pas des phénomènes non-linéaires.

Sharma et McKeon [279] suggèrent que les superstructures ne seraient pas des alignements de paquets de *hairpins*, mais plutôt que les superstructures et les *hairpins* seraient des modes différents superposés de manière consistante avec la notion d'interaction triadique avec une disposition spatiale préférentielle des *hairpins* le long des superstructures. Cela suggère donc l'existence d'un mécanisme autonome liant *hairpin* et *streak* analogue au mécanisme liant TQL et *streak* dans la zone tampon. Sharma et McKeon [279] concluent à la possible existence d'un noyau de turbulence auto-entretenu constitué de trois modes (incluant la superstructure) liés par une interaction triadique. Le forçage obtenu par deux des trois modes serait suffisant pour exciter le troisième mode, et ce noyau turbulent existerait aux côtés du cycle autonome proche paroi auquel il serait analogue.

Ces conclusions rejoignent les remarques de Hwang [129] qui observe des points communs dans le positionnement relatif dans le plan (λ_x, y) des *streaks* et TQL proches paroi d'une part et des superstructures et grandes structures (de taille de l'ordre de celle du paquet de *hairpins*) d'autre part. Hwang [129] note que les analyses de croissance transitoire comme celle de Cossu *et al.* [49] prédisent non seulement l'existence d'un pic externe et d'un pic interne de gain des perturbations optimales, mais aussi l'amplification de perturbations de longueurs d'onde intermédiaires et situées principalement dans la zone logarithmique, conduisant à des *streaks* autosimilaires en termes d'échelle de longueur transverse en accord avec la théorie des structures attachées de Townsend [314]. Cela confirmerait que les structures attachées d'une taille donnée ont chacune un cycle autonome propre, d'autant plus que ces structures semblent pouvoir être décomposées en un mode de type *streak* peu actif près de la paroi (au sens de Townsend [314]) et davantage actif dans sa partie supérieure, et un mode plus court, actif et situé un peu plus loin de la paroi. La relation entre les tailles et les positions de ces modes est consistante avec celle observée pour les *streaks* proches paroi (mode de type *streak*) et les TQL proches paroi (mode "court"), qui seraient les plus petits représentants de structures attachées, et avec celle observée pour les superstructures (mode de type *streak*) et les grandes structures de taille de l'ordre du paquet de *hairpins* (mode "court"), qui seraient les plus grands représentants de structures attachées, situés loin de la paroi. Hwang [129] souligne que l'analyse de croissance transitoire décrit la croissance du mode de type *streak* résultant de l'action du cisaillement moyen sur le mode "court", car la non-normalité de l'opérateur d'Orr-Sommerfeld-Squire est en grande partie liée au terme de basculement de la vorticité longitudinale du mode "court" sous l'action du cisaillement moyen ([129]⁷). L'apparition de *streaks* induits par les tourbillons longitudinaux associés au mode "court" correspondrait donc à un transfert d'énergie cinétique de l'écoulement moyen vers les *streaks* par action du cisaillement moyen sur le mode "court" et non pas directement sur les *streaks*, ce qui est consistant avec le fait que le mode court est actif au sens de Townsend [314], contrairement à la partie inférieure des *streaks*.

La possible naissance loin de la paroi de grandes structures attachées, qui est conforme à certaines observations (par exemple del Álamo *et al.* [73]), n'est pas contradictoire avec leur caractère attaché (au sens de Townsend [314]) en raison de la croissance de ces structures dans la direction normale à la paroi ([145]). L'ensemble des résultats disponibles dans la littérature suggère une relative autonomie de la dynamique turbulente dans la zone externe vis-à-vis de la dynamique de la zone tampon. Les analyses de croissance transitoire montrent en revanche le rôle joué par le transfert d'énergie cinétique de l'écoulement moyen vers les fluctuations turbulentes dans la zone externe (production d'énergie cinétique turbulente). Cet apport d'énergie cinétique semble vital pour le maintien du processus turbulent, dont le possible caractère auto-entretenu qui a été discuté dans cette section doit donc être interprété comme une certaine autonomie à l'égard des processus turbulents présents

7. Plus explicitement, Hwang [129] met en avant l'importance de l'équation approchée $\frac{D\omega_y}{Dt} \sim \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \omega_x$ (à un facteur près), où D/Dt représente la dérivée particulaire et ω_x, ω_y sont la vorticité longitudinale et normale à la paroi, respectivement.

dans d'autres zones de la couche limite.

Points clés :

- ▶ **Large gamme d'échelles** dynamiquement actives dans la **zone externe** de la couche limite turbulente en développement spatial à **grand nombre de Reynolds** Re_τ
 - Représentation statistique possible par la **théorie des structures attachées** de Townsend [314]
 - Cohérence spatiale entre les structures turbulentes et paradigme du **paquet de hairpins**
- ▶ Phénomènes observés **spécifiquement à grand nombre de Reynolds**
 - **Contribution majeure** de la **zone externe**, et en particulier de la **zone logarithmique**, à la **production** d'énergie cinétique turbulente globale
 - La **zone tampon** n'est **pas le seul "moteur"** de la turbulence pariétale
 - **Pic externe** de l'**intensité turbulente longitudinale** associé à des **superstructures** de longueur de l'ordre de $5 - 6\delta$ au moins (**site externe** du **spectre de u'**)
 - Contribution significative des **superstructures** à l'**énergie cinétique turbulente** et à la **tension croisée de Reynolds**
- ▶ **Interaction** entre la **zone externe** et la **zone interne**
 - **Superposition** de la trace des **grandes échelles** de la **zone externe** dans la **zone interne**
 - **Modulation** de la dynamique de la **zone interne** par les grandes échelles de la **zone externe**
 - Position centrale du **centre de la zone logarithmique** dans les **interactions** entre zone interne et zone externe
 - **Possible assemblage** ou **fusion** de grandes structures trouvant leur **origine près de la paroi** pour former certaines **superstructures** dans la **zone externe**
 - **Flux** diffusif d'énergie cinétique turbulente orienté **de la zone interne vers la zone externe**
- ▶ Indices d'une relative **autonomie** de la **zone externe**
 - **Flux** diffusif d'énergie cinétique turbulente approximativement **constant** à travers la **zone logarithmique** (bilan proche de zéro localement)
 - **Universalité** de la **zone externe** dans les régimes hydrauliquement lisse et **rugueux** pleinement établi avec $k_S/\delta \ll 1$ (**hypothèse de Townsend** [314])
 - **Grandes structures** de la **zone logarithmique isolées** par des expériences numériques, analogie avec la dynamique de la zone tampon (cycle **autonome**)
 - Analyse linéaire des **perturbations les plus amplifiées** : pic secondaire associé à la zone tampon, pic primaire correspondant à l'échelle de longueur **externe**
 - Analyse du résolvant : description des **superstructures** et des **hairpins** comme des modes **distincts**. Dans la **zone externe**, noyau turbulent **auto-entretenu** analogue au cycle proche paroi de la zone tampon.
- ▶ En dehors de l'énergie cinétique turbulente et de sa production, comment d'autres **grandeurs globales** sont-elles marquées par la **zone externe** et ses **plus grandes échelles** à **grand nombre de Reynolds** ? \leftrightarrow Partie III
- ▶ L'essentiel des **grandes échelles** de la **zone externe** peut-il être simulé numériquement si les **petites échelles** de la **zone interne** ne sont **pas résolues** (dynamique propre à la zone tampon), voire si **aucune fluctuation** turbulente (pas même les grandes échelles, traces de la dynamique de la zone externe) n'est résolue dans la zone interne ?

Discussion de quelques stratégies de simulation numérique de la turbulence pariétale

« La Terre est le berceau de l'humanité, mais on ne passe pas sa vie entière dans un berceau. »

- Constantin Tsiolkovski -

3.1	Motivation des simulations avancées de la turbulence pariétale	102
3.2	Estimation du coût de simulation numérique de la turbulence pariétale	105
3.3	Choix d'une stratégie de simulation des grandes échelles avec modélisation de la paroi	111
3.3.1	Approche hybride RANS/LES	112
3.3.2	Traitement de l'interface RANS proche paroi /LES extérieure	116
3.3.3	Interface RANS/LES passive	117
3.3.4	Approche zonale : mode III de la méthode ZDES	118

L'étude des spécificités de la couche limite turbulente à grand nombre de Reynolds a mis en valeur l'utilité de la simulation numérique. Celle-ci permet en effet d'obtenir des bases de données très bien résolues. De plus, la réalisation d'expériences numériques permet de déterminer la pertinence et l'importance de mécanismes physiques donnés dans la dynamique de la couche limite en les isolant artificiellement. Cette dernière utilisation de la simulation numérique contribue en particulier à la compréhension actuelle des interactions entre zones de la couche limite exposée dans le chapitre 2.

La réalisation d'une simulation numérique de turbulence pariétale décrivant explicitement les fluctuations turbulentes peut également être motivée par des applications en ingénierie, lorsque la résolution des fluctuations est bénéfique à la prévision de l'écoulement et de certaines de ses conséquences, comme abordé dans la section §3.1. Le coût de simulation de la turbulence pariétale et de sa large gamme d'échelles dynamiquement actives à grand nombre de Reynolds peut alors nécessiter la mise en œuvre de stratégies de simulation avancée de la turbulence pariétale. L'objectif est alors de résoudre les fluctuations les plus significatives pour l'application envisagée tout en modélisant le reste de la dynamique turbulente pour en économiser la résolution. Le gain ainsi obtenu

est estimé dans la section §3.2. Enfin, le choix d'une stratégie de simulation avancée est présenté dans la section §3.3 dans un contexte de simulation numérique de géométries tridimensionnelles complexes.

3.1 Motivation des simulations avancées de la turbulence pariétale

De nombreuses applications industrielles nécessitent seulement la connaissance de l'écoulement moyen (au sens de la moyenne de Reynolds introduite §1.2.3), qui est régi dans le cas incompressible par les équations de Navier-Stokes moyennées (1.10) :

$$\begin{cases} \partial_{x_i} (\langle u_i \rangle) &= 0 \\ \partial_t (\langle u_i \rangle) + \partial_{x_j} (\langle u_i \rangle \langle u_j \rangle) &= -\partial_{x_i} (\langle p \rangle / \rho) + \partial_{x_j} (\langle \tau_{ij} \rangle / \rho) - \partial_{x_j} (\langle u'_i u'_j \rangle) \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\langle \tau_{ij} \rangle / \rho = 2\nu \langle d_{ij} \rangle \quad \text{avec} \quad \langle d_{ij} \rangle = 1/2 (\partial_{x_j} \langle u_i \rangle + \partial_{x_i} \langle u_j \rangle) \quad (3.2)$$

Le terme $-\partial_{x_j} (\langle u'_i u'_j \rangle)$ traduit l'effet des fluctuations turbulentes sur l'écoulement moyen. Une représentation classiquement utilisée consiste à approcher le tenseur de Reynolds à l'aide de la valeur de l'énergie cinétique turbulente k et d'une viscosité turbulente ν_t selon l'hypothèse de Boussinesq ([333]) :

$$-\langle u'_i u'_j \rangle = 2\nu_t \langle d_{ij} \rangle - 2/3 k \delta_{ij} \quad (3.3)$$

si bien que les équations du mouvement moyen sont fermées dès lors que ν_t et k sont connues :

$$\begin{cases} \partial_{x_i} (\langle u_i \rangle) &= 0 \\ \partial_t (\langle u_i \rangle) + \partial_{x_j} (\langle u_i \rangle \langle u_j \rangle) &= -\partial_{x_i} (\langle p \rangle / \rho + 2/3 k) + \partial_{x_j} (2(\nu + \nu_t) \langle d_{ij} \rangle) \end{cases} \quad (3.4)$$

Les valeurs locales de ν_t et de k sont alors fournies par un modèle de turbulence RANS (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes*). Dans le cas des équations de couche limite pour la quantité de mouvement longitudinale (1.27) seule ν_t doit être fournie¹. L'hypothèse de Boussinesq s'écrit alors, avec les hypothèses de couche limite, $-\langle u'v' \rangle = \nu_t \partial_y \langle u \rangle$ ([50]).

Un exemple de modèle RANS fréquemment utilisé est le modèle de Spalart-Allmaras (Spalart et Allmaras [296]), qui représente l'évolution de ν_t dans un écoulement pleinement turbulent à l'aide de l'équation de transport suivante :

$$\partial_t \tilde{\nu} + \langle u_i \rangle \partial_{x_i} \tilde{\nu} = c_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu} - c_{w1} f_w (\tilde{\nu}/d_w)^2 + 1/\sigma (\partial_{x_i} ((\nu + \tilde{\nu}) \partial_{x_i} \tilde{\nu}) + c_{b2} \partial_{x_i} \tilde{\nu} \partial_{x_i} \tilde{\nu}) \quad (3.5)$$

avec $\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1}$, $f_{v1} = \chi^3 / (\chi^3 + c_{v1}^3)$ et $\chi = \tilde{\nu}/\nu$. La norme de la vorticité moyenne $\Omega = \sqrt{\langle \omega_i \rangle \langle \omega_i \rangle}$ est prise en compte dans la production de viscosité turbulente due au cisaillement moyen à travers le terme $\tilde{S} = \Omega + \tilde{\nu} / (\kappa^2 d_w^2) f_{v2}$. Le modèle représente l'influence d'une paroi solide par le terme de destruction $-c_{w1} f_w (\tilde{\nu}/d_w)^2$ qui met en jeu la distance à la paroi d_w . Un terme de diffusion de la viscosité turbulente complète l'équation de transport. $\tilde{\nu}$ est nulle à la paroi, et les fonctions f_{v1} et f_{v2} assurent un comportement numérique favorable du modèle au voisinage de la paroi. La fonction f_w permet d'obtenir un comportement satisfaisant dans la zone de sillage de la couche limite. Spalart et Allmaras [296] détaillent les fonctions et des valeurs des coefficients. On note en particulier que la valeur d'une des constantes (c_{w2}) est fixée de sorte à obtenir $C_f = 0.00262$ à $Re_\theta = 10^4$ dans la couche limite turbulente à gradient de pression nul ([296]). Le modèle de Spalart-Allmaras ne fournit que la valeur de ν_t , tandis que l'effet du terme impliquant k (3.4) est négligé² ([58]). De nombreux

1. En effet, seule la valeur de $\langle u'v' \rangle$ est alors impliquée, dont l'approximation selon l'hypothèse de Boussinesq (3.3) ne fait pas intervenir la valeur de k (car $\delta_{12} = 0$).

2. Négliger l'effet du terme impliquant k (3.4) peut être pleinement justifié dans le cas incompressible. En effet, ce terme joue alors dans le système (3.4), de concert avec la pression moyenne, un simple rôle de multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte de champ de vitesse moyenne solénoïdal découlant de l'hypothèse d'incompressibilité. En particulier, $\langle p \rangle / \rho + 2/3 k$ est solution d'une équation de Poisson obtenue en évaluant la divergence du bilan de quantité de mouvement moyenne. Bien que la valeur de $2/3 \rho k$ ne soit pas explicitement décrite, les efforts de pression moyens pariétaux sont alors accessibles si l'on suppose que k est nulle à la paroi, ce qui est par exemple vrai dès que la condition d'adhérence est vérifiée.

autres modèles RANS existent, dont certains s'affranchissent de l'hypothèse de Boussinesq pour représenter le tenseur de Reynolds (certains exemples sont discutés par Wilcox [333], Spalart *et al.* [301], Jakirlić et Hanjalić [136] et Manceau [189]).

La description de l'écoulement à l'aide des équations moyennées et d'un modèle RANS n'est toutefois pas toujours satisfaisante pour les applications en ingénierie mettant en jeu une dynamique turbulente pariétale, en raison des limitations des modèles RANS disponibles et de la restriction à la description des seules grandeurs moyennes intrinsèque à l'approche RANS. Il semble donc parfois nécessaire de recourir à une résolution explicite des fluctuations turbulentes (au moins les plus énergétiques, en particulier dans la zone externe de la couche limite qui joue un rôle important dans la dynamique de la couche limite à grand nombre de Reynolds abordée dans le chapitre 2). Trois catégories d'écoulements mettant en valeur l'utilité d'une simulation avancée sont discutées ici et illustrées par la figure 3.1.

La première catégorie regroupe les couches limites attachées subissant un gradient de pression modéré (proche du cas canonique fig. 1.2). L'approche moyennée (RANS) permet une prévision précise et fiable des grandeurs moyennes dans de tels écoulements, car ils sont proches des cas généralement utilisés pour la calibration des modèles RANS. Si toutefois la description explicite de certaines grandeurs fluctuantes est nécessaire pour l'application envisagée (notion de niveaux de validation formalisée par Sagaut et Deck [264]), et que le recours à un modèle empirique n'est pas souhaitable, la résolution de fluctuations turbulentes par la simulation numérique est nécessaire. Un tel niveau de description peut être requis pour mieux prédire la fatigue d'une structure causée par le chargement instationnaire des parois lié à la turbulence pariétale. Certaines applications en aéroacoustique peuvent également bénéficier de la résolution explicite des fluctuations turbulentes dans les couches limites attachées. Les motivations applicatives de l'étude des fluctuations de pression pariétale sont par exemple détaillées par Gloerfelt et Berland [106] et par Arguillat *et al.* [8] et Salze *et al.* [267]. De plus, la diffraction par un bord de fuite tranchant des fluctuations turbulentes issues de couches limites incidentes turbulentes attachées est à l'origine de l'émission de bruit de bord de fuite large bande, illustré en (a) sur la figure 3.1 par une simulation numérique directe (Winkler *et al.* [335]). Cette source de bruit peut être dominante, par exemple dans le cas du bruit généré par l'éolienne étudiée en conditions réelles par Oerlemans *et al.* [226]. Le bruit de bord de fuite large bande peut être prédit à l'aide d'une simulation des grandes échelles (Marsden *et al.* [192]), en adaptant toutefois les méthodes numériques utilisées aux contraintes dictées par la résolution précise des phénomènes de propagation acoustique (Bailly *et al.* [12]). Contrairement au cas d'un bord de fuite émoussé pouvant donner lieu à un lâcher tourbillonnaire source de bruit et pouvant être reproduit par une simulation URANS (utilisation d'un modèle RANS pour décrire un écoulement moyen instationnaire, §3.2), le cas du bruit large bande associé à l'interaction entre la turbulence pariétale incidente et un bord de fuite tranchant ne peut *a priori* pas être directement reproduit à l'aide d'un modèle RANS. Dans ce cas en l'absence de lâcher tourbillonnaire (Brooks *et al.* [22]), on peut en effet s'attendre à ce qu'une simulation URANS soit stationnaire.

Une deuxième catégorie d'écoulements pour laquelle la résolution explicite de fluctuations turbulentes peut être utile est celle des couches limites turbulentes attachées soumises à de sévères perturbations. On peut citer les exemples d'un fort gradient de pression adverse ou du mélange avec un sillage turbulent, tous deux pouvant être rencontrés au niveau de l'extrados d'un profil hypersustenté tri-corps. Le cas d'un fort gradient de pression adverse sur l'extrados d'un volet est illustré en (b) fig. 3.1. Spalart [300] souligne que l'universalité de modèles RANS simples et robustes n'est pas nécessairement suffisante pour traiter de tels écoulements. La réponse d'une couche limite attachée à un fort gradient de pression adverse met en particulier en jeu une forte augmentation de l'intensité turbulente dans la zone externe tandis que la dynamique propre à la zone interne reste davantage universelle (§2.3.3). Dans le cas du mélange entre une couche limite turbulente attachée et un sillage turbulent, typiquement rencontré dans des configurations hypersustentées (Smith [288]), la différence entre les échelles caractéristiques des dynamiques turbulentes issues de la couche limite et du sillage n'est pas représentée par un modèle RANS basé sur la description de la turbulence par un unique jeu d'échelles caractéristiques locales. Le mélange a lieu au niveau de la zone externe de

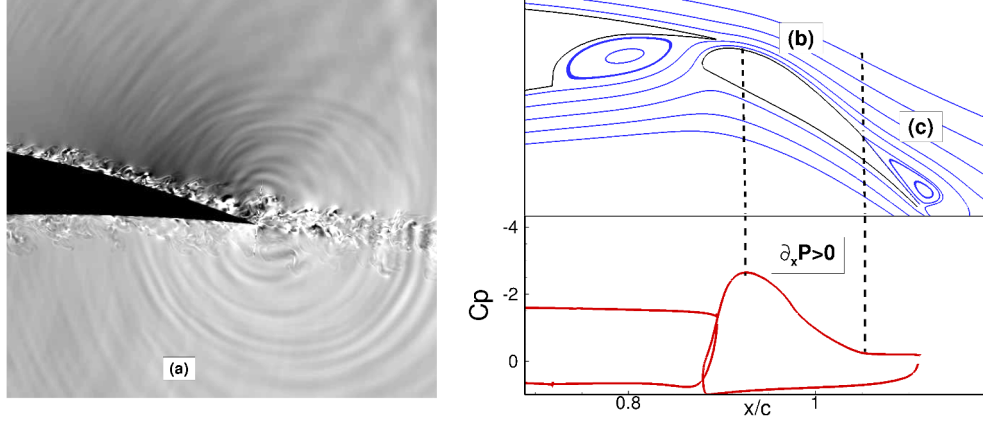


FIGURE 3.1 – Illustration d'écoulements pour lesquels une simulation numérique résolvant certaines fluctuations turbulentes présente un intérêt. (a) Bruit de bord de fuite associé aux couches limites turbulentes attachées incidentes (Winkler *et al.* [335]). (b) Couche limite turbulente soumise à un fort gradient de pression adverse sur l'extrados d'un volet appartenant à un profil hypersustenté tri-corps. (c) Décollement à bulbe court au niveau du bord de fuite d'un volet, avec une épaisseur de couche limite incidente du même ordre de grandeur que la hauteur de la zone de recirculation. Adapté de Deck *et al.* [65] et de Winkler *et al.* [335].

la couche limite tandis que la zone interne est *a priori* moins affectée par le phénomène. Pour cette catégorie d'écoulements, la résolution de fluctuations turbulentes, au moins les plus énergétiques de la zone externe de la couche limite, pourrait donc à la fois fournir un meilleur niveau de description de l'écoulement (fluctuations) et une meilleure prévision de l'écoulement moyen en comparaison avec un modèle RANS.

Enfin, une troisième catégorie est constituée par les écoulements dont la dynamique est fortement influencée par la dynamique turbulente d'une couche limite attachée située en amont. Deck [61] souligne que c'est en particulier le cas des décollements à bulbe court dont l'épaisseur n'est pas grande devant celle de la couche limite amont (par opposition avec les décollements massifs). Un exemple de décollement à bulbe court peut être rencontré au niveau du bord de fuite d'un volet (illustration (c) de la figure 3.1). Dans le cas du décollement d'une couche limite turbulente incompressible sur une plaque plane sous l'effet d'un gradient de pression adverse, Na et Moin [219] et Chong *et al.* [38] montrent que les structures cohérentes apparues dans la zone externe de la couche limite amont sous l'influence du gradient de pression adverse exercent une influence déterminante sur la couche de mélange au niveau du bulbe de décollement (fig. 3.2). Pearson *et al.* [233] étudient la séparation turbulente en amont d'une marche montante de hauteur plus petite que l'épaisseur de la couche limite incidente et considèrent le rôle joué par les superstructures présentes dans la couche limite amont sur la dynamique du décollement. Gatski *et al.* [98] soulignent que malgré les progrès des modèles RANS, la prévision de la longueur des zones décollées semble plus facilement obtenue à l'aide d'une simulation numérique résolvant une partie des fluctuations turbulentes plutôt que les représentant en moyenne selon l'approche RANS. Jakirlić et Maduta [137] proposent par exemple un modèle RANS de transport des tensions de Reynolds (*Reynolds-Stress Model*) rendu sensible aux instabilités (*Instability-Sensitive RSM*) de sorte à supporter la résolution de certaines fluctuations turbulentes, et en démontrent en particulier la capacité à résoudre les grandes échelles des fluctuations turbulentes en turbulence homogène isotrope et dans un écoulement de canal turbulent à faible nombre de Reynolds.

L'interaction entre une onde de choc et une couche limite turbulente pourrait également être en partie déterminée par les fluctuations turbulentes de la couche limite amont, en particulier les superstructures, mais d'autres phénomènes complexes semblent être en jeu (Clemens et Narayanaswamy [45]). Le lâcher tourbillonnaire au bord de fuite émoussé d'un profil pourrait aussi dépendre des fluctuations turbulentes dans les couches limites incidentes dans le cas où l'épaisseur du bord de

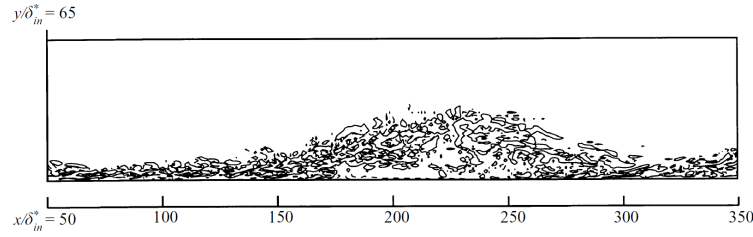


FIGURE 3.2 – Bulbe de décollement visualisé à l’aide de lignes de niveau de vorticité transverse instantanée (lignes continues : $0.047 U_0/\delta_{in}^*$; pointillées : $-0.047 U_0/\delta_{in}^*$). Tiré de Na et Moin [219].

fuite n’est pas grande devant l’épaisseur des couches limites incidentes (on trouvera une discussion dans Rai [254]). Pour prédire le bruit de bord de fuite émoussé associé au lâcher tourbillonnaire (Brooks *et al.* [22]), il pourrait alors être nécessaire de résoudre les fluctuations turbulentes les plus énergétiques dans les couches limites incidentes. Enfin, la prédiction du bruit de jet semble pouvoir être améliorée par la représentation explicite de fluctuations turbulentes issues des couches limites se développant à l’intérieur de la tuyère (B hler *et al.* [23]).

Pour traiter ces trois catégories d’écoulement, une simulation numérique résolvant au moins en partie les fluctuations turbulentes, en particulier dans la zone externe de la couche limite, semble donc présenter des avantages significatifs en comparaison avec une modélisation RANS. Le coût d’une telle simulation numérique peut toutefois être très élevé en raison de la diversité des échelles dynamiquement actives au sein de la turbulence pariétale, comme estimé dans la section suivante.

3.2 Estimation du coût de simulation numérique de la turbulence pariétale

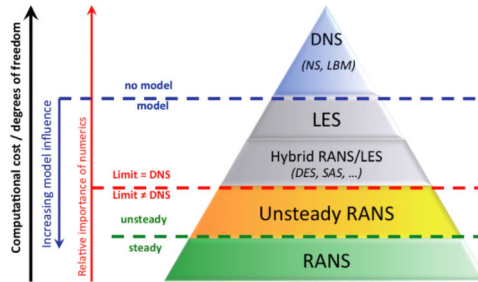


FIGURE 3.3 – Différentes approches de simulation numérique de la turbulence. Tiré de Laraufie [170], adapté de Sagaut *et al.* [265].

Dans l’approche RANS (§3.1), la simulation numérique de la turbulence ne représente que les effets moyens des fluctuations turbulentes sur l’écoulement moyen. Lorsque l’écoulement moyen (au sens de la moyenne de Reynolds) est instationnaire, l’approche est qualifiée de URANS (*Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes*). Spalart [300] indique qu’une simulation URANS permet par exemple de capturer le lâcher tourbillonnaire derrière un corps non profil . La solution URANS est toutefois le plus souvent périodique en temps dans ce cas, la moyenne de Reynolds co citant alors avec une moyenne de phase, et ne rend pas compte de la modulation d’amplitude du lâcher tourbillonnaire ([300]). L’approche (U)RANS suppose de plus qu’il existe une séparation claire entre les échelles turbulentes modélisées et les fluctuations temporelles résolues par la simulation. Dans le cas du lâcher tourbillonnaire résolu par une simulation URANS, [300] souligne que la séparation entre la fréquence associée et les fréquences de certaines fluctuations turbulentes modélisées n’est précisément pas vérifiée.

Comme illustré par la figure 3.3, une approche radicalement opposée consiste à résoudre numériquement toutes les fluctuations turbulentes, y compris les plus petites échelles dynamiquement actives (§1.2.4), selon la stratégie de la simulation numérique directe (DNS, *Direct Numerical Simulation*). Les équations de Navier-Stokes (1.7) sont alors directement résolues sans introduire de modèle de turbulence.

Pour réduire le coût de simulation, une stratégie intermédiaire exploite la relative universalité des plus petites échelles turbulentes (§1.2.4) tout en réalisant la simulation des grandes échelles (LES, *Large Eddy Simulation*). L'effet des échelles turbulentes plus petites qu'une échelle de coupure proche de la taille de maille est modélisé par un modèle sous-maille. En revanche, la simulation résout explicitement les grandes échelles, dont le manque d'universalité est en partie à l'origine des difficultés de modélisation RANS.

Le coût élevé d'une LES en comparaison avec l'approche RANS peut toutefois motiver la restriction de l'emploi de la LES aux seules zones de l'écoulement où un niveau de description supérieur à celui fourni par une simulation RANS est souhaité. Les méthodes hybrides RANS/LES permettent en particulier de représenter les couches limites attachées par une modélisation RANS tandis que les décollements massifs sont traités en LES (Sagaut et Deck [264]). Une discussion étendue des approches multi-résolution est proposée par Sagaut *et al.* [265].

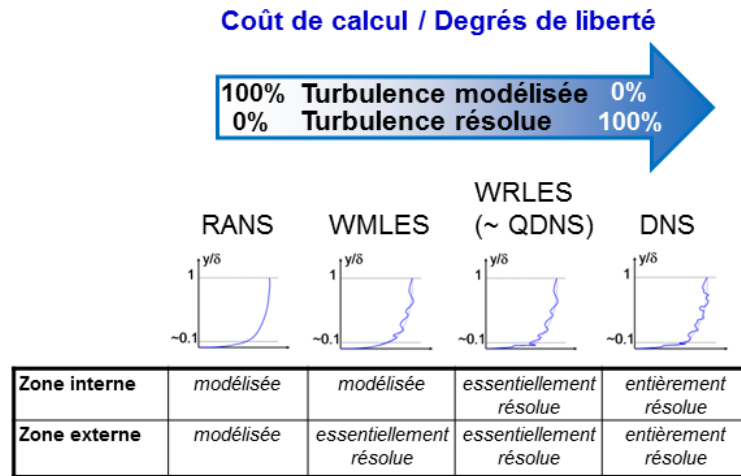


FIGURE 3.4 – Différentes approches de simulation numérique de la turbulence pariétale. L'appellation QDNS (Quasi-DNS) sera justifiée fig. 3.5. Adapté de Deck *et al.* [65].

Comme discuté dans la section 3.1, le traitement des couches limites attachées en RANS n'est toutefois pas toujours satisfaisant. Le coût d'une DNS est par ailleurs très élevé à grand nombre de Reynolds. De plus, parmi les échelles de fluctuations turbulentes directement impliquées dans la dynamique propre de la zone tampon (§1.3.3), même les plus grandes échelles sont de très petite taille en comparaison avec l'épaisseur de la couche limite attachée à grand nombre de Reynolds. Une simulation des grandes échelles résolvant la dynamique proche paroi (WRLES, *Wall-Resolved Large Eddy Simulation*, figure 3.4) ne procure donc qu'un gain modéré en comparaison avec le coût d'une DNS. Cela motive la stratégie de simulation des grandes échelles avec modèle de paroi (WMLES, *Wall-Modelled Large Eddy Simulation*, fig. 3.4), dans laquelle la dynamique propre à la zone proche paroi, supposée relativement universelle, est modélisée tandis que celle de la zone externe est résolue par une LES³. On a en effet vu dans la section précédente l'intérêt applicatif de résoudre les fluctuations les plus énergétiques de la zone externe de la couche limite. De plus, l'importance croissante de la zone externe dans la dynamique turbulente de la couche limite à grand

3. Lors de la discussion de la stratégie WMLES, on entend par zone externe le complémentaire de la zone proche paroi modélisée. Cette zone ne coïncide donc pas nécessairement avec l'intégralité de la zone externe définie lors de la discussion de la physique de la couche limite, §1.2.5.3. Rappelons en particulier que les zones externe et interne se recouvrent.

nombre de Reynolds a été soulignée dans le chapitre 2.

Pour illustrer le gain obtenu à l'aide de l'approche WMLES, le coût de simulation d'une couche limite turbulente en développement spatial à gradient de pression nul par ces trois approches (DNS, WRLES et WMLES) est estimé ici. On choisit de focaliser l'évaluation du coût de la simulation numérique sur le nombre de points du maillage. En effet, la question du coût de l'intégration en temps (pas de temps, durée de la simulation) et de la méthode numérique (schémas de discrétisation, algorithmes de résolution, coût CPU, stockage mémoire) tend à dépendre du phénomène physique étudié et donc de l'application finale envisagée (une estimation du nombre de pas de temps est toutefois proposée par Piomelli [242]). L'estimation du nombre de points de maillage nécessaire pour simuler numériquement la turbulence pariétale repose sur les caractéristiques spatiales des structures cohérentes (chap. 1 et 2) et sur les pratiques de maillage usuelles dictées par l'expérience dont la littérature rend compte (par exemple, une étude de l'effet de la résolution du maillage sur des simulations de type WMLES ainsi que WRLES est proposée par Deck *et al.* [68]).

La résolution du maillage est contrainte par le développement spatial de la couche limite. Pour décrire cette croissance, Choi et Moin [36] suggèrent d'utiliser des corrélations ajustées à la gamme des grands nombres de Reynolds. On suppose tout d'abord que le profil de vitesse moyenne longitudinale peut être représenté par une loi en puissance $1/7$, ce qui mène à la relation suivante :

$$\theta = \frac{7}{72} \delta \quad (3.6)$$

Au lieu d'utiliser la relation $C_f(Re_\delta)$ résultant de cette hypothèse, une autre loi en puissance $C_f(Re_\delta)$ spécifiquement ajustée à la gamme des grands nombres de Reynolds est utilisée. Choi et Moin [36] indiquent que ces hypothèses conduisent, avec l'équation (1.39), aux relations suivantes utilisées pour estimer la taille du maillage :

$$\frac{\delta}{x} = 0.16 Re_x^{-1/7} \quad (3.7)$$

$$C_f = 0.027 Re_x^{-1/7} \quad (3.8)$$

Le nombre de points de maillage requis pour résoudre la zone externe de la couche limite en simulation des grandes échelles avec modèle de paroi (WMLES) est estimé selon la méthode de Choi et Moin [36]. L'intégralité de la zone interne est considérée comme modélisée, si bien que les tailles de mailles sont mises à l'échelle externe δ : n_x points sont utilisés pour chaque épaisseur de couche limite δ dans la direction longitudinale et n_z point dans la direction transverse. Le profil de couche limite est résolu par n_y points dans la direction normale à la paroi. En supposant que la couche limite turbulente est simulée depuis la station amont x_0 jusqu'à la station $x = L_x$, et que le domaine numérique s'étend sur une distance L_z en envergure, le nombre de points de maillage N_{wm} pour réaliser une WMLES peut être évalué comme :

$$N_{wm} = \int_{x_0}^{L_x} \int_0^\delta \int_0^{L_z} \frac{dx dy dz}{\Delta x \Delta y \Delta z} = \int_{x_0}^{L_x} \int_0^{L_z} \frac{n_x n_y n_z}{\delta^2} dx dz \quad (3.9)$$

Cette expression souligne le rôle joué par la valeur moyenne de $\frac{1}{\delta^2}$, comme mentionné par Spalart *et al.* [298], et non pas la valeur moyenne de δ initialement suggérée par Chapman [30]. On retrouve alors le résultat présenté par Choi et Moin [36] :

$$N_{wm} = 54.7 \frac{L_z}{L_x} n_x n_y n_z Re_{L_x}^{2/7} \left(\left(\frac{Re_{L_x}}{Re_{x_0}} \right)^{5/7} - 1 \right) \quad (3.10)$$

conduisant au comportement suivant, à un facteur près :

$$N_{wm} \sim Re_{L_x} \quad (3.11)$$

à comparer avec l'évaluation $N_{wm} \sim Re_{L_x}^{0.4}$ par Chapman [30]. A partir des hypothèses précédentes, cette estimation peut être exprimée en fonction de Re_θ :

$$N_{wm} = 220 \frac{L_z}{L_x} n_x n_y n_z Re_{\theta(L_x)}^{1/3} \left(\left(\frac{Re_{\theta(L_x)}}{Re_{\theta(x_0)}} \right)^{5/6} - 1 \right) \quad (3.12)$$

si bien que l'on obtient le comportement suivant, à un facteur près :

$$N_{wm} \sim Re_{\theta(L_x)}^{1.17} \quad (3.13)$$

De manière similaire, le nombre de points de maillage requis pour réaliser une simulation des grandes échelles résolue à la paroi (WRLES) de la zone interne (définie arbitrairement par $y^+ \leq 100$) est estimé selon la démarche de Choi et Moin [36]. La résolution des structures cohérentes de la zone proche paroi nécessite des tailles de maille s'exprimant en unités de paroi. Une simple topologie de maillage structuré est considérée (sans recours à des domaines multiples imbriqués comme dans la topologie suggérée par Chapman [30] pour économiser des points). Pour cette raison, on suit la suggestion de Choi et Moin [36] de multiplier par un facteur 10 leur estimation initiale. Dans la première couche de mailles en partant de la paroi (correspondant approximativement à $0 \leq y^+ \leq 10$), n_{y1} points sont employés dans la direction normale à la paroi (n_{y1} diffère du paramètre n_y introduit précédemment). Le nombre de points de maillage N_{wr} dans la zone interne est alors estimé par :

$$N_{wr} = \frac{40}{3} \frac{n_{y1}}{\Delta x_w^+ \Delta z_w^+} \frac{\int_{x_0}^{L_x} \int_0^{L_z} u_\tau^2 dz dx}{\nu^2} \quad (3.14)$$

et en introduisant la relation choisie pour décrire l'évolution du frottement :

$$N_{wr} = 0.21 \frac{n_{y1}}{\Delta x_w^+ \Delta z_w^+} \frac{L_z}{L_x} Re_{L_x}^{13/7} \left(1 - \left(\frac{Re_{x_0}}{Re_{L_x}} \right)^{6/7} \right) \quad (3.15)$$

conduisant au comportement suivant, à un facteur près :

$$N_{wr} \sim Re_{L_x}^{13/7} \quad (3.16)$$

à comparer avec l'évaluation $N_{wr} \sim Re_{L_x}^{1.8}$ par Chapman [30]. Cette relation peut être écrite en fonction de Re_θ :

$$N_{wr} = 1730 \frac{n_{y1}}{\Delta x_w^+ \Delta z_w^+} \frac{L_z}{L_x} Re_{\theta(L_x)}^{13/6} \left(1 - \frac{Re_{\theta(x_0)}}{Re_{\theta(L_x)}} \right) \quad (3.17)$$

et l'on obtient le comportement suivant, à un facteur près :

$$N_{wr} \sim Re_{\theta(L_x)}^{2.17} \quad (3.18)$$

Le coût d'une WRLES complète est alors estimé comme la somme du coût de la simulation WRLES de la zone interne fourni par l'équation (3.17) et du coût de la simulation WMLES de la zone externe fourni par l'équation (3.12).

On traite le cas de la simulation numérique directe (DNS) en s'inspirant de Baggett *et al.* [11] et Jiménez [150], de sorte à fournir une borne inférieure du coût d'une DNS de turbulence pariétale. Cette estimation repose sur le nombre de degrés de liberté de la dynamique turbulente dans un cube de côté δ dans la couche limite, qui est selon Jiménez [150] proche de $Re_\tau^{9/4}$.

Une estimation plus précise est dérivée ici à partir du comportement approché de l'échelle de Kolmogorov dans la zone logarithmique (abordé §2.1.1) :

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4} = \kappa^{1/4} y (y^+)^{-3/4} \quad (3.19)$$

On suppose ici que ce comportement ne change pas significativement plus près de la paroi, et que le coût de la simulation de la zone externe au-delà de la zone logarithmique est du même ordre de grandeur ou inférieur au coût de simulation de la zone logarithmique, si bien que l'équation (3.19) est appliquée dans l'ensemble de la couche limite, bien que son domaine de validité soit limité en toute rigueur à la seule zone logarithmique. La figure 2.2 suggère que l'échelle de Kolmogorov est alors sous-estimée dans les zones autres que la zone logarithmique, conduisant à une éventuelle

surestimation du coût de la DNS. Le nombre de points N_{δ^3} requis pour simuler un cube de côté δ dans la couche limite peut alors être estimé comme :

$$N_{\delta^3} = \int_0^\delta \frac{\delta}{\eta} \frac{\delta}{\eta} \frac{dy}{\eta} \quad (3.20)$$

$$= \delta^2 \int_0^\delta \left(\frac{\kappa y \nu^3}{u_\tau^3} \right)^{-3/4} dy \quad (3.21)$$

$$= \frac{4}{\kappa^{3/4}} Re_\tau^{9/4} \quad (3.22)$$

$$\approx 7.81 Re_\tau^{9/4} \quad (3.23)$$

avec $\kappa = 0.41$, si bien que le nombre total de points N_{DNS} pour une DNS est évalué selon :

$$N_{DNS} = 7.81 \int_{x_0}^{L_x} \int_0^{L_z} Re_\tau^{9/4} \frac{dx}{\delta} \frac{dz}{\delta} \quad (3.24)$$

$$= 7.81 L_z \int_{x_0}^{L_x} \frac{Re_\tau^{9/4}}{\delta^2} dx \quad (3.25)$$

A partir de la relation $Re_\tau = Re_\delta \sqrt{\frac{C_f}{2}}$ et des corrélations fournies par Choi et Moin [36] pour δ et pour C_f , on peut estimer $Re_\tau = 0.0186 Re_x^{11/14}$, conduisant à l'évaluation finale :

$$N_{DNS} = 0.037 \frac{L_z}{L_x} Re_{L_x}^{115/56} \left(1 - \left(\frac{Re_{x_0}}{Re_{L_x}} \right)^{59/56} \right) \quad (3.26)$$

impliquant le comportement suivant, à un facteur près :

$$N_{DNS} \sim Re_{L_x}^{115/56} \quad (3.27)$$

à comparer avec l'estimation $N_{DNS} \sim Re_{L_x}^{37/14}$ par Choi et Moin [36], qui précisent que cette dernière estimation est relativement conservative. On vérifie effectivement que l'estimation de Choi et Moin [36] surestime la taille du maillage dans des cas typiques publiés dans la littérature, tandis que la présente estimation pourrait légèrement sous-estimer le nombre de points de maillage (mais dans une moindre mesure). En effet, il n'est pas forcément possible de réaliser un maillage dont la topologie fournisse exactement les degrés de liberté nécessaires pour décrire la dynamique turbulente, dont le nombre est estimé ici, sans fournir de degré de liberté supplémentaire (en particulier si un maillage structuré est considéré). L'estimation obtenue peut être écrite en fonction de Re_θ :

$$N_{DNS} = 794 \frac{L_z}{L_x} Re_{\theta(L_x)}^{115/48} \left(1 - \left(\frac{Re_{\theta(x_0)}}{Re_{\theta(L_x)}} \right)^{59/48} \right) \quad (3.28)$$

si bien que l'on obtient le comportement suivant, à un facteur près :

$$N_{DNS} \sim Re_{\theta(L_x)}^{2.40} \quad (3.29)$$

La figure 3.5 (publiée dans [65]) présente les tendances ainsi prédites pour des paramètres typiques des simulations numériques de Deck *et al.* [65] et de Deck *et al.* [66] : $n_x = 10$, $n_y = 32$, $n_z = 20$, $n_{y1} = 30$, $\Delta x_w^+ = 50$, $\Delta z_w^+ = 10$, $\frac{L_z}{L_x} = \frac{16}{350}$. L'entrée du domaine numérique est située en $Re_{\theta(x_0)} = 1\,000$, ce qui est proche de $Re_{x_0} = 5 \cdot 10^5$, correspondant à une transition laminaire-turbulent naturelle relativement précoce. Les tendances obtenues sont directement comparées aux nombres de points de maillage rapportés dans la littérature consacrée à diverses simulations numériques. On remarque une certaine dispersion parmi les points tirés de la littérature, en particulier car toutes les simulations ne commencent pas nécessairement au même nombre de Reynolds et ne

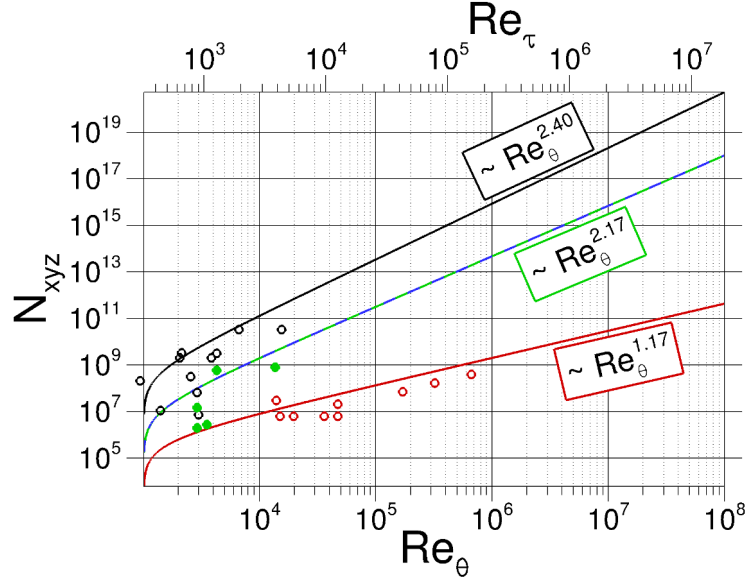


FIGURE 3.5 – Comparaison d’estimations de la taille du maillage dans des simulations de couche limite turbulente avec une entrée de domaine numérique en $Re_\theta = 1\,000$ pour différentes stratégies de modélisation de la turbulence. — : WMLES (zone externe) estimée par l’équation (3.12); — : WRLES (zone interne) estimée par (3.17); — — : WRLES (zones interne et externe); — : DNS estimée par (3.28); paramètres utilisés : $n_x = 10$, $n_y = 32$, $n_z = 20$, $n_{y1} = 30$, $\Delta x_w^+ = 50$, $\Delta z_w^+ = 10$, $\frac{L_z}{L_x} = \frac{16}{350}$ et $Re_{\theta(x_0)} = 1\,000$. \circ , \bullet : valeurs pour des DNS (resp. WRLES) mentionnées dans la revue bibliographique de Deck *et al.* [66]. \circ : valeurs pour des WMLES de Inoue *et al.* [132] et de Inoue *et al.* [134]. Deuxième axe des abscisses : relation $Re_\tau = f(Re_\theta)$ (4.1) également utilisée pour la figure 1.1. Tiré de [65].

couvrent pas la même gamme de nombres de Reynolds, ce qui rend le domaine numérique plus ou moins long selon x . Malgré tout, les nombres de points de maillage estimés sont en relativement bon accord avec les valeurs décrites dans la littérature. La simulation des grandes échelles résolue à la paroi (WRLES) est bien plus coûteuse que la LES avec modèle de paroi (WMLES), et son coût est proche de celui de la simulation numérique directe (DNS). Certains auteurs (*e.g.* Spalart [300]) utilisent pour cette raison le terme QDNS (Quasi-DNS) pour faire référence à la WRLES. De plus, le nombre de points de maillage pour une DNS de turbulence pariétale semble se comporter de façon approximativement proportionnelle au carré du nombre de points de maillage pour une WMLES à nombre de Reynolds asymptotiquement grand.

Piomelli et Balaras [243] soulignent que pour un nombre de Reynolds $Re_L = \mathcal{O}(10^6)$, 99% des points du maillage sont utilisés pour résoudre la zone interne définie comme les dix premiers pourcents de l’épaisseur de la couche limite. Toute application pratique d’une simulation des grandes échelles de couche limite à très grand nombre de Reynolds semble donc ne pouvoir résoudre que la zone externe, compte tenu des moyens de grand calcul disponibles actuellement. Comme illustré par la figure 3.5, la taille du maillage dépend alors plus faiblement du nombre de Reynolds, car la taille des mailles est déterminée dans ce cas par l’échelle de longueur externe δ (la simulation résout des structures cohérentes de dimensions caractéristiques pouvant s’exprimer en fractions de l’échelle externe). L’absence de résolution de la dynamique propre à la zone interne en nécessite toutefois la modélisation. Le gain significatif de coût de calcul procuré par la stratégie WMLES est donc accompagné par l’importance conférée au modèle de paroi. De nombreuses approches de simulation WMLES sont possibles, dont certaines sont brièvement décrites dans la section suivante.

3.3 Choix d'une stratégie de simulation des grandes échelles avec modélisation de la paroi

Bien que la présente étude porte sur un cas test académique géométriquement simple (fig. 1.2), la finalité des analyses physiques présentées est d'éclairer des choix de développement de méthodes de simulation numérique de la turbulence pariétale adaptées à des applications tridimensionnelles complexes typiques de l'industrie aéronautique. Le coût très élevé de la simulation numérique directe d'une étroite bande de couche limite turbulente à grand nombre de Reynolds, estimé dans la section précédente, ne permet pas d'envisager la réalisation d'une DNS pour un avion complet avant 2080, selon les estimations de Spalart [300], ce qui montre l'importance des stratégies WRLES et WMLES pour traiter les couches limites attachées dont on souhaite résoudre une partie des fluctuations turbulentes. La capacité à traiter la complexité géométrique dictée par les applications motive le choix de méthodes de calcul qui ne sont pas nécessairement optimales pour le cas particulier de la couche limite de plaque plane, mais dont la simplicité et la robustesse semblent requises pour une utilisation étendue à des cas plus généraux. De nombreuses méthodes WRLES et WMLES sont disponibles dans la littérature. On en propose ici un aperçu non exhaustif, destiné à mettre en valeur leur diversité et à motiver le choix d'une stratégie particulière de simulation numérique permettant de réaliser à la fois les approches WRLES et WMLES.

La réalisation d'une simulation des grandes échelles résolue à la paroi (WRLES) nécessite généralement un raffinement du modèle sous-maille destiné à décrire l'effet des échelles non-résolues. En effet, un modèle comme le modèle de Smagorinsky [287] ne permet pas d'obtenir une viscosité sous-maille ν_t tendant vers zéro à la paroi comme le suggère l'effet de cette dernière sur les fluctuations turbulentes. Cette difficulté peut être résolue en utilisant une fonction d'amortissement au voisinage des parois, ou en évaluant de manière dynamique la "constante" du modèle de Smagorinsky (Germano *et al.* [103], Lilly [185]). La mise en œuvre du modèle de Smagorinsky dynamique peut toutefois se heurter à des instabilités numériques dont l'élimination par une opération de moyenne spatiale est difficilement envisageable dans des géométries complexes. D'autres modèles sous-maille permettent de réaliser une WRLES de géométrie complexe, par exemple le modèle WALE (*Wall-Adapting Local Eddy-viscosity*) de Nicoud et Ducros [224] et le modèle d'échelles mixtes sélectif (Lenormand *et al.* [182], [181]).

L'approche WRLES étant relativement coûteuse (quasi-DNS, figure 3.5), de nombreuses méthodes plus économes sont destinées à la simulation des grandes échelles avec modèle de paroi (WMLES), dont certaines sont passées en revue par Piomelli et Balaras [243] et Piomelli [242]. On peut distinguer trois grandes familles de méthodes WMLES :

- La première famille fait appel à un modèle de paroi pour fournir à la LES l'information décrivant la dynamique propre de la zone interne,
- La deuxième famille résout un jeu d'équations dans un domaine numérique proche paroi pour fournir cette information, procurant ainsi un grand nombre de degrés de liberté au modèle de paroi,
- La troisième famille fait usage de l'approche hybride RANS/LES pour représenter la zone proche de la paroi par l'approche RANS tandis que la zone externe de la couche limite est résolue en simulation des grandes échelles (LES).

L'usage d'un modèle de paroi (première famille) présente l'avantage de réduire significativement le coût de la WMLES en comparaison avec la WRLES. Par exemple, Inoue et Pullin [133] simulent une couche limite en développement spatial à gradient de pression nul jusqu'à $Re_\theta = 10^{12}$. Kawai et Larsson [154] mettent en valeur l'importance d'utiliser en entrée du modèle de paroi le champ résolu par la LES plusieurs mailles au-dessus de la paroi, et non pas celui de la première maille de calcul, afin que le modèle de paroi soit moins affecté par les erreurs numériques et de modélisation sous-maille de la LES à proximité immédiate de la paroi. En raison de leur possible manque d'universalité, les modèles de paroi peuvent toutefois être mis en échec en présence d'un fort gradient de pression adverse ou d'un décollement à bulbe court ([242]). En prenant soin de développer un modèle de

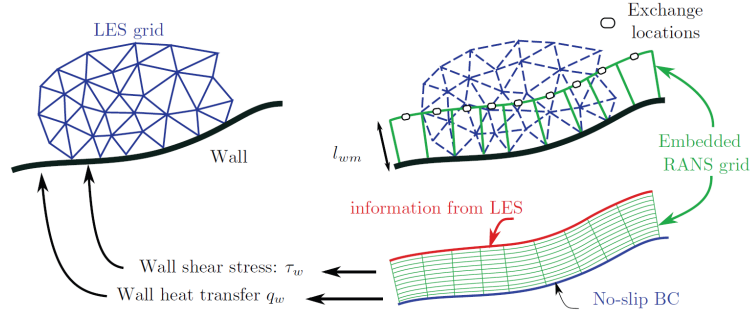


FIGURE 3.6 – Schéma de la modélisation de paroi de Park et Moin [232]. Tiré de [232].

paroi dont les propriétés soient compatibles avec le traitement des décollements, Bose et Moin [20] proposent une condition de glissement dynamique, et soulignent le meilleur positionnement du décollement de bord de fuite d'un profil NACA 4412 en conditions proches du décrochage en comparaison avec les simulations RANS.

Pour augmenter le nombre de degrés de liberté du modèle de paroi, la deuxième famille de méthodes déduit les flux pariétaux de la résolution d'un jeu d'équations éventuellement simplifiées résolues dans une zone à proximité immédiate de la paroi. Par exemple, le modèle de paroi hors-équilibre de Park et Moin [232] permet de réaliser une LES d'écoulement compressible dans un cadre de volumes finis sur maillage non structuré, en prenant en compte les effets d'un fort gradient de pression ou d'advection instationnaire. Pour cela, un système d'équations proches d'une modélisation RANS est résolu sur un deuxième maillage couvrant la zone interne de la couche limite superposé au maillage de la LES qui est en contact avec la paroi. L'échange d'information entre les deux maillages est schématisé figure 3.6. Le pas de temps de la simulation numérique est contraint par la simulation LES, dont la précision de l'intégration en temps est vitale, contrairement à celle de l'intégration en temps des équations pseudo-RANS résolues sur le maillage proche paroi. Cela permet un gain de temps de calcul significatif puisque les plus petites mailles du maillage LES sont bien plus grandes que celles du maillage utilisé pour le modèle de paroi. Park et Moin [232] simulent en particulier une couche limite à grand nombre de Reynolds ($Re_\theta = 22\,000$ à $Re_\theta = 32\,000$) avec une résolution de maillage $\Delta x^+ = 450$, $\Delta y^+ = 120$ (première maille LES) et $\Delta z^+ = 450$. Le sommet du maillage du modèle de paroi est proche de $y = 0.1\delta_0$, et un nombre CFL acoustique maximal de 115 dans la zone RANS est noté. Un très bon accord avec les données expérimentales est relevé, en particulier pour la prévision du frottement moyen. Park et Moin [232] réalisent de plus la simulation des grandes échelles de l'écoulement autour d'un profil NACA 4412 à 12° d'incidence, un nombre de Reynolds basé sur la corde $Re_c = 1.64 \cdot 10^6$ et un nombre de Mach $M_\infty = 0.2$. Le nombre total de points des maillages n'excède pas 15 millions. Comme illustré par la figure 3.7, le décollement obtenu au bord de fuite sur l'extrados est en bon accord avec les données expérimentales.

Un autre exemple de la deuxième famille est l'approche WMLES de Templeton *et al.* [309], qui utilisent des techniques de contrôle optimal pour obtenir un profil de vitesse moyenne proche paroi de la simulation LES aussi proche que possible d'un profil cible fourni par une simulation RANS simplifiée couvrant la zone proche paroi. La mise en œuvre de telles stratégies de modélisation de paroi autour d'une géométrie tridimensionnelle semble toutefois relativement complexe.

L'intégration d'une méthode WMLES dans une méthode de simulation numérique capable de traiter également des décollements massifs autour de géométries complexes semble en revanche naturelle dans le cadre de la troisième famille d'approches, celle des méthodes hybrides RANS/LES.

3.3.1 Approche hybride RANS/LES

Lors de la réalisation d'une WMLES à l'aide d'une méthode hybride RANS/LES, la simulation LES est restreinte à la zone externe de la couche limite, tandis que la zone interne est représentée par une simulation RANS, comme illustré figure 3.8. La zone RANS peut être considérée comme

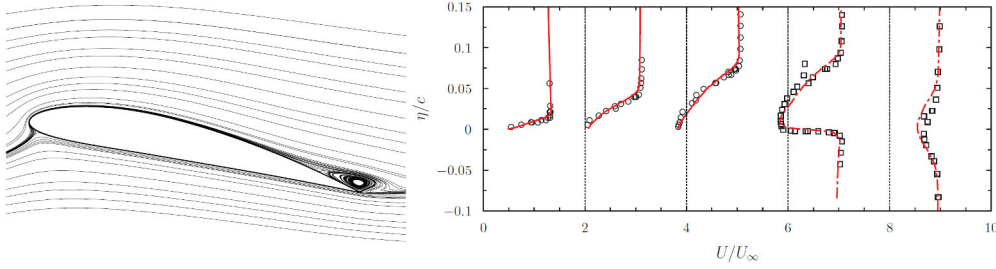


FIGURE 3.7 – Lignes de courant autour d'un profil NACA 4412 à 12° d'incidence. De gauche à droite, profil de vitesse moyenne tangentielle à l'extrados en $x/c = 0.529, 0.815, 0.952$ et parallèle à l'axe de la soufflerie dans le sillage en $x_w/c = 0.007$ et 0.282 . Profils décalés de $0, 2, \dots, 8$ en abscisse. Lignes : WMLES ; symboles : données expérimentales. Tiré de Park et Moin [232].

un modèle de paroi doté d'un très grand nombre de degrés de liberté et très bien adapté à la prise en compte d'un gradient de pression adverse, par exemple en comparaison avec un modèle de paroi analytique. Le cadre des méthodes hybrides RANS/LES fournit de plus une certaine souplesse de traitement de géométries complexes (en particulier, un unique maillage est utilisé, au sein duquel est située une interface entre zones RANS proche paroi et LES extérieure).

Une méthode hybride RANS/LES largement répandue est la *Detached Eddy Simulation* (DES). Dans sa forme d'origine (DES97) proposée par Spalart *et al.* [298], le modèle de Spalart-Allmaras ((3.5) [296]) est utilisé d'une part comme modèle RANS en utilisant la distance à la paroi d_w comme longueur caractéristique dans les zones traitées en RANS, et d'autre part comme modèle sous-maille en remplaçant la distance à la paroi par une échelle de longueur proportionnelle à une estimation de la taille de maille locale dans les zones traitées en LES. La formulation DES97 retient donc l'équation (3.5) en remplaçant d_w par $\tilde{d} = \min(d_w, C_{DES}\Delta_{\max})$, où $C_{DES} = 0.65$ et $\Delta_{\max} = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$. Le champ de vitesse (et de vorticité) utilisé dans l'équation de transport (3.5) est alors le champ résolu par la LES, et non pas le champ moyen. Le terme du modèle RANS de destruction proche paroi de la viscosité turbulente est utilisé pour adapter la valeur de ν_t à la taille de maille en LES, ce qui permet de retrouver un comportement proche du modèle sous-maille de Smagorinsky dans une situation d'équilibre entre production et destruction ([265]). La méthode DES97 sélectionne automatiquement son mode de fonctionnement : RANS près des parois ($d_w < C_{DES}\Delta_{\max}$) et LES loin des parois ($d_w > C_{DES}\Delta_{\max}$). Cela permet idéalement de traiter les couches limites attachées en RANS et les décollements massifs en LES.

L'usage du modèle RANS comme modèle sous-maille dans le cas d'un maillage très fin nécessite toutefois d'annuler l'effet des fonctions destinées à assurer le comportement du modèle RANS à immédiate proximité de la paroi, car ces dernières peuvent conduire à une réduction de la valeur de ν_t non justifiée dans son emploi comme viscosité sous-maille sur un maillage dont la résolution est très fine mais insuffisante pour une DNS. Cette difficulté est évitée par l'introduction d'une fonction supplémentaire Ψ ([297]), si bien que la DES d'origine est souvent utilisée avec la longueur caractéristique $\tilde{d} = \min(d_w, \Psi C_{DES}\Delta_{\max})$.

Une autre possibilité consiste à désactiver explicitement les fonctions proches paroi du modèle RANS ($f_{v1} = 1, f_{v2} = 0$ et $f_w = 1$, [21]), comme c'est par exemple le cas dans la branche LES du mode I de la méthode ZDES (*Zonal Detached Eddy Simulation*, [59], [60], [61]). Pour le mode I de la méthode ZDES, la longueur caractéristique est $\tilde{d}^I = \min(d_w, C_{DES}\tilde{\Delta}_{ZDES}^I)$, avec $\tilde{\Delta}_{ZDES}^I = \Delta_{vol}$ ou Δ_ω . La première estimation de la taille de maille retenue dans ce modèle est basée sur le volume de la maille, $\Delta_{vol} = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}$. La deuxième estimation proposée dépend de l'orientation locale de la vorticité instantanée résolue, $\Delta_\omega = \sqrt{N_x^2 \Delta y \Delta z + N_y^2 \Delta x \Delta z + N_z^2 \Delta x \Delta y}$ avec $N_i = \omega_i / \sqrt{\omega_j \omega_j}$, comme motivé et mis en valeur par Chauvet [31] [33]. L'estimation Δ_{\max} de la taille de maille est écartée du mode I de la ZDES car elle conduit à de forts retards au développement des instabilités, par exemple dans une couche de mélange ([61]), bien que la justification théorique des autres estimations de la taille de maille ne soit pas aisée ([295]).

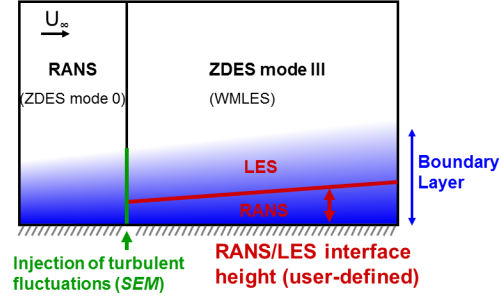


FIGURE 3.8 – Schéma de principe de la simulation ZDES mode III d'une couche limite en développement spatial.

La formulation de la méthode DES97 permet de résoudre les décollements massifs, mais n'assure pas toujours que les couches limites attachées sont résolues en mode RANS. En effet, certains maillages suffisamment raffinés conduisent à un changement prématuré de mode de fonctionnement, le modèle se trouvant alors en mode LES dans la zone externe de couches limites attachées ($d_w > \Psi C_{DES} \Delta_{\max}$). Dans ces zones, si le maillage n'est pas suffisamment fin pour permettre la résolution des tensions de Reynolds qui ne sont plus modélisées par un modèle RANS, un déficit de tension de Reynolds (*Modelled-Stress Depletion*) apparaît et peut causer le décollement prématuré et non physique des couches limites concernées (*Grid-Induced Separation*). Pour assurer que les couches limites attachées sont intégralement traitées en mode RANS, une fonction de protection est introduite par Spalart *et al.* [297], définissant ainsi la *Delayed Detached Eddy Simulation* (DDES). Certaines modifications de la DDES sont proposées par Probst *et al.* [250] (méthode ADDES, *Algebraic DDES*). D'autre part, pour éviter que la protection des couches limites attachées n'entraîne un retard significatif au développement des instabilités, par exemple dans une couche de mélange, le mode II de la méthode ZDES assure de manière analogue à la DDES la protection des couches limites attachées tout en conservant à l'extérieur de la couche limite certaines des améliorations apportées avec le mode I de la méthode ZDES ([61]). En particulier, l'estimation de la taille de maille Δ_w permet de réduire fortement le retard au développement des instabilités. Une évolution très récente de la DDES allant également dans ce sens est proposée par Shur *et al.* [283], considérant à la fois une nouvelle estimation de la taille de maille et un senseur destiné à favoriser les instabilités initiales bidimensionnelles de la couche de mélange.

Dans le cas d'un maillage suffisamment fin pour permettre la résolution de fluctuations turbulentes dans la couche limite attachée, on peut souhaiter au contraire utiliser la méthode DES comme simulation des grandes échelles avec modèle de paroi (WMLES), pour traiter des couches limites attachées et des décollements à bulbe court avec un niveau de description et de prévision supérieur à celui fourni par le mode RANS. Nikitin *et al.* [225] démontrent la faisabilité de l'utilisation de la DES comme WMLES. Cependant, au niveau de l'interface entre la zone proche paroi traitée en mode RANS et la zone adjacente traitée en mode LES, Nikitin *et al.* [225] observent le non-alignement des lois logarithmiques correspondant à la partie supérieure du profil RANS et la partie inférieure du profil LES. Ce phénomène de *Log-Layer Mismatch*, illustré sur la figure 3.9 (cas sans forçage), est accompagné d'une sous-estimation du frottement moyen de l'ordre de 15 %. Il est lié au fait que les mêmes variables sont utilisées pour décrire à la fois les valeurs moyennes RANS dans la zone proche paroi et les valeurs résolues par la LES dans la zone extérieure, sans que la différence fondamentale entre valeur moyenne de Reynolds et valeur résolue en LES ne soit explicitement prise en compte au niveau de l'interface RANS/LES. Près de l'interface, l'influence de la zone LES conduit à des valeurs de viscosité turbulente inférieures aux valeurs RANS, mais en raison de la proximité de la zone RANS les tensions de Reynolds résolues ne sont pas suffisantes pour compenser la réduction des tensions modélisées. L'équilibre longitudinal de la couche limite est alors obtenu au prix d'un cisaillement moyen localement trop élevé, qui rehausse en particulier les tensions de Reynolds modélisées. En échelles internes, ce gradient de vitesse moyenne excessif près de l'interface conduit à une

vitesse moyenne excessive dans la zone de sillage, liée à la sous-estimation du frottement moyen. De plus, des *streaks* anormalement allongés sont obtenus près de la paroi (*super-streaks* non physiques, [244]). Ces problèmes semblent intrinsèquement liés au rapprochement de zones RANS proche paroi et LES externe au sein de la couche limite, et ne sont donc pas spécifiques à l'approche DES.

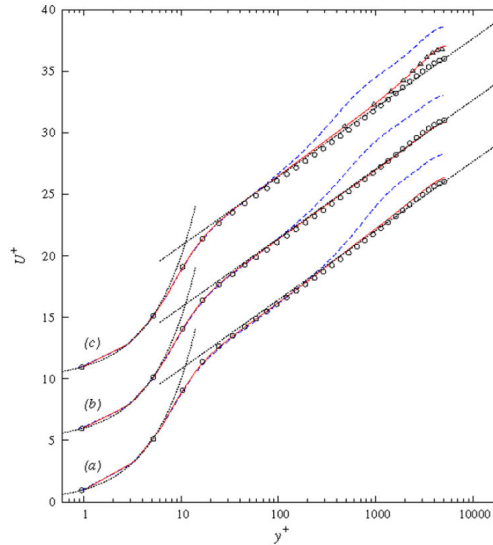


FIGURE 3.9 – Profil de vitesse moyenne dans un écoulement de canal à $Re_\tau = 5000$. Simulations DES avec forçage stochastique dynamique (lignes continues) et sans forçage (pointillés). \circ : Simulation RANS (Spalart-Allmaras) ; Δ : données expérimentales. Trois maillages sont comparés, du moins fin au plus fin ((a) à (c)). Profils décalés de 5 unités verticalement. Tiré de Keating et Piomelli [155].

Une approche semble toutefois se comporter différemment : la méthode *Reynolds-stress-constrained LES* (RSC-LES ou CLES). Cette méthode, décrite en détail par Chen *et al.* [34], n'est pas à proprement parler une méthode hybride RANS/LES. Il s'agit plutôt d'une LES dont le modèle sous-maille est contraint dans une zone proche paroi de sorte à ce que la somme des tensions de Reynolds résolues et modélisées coïncide avec des tensions de Reynolds cibles typiquement fournies dans toute la zone proche paroi par un modèle RANS. Au-dessus de la zone proche paroi, la LES n'est en revanche pas contrainte par la solution RANS. L'interface entre zone contrainte et non contrainte n'a pas d'épaisseur, à l'instar de l'interface RANS/LES en DES97 (transition discontinue). Chen *et al.* [34] obtiennent une très bonne prévision du frottement moyen (erreur inférieure à 2.5%) dans un écoulement de canal jusqu'à $Re_\tau = 2000$ avec une résolution de maillage de l'ordre de $\Delta x^+ = 100$ et $\Delta z^+ = 50$, et aucun *Log-Layer Mismatch* n'est visible. La mise en œuvre de la méthode dans un écoulement en développement spatial autour d'une géométrie complexe ne semble toutefois pas immédiate.

Parmi les approches hybrides RANS/LES, de nombreuses méthodes existent en dehors de celles dérivées de la DES, et pour certaines la réalisation d'une WMLES de couche limite attachée avec une part plus ou moins élevée du modèle de paroi et de la zone résolue en LES n'est *a priori* pas exclue. Certaines approches visent en particulier à procurer une transition progressive entre les modes RANS et LES, en contraste avec les branches RANS et LES clairement disjointes dans des méthodes comme la DES97 ou le mode I de la ZDES. On peut citer par exemple les méthodes VLES (*Very Large Eddy Simulation*, [302], [27]), PITM (*Partially Integrated Transport Model*, [270], [28], [29], [82]), TPITM (*Temporal Partially Integrated Transport Model*, [83]), PANS (*Partially-Averaged Navier-Stokes*, [105], [16], [54], [56], [55]). Pour traiter des géométries complexes, l'évaluation de la distance à la paroi et le lissage de l'échelle de longueur du modèle au niveau de l'interface RANS/LES peuvent être obtenus à l'aide de la résolution d'une équation d'Hamilton-Jacobi ([317], [316], [318]). Une discussion détaillée des stratégies RANS/LES est proposée par Sagaut *et al.* [265]. Un inconvénient des stratégies de transition progressive entre modèles RANS et LES est la complexité

d'interprétation théorique du modèle intermédiaire entre RANS et LES obtenu aux alentours de l'interface RANS/LES. De plus, leur validation dans le cas d'une couche limite turbulente en développement spatial à grand nombre de Reynolds est très rare dans la littérature. En revanche, la stratégie WMLES offerte par la DES fait un usage binaire du modèle de turbulence, soit comme modèle RANS sous l'interface, soit comme modèle sous-maille LES au-dessus de l'interface, et a été évaluée dans le cas de la couche limite, comme décrit ci-après. Une telle approche est donc choisie pour la présente étude, ce qui donne une certaine importance à la question du traitement de l'interface entre zone RANS proche paroi et zone LES extérieure.

3.3.2 Traitement de l'interface RANS proche paroi /LES extérieure

Une approche possible de l'interface RANS/LES est de lui appliquer un traitement actif, prenant en compte explicitement la différence de nature entre les variables décrivant le champ, moyenne de Reynolds sous l'interface et valeur résolue en LES au-dessus de l'interface ([253]). Piomelli *et al.* [244] ont recours à un forçage stochastique pour augmenter le niveau des fluctuations turbulentes résolues près de l'interface RANS/LES dans une méthode proche de la DES97. Une méthode d'estimation dynamique de l'amplitude du forçage est proposée par Keating et Piomelli [155]. Comme illustré par la figure 3.9, le forçage permet de réduire significativement le *Log-Layer Mismatch*. Plus récemment, Xun et Wang [337] réduisent fortement la déviation par rapport à la loi logarithmique au niveau de l'interface RANS/LES à l'aide d'un terme de rétro-diffusion déterminé par une procédure dynamique locale, ce qui évite le recours à une base de données turbulente ou à un forçage stochastique empirique. Le forçage permet de briser les *super-streaks* proches de l'interface RANS/LES quelle que soit la zone d'application du forçage (dans tout le canal, ou seulement dans la zone RANS, ou seulement dans la zone LES). Toutefois, dans le cas du maillage le moins fin considéré ($\Delta x^+ = 160$, $\Delta z^+ = 64$) la méthode échoue et sous-estime le frottement moyen de plus de 16 % dans un écoulement de canal à $Re_\tau = 650$.

Un autre traitement actif est dérivé en décrivant les champs résolus par la LES et par l'approche RANS comme des champs filtrés. Germano [102] introduit un filtre additif égal à une moyenne pondérée du filtre RANS et du filtre LES, la pondération décrivant la transition entre RANS et LES à proximité de l'interface. L'écriture des équations filtrées hybrides fait alors apparaître des termes de forçage permettant de réduire les phénomènes non physiques observés au voisinage de l'interface RANS/LES. Toutefois, la reconstruction des termes hybrides à partir du champ résolu par la simulation est délicate (Sánchez-Rocha et Menon [268, 269], Rajamani et Kim [255]). De plus, le filtre additif de Germano [102] représente le filtre hybride comme la moyenne pondérée de deux filtres (LES et RANS) invariants spatialement. Sous l'interface, la faible pondération du filtre LES réduit l'amplitude des fluctuations turbulentes de plus petite échelle autorisée par le filtre LES, mais le filtre additif n'élimine pas totalement ces fluctuations tant que la pondération du filtre LES est non nulle. Un filtre hybride représentant la transition RANS/LES devrait plutôt traduire la croissance progressive en direction de la paroi des plus petites échelles de fluctuations non éliminées par le filtre. Pour cette raison, Hamba [110, 111] considère un filtre hybride défini comme un filtre LES hétérogène dans la direction normale à la paroi, et qui coïncide approximativement avec la moyenne de Reynolds dans la zone purement RANS (sous la zone de transition RANS/LES). La non-commutativité du filtre hybride avec la dérivation spatiale fait apparaître un forçage dans les équations filtrées, et la prise en compte de certains des termes obtenus permet à Hamba [110] de réduire significativement le *Log-Layer Mismatch*. Hamba [111] souligne toutefois la difficulté de réalisation pratique d'une méthode de simulation hybride à partir des informations obtenues grâce à l'analyse du filtre hybride.

La complexité d'un traitement actif de l'interface RANS/LES, en particulier dans une géométrie tridimensionnelle, son possible impact négatif sur la robustesse de la simulation numérique, l'éventuel degré d'empirisme introduit par le traitement, et sa possible trace acoustique (par exemple bruit parasite pouvant être généré par un forçage), motivent le choix présent d'un traitement passif de l'interface (*i.e.* aucun forçage ou filtrage n'est appliqué au voisinage de l'interface). Cependant, cela

revient à négliger la différence entre les variables RANS et LES au niveau de l'interface, ce qui introduit une erreur de modélisation. Pour minimiser cette erreur, le positionnement de la transition entre les modèles RANS et LES (distance à la paroi) et la manière dont cette transition a lieu (par exemple transition progressive ou discontinue) sont alors déterminants.

3.3.3 Interface RANS/LES passive

Choi *et al.* [37] présentent une méthode hybride RANS/LES faisant appel à une fonction de transition progressive, assurant un mélange entre les modèles RANS et LES et fournissant des résultats satisfaisants dans un cas de couche limite supersonique en développement spatial (pas de *Log-Layer Mismatch* notable). Giesekeing *et al.* [104] modifient le modèle de sorte à permettre la détermination automatique de la hauteur de l'interface RANS/LES. Cette méthode ne semble toutefois pas permettre de placer l'interface RANS/LES plus près de la paroi que la frontière entre zones logarithmique et de sillage ([37]), si bien que la résolution de fluctuations turbulentes dans la zone logarithmique semble limitée. La part du "modèle de paroi" dans cette stratégie WMLES est donc relativement élevée.

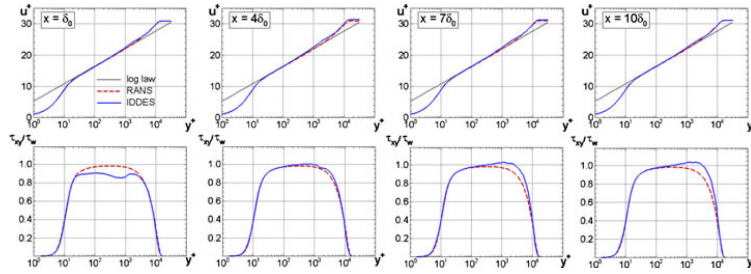


FIGURE 3.10 – Profils de vitesse moyenne et de tension croisée de Reynolds, simulations RANS et IDDES à différentes stations x d'une couche limite en développement spatial à gradient de pression nul et $Re_{\delta_0} = 50\,000$ avec condition d'entrée turbulente en $x = \delta_0$ obtenue par recyclage du plan $x = 7\delta_0$. Tiré de Shur *et al.* [280].

Comme abordé précédemment, la méthode DDES permet, en protégeant les couches limites attachées, d'épargner à l'utilisateur un travail de définition des zones d'intérêt dans l'écoulement. Dans cette optique, Shur *et al.* [282] proposent une méthode entièrement automatique, l'IDDES (*Improved Delayed Detached Eddy Simulation*), destinée à traiter en WMLES les couches limites attachées dans le cas d'un maillage suffisamment raffiné et en présence de fluctuations turbulentes (par exemple, injection de fluctuations turbulentes en entrée de domaine), et à traiter les autres couches limites attachées en RANS grâce à la branche DDES de la méthode. La branche WMLES de l'IDDES traite l'interface RANS/LES de manière passive, mais apporte une amélioration en comparaison avec la DES97 sous la forme d'une nouvelle échelle de longueur caractéristique pour le modèle, destinée à corriger le problème de *Log-Layer Mismatch*. Cette échelle de longueur met en particulier en jeu la caractérisation suivante de la taille de maille :

$$\Delta_{\text{IDDES}} = \min(\max(C_w d_w, C_w \Delta_{\text{max}}, \Delta y), \Delta_{\text{max}}) \quad (C_w = 0.15) \quad (3.30)$$

En isolant la branche WMLES pour simplifier la présentation, le modèle IDDES s'écrit sous une forme mettant en valeur la transition progressive entre modèles RANS et LES :

$$\tilde{d}_{\text{IDDES,WMLES}} = f_B(1 + f_e)d_w + (1 - f_B)\Psi C_{\text{DES}}\Delta_{\text{IDDES}} \quad (3.31)$$

et faisant intervenir des fonctions empiriques, $f_B = \min(2 \exp(-9\alpha^2), 1.0)$, $\alpha = 0.25 - d_w/\Delta_{\text{max}}$, $f_e = \max((f_{e1} - 1), 0) \Psi f_{e2}$, $f_{e2} = 1 - \max(f_t, f_l)$, $f_t = \text{th}((c_t^2 r_{dt})^3)$, $f_l = \text{th}((c_l^2 r_{dl})^{10})$, $r_{dt} = \nu_t / (\kappa^2 d_w^2 \sqrt{\partial_{x_j} u_i \partial_{x_j} u_i})$, $r_{dl} = \nu / (\kappa^2 d_w^2 \sqrt{\partial_{x_j} u_i \partial_{x_j} u_i})$, avec $c_t = 1.63$ et $c_l = 3.55$ dans le cas où le

modèle RANS est le modèle de Spalart-Allmaras. Enfin, la fonction f_{e1} , qui contribue à la réduction du *Log-Layer Mismatch*, est la suivante :

$$f_{e1}(d_w/\Delta_{\max}) = \begin{cases} 2 \exp(-11.09\alpha^2) & \text{si } \alpha \geq 0 \\ 2 \exp(-9.0\alpha^2) & \text{si } \alpha < 0 \end{cases} \quad (3.32)$$

Les tests de la méthode IDDES dans sa branche WMLES dans un écoulement de canal ([282]) et dans une couche limite turbulente en développement spatial ([280]) montrent la réduction significative du *Log-Layer Mismatch* en comparaison avec la DES. Toutefois, une légère déviation par rapport à la loi logarithmique est toujours présente, comme illustré par la figure 3.10, où l'on remarque également l'écart entre les profils de tension croisée de Reynolds obtenus avec la méthode IDDES et avec le modèle RANS de Spalart-Allmaras. L'introduction de fonctions empiriques complexes dans le modèle ne semble donc pas totalement résoudre les difficultés d'application WMLES de la méthode DES. D'autre part, la possibilité que la méthode IDDES passe de la branche WMLES à la branche DDES et vice-versa de manière intempestive n'est pas exclue. Pour de nombreuses applications WMLES (indépendamment de la méthode WMLES utilisée), il est de plus nécessaire d'injecter des fluctuations turbulentes en entrée de domaine de calcul WMLES. Ces deux dernières remarques suggèrent la pertinence d'une approche zonale des méthodes de type DES, où l'utilisateur spécifie manuellement la branche de fonctionnement du modèle en fonction des zones d'intérêt de l'écoulement. Cette stratégie d'utilisation s'éloigne de la recherche d'une méthode automatique réduisant la charge de travail de l'utilisateur, mais semble être retenue dans les applications WMLES récentes de la méthode IDDES (*Zonal RANS-IDDES*, [281]). Ces observations étayent le choix d'une approche zonale.

3.3.4 Approche zonale : mode III de la méthode ZDES

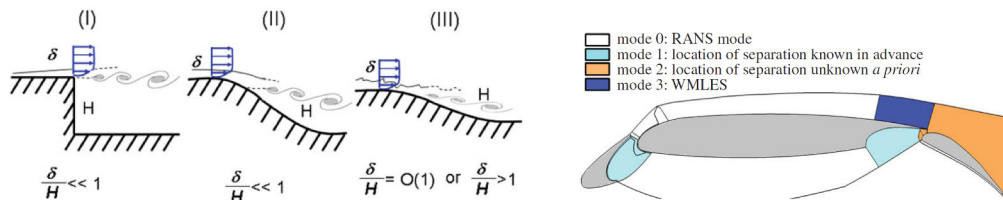


FIGURE 3.11 – Classification d'écoulements décollés en trois familles ([61]). I : séparation fixée par la géométrie ; II : séparation induite par un gradient de pression adverse sur une surface courbée ; III : séparation fortement influencée par la dynamique de la couche limite amont. Stratégie zonale associée pour la simulation ZDES d'un profil hypersustenté tri-corps ([64]). Adapté de [61], [63], [64].

L'approche zonale retenue pour la présente étude est la méthode ZDES (*Zonal Detached Eddy Simulation*, [61]). Cette technique repose sur la distinction entre trois familles de décollements, illustrées figure 3.11 : les décollements massifs dont la localisation est fixée par la géométrie (I), les décollements massifs causés par un fort gradient de pression adverse sur une surface courbée, dont la localisation n'est pas connue *a priori* (II), et les décollements plus modérés et fortement influencés par la dynamique de la couche limite amont (III). L'utilisateur définit alors des zones de l'écoulement auxquelles sont affectés les trois modes de la ZDES en fonction du type de décollement attendu, comme illustré dans le cas d'un profil hypersustenté figure 3.11. La méthode ZDES inclut donc une capacité WMLES par son mode III, en particulier destiné à traiter les décollements à bulbe court, mais également les couches limites attachées dont la résolution WMLES est souhaitée, comme discuté §3.1. La définition manuelle des zones induit une responsabilité supplémentaire pour l'utilisateur, mais tire profit de sa connaissance de la dynamique de l'écoulement simulé. De plus, la vérification *a posteriori* du bon comportement de la méthode est moins cruciale que pour une méthode automatique, puisque le choix des modes est imposé par l'utilisateur. Enfin, dans le cas où

les couches limites attachées peuvent être traitées en RANS, l'utilisation uniforme du mode II de la ZDES fournit une approche automatique analogue à celle offerte par la méthode DDES tout en bénéficiant de certaines améliorations apportées par la ZDES (§3.3.1), comme illustré figure 3.12. La méthode ZDES a été utilisée et validée par des comparaisons à l'expérience dans des applications complexes représentatives de l'état de l'art actuel des simulations avancées envisageables dans un cadre industriel ([63], [64], [322], [286], [330], [329], [228], [215]).

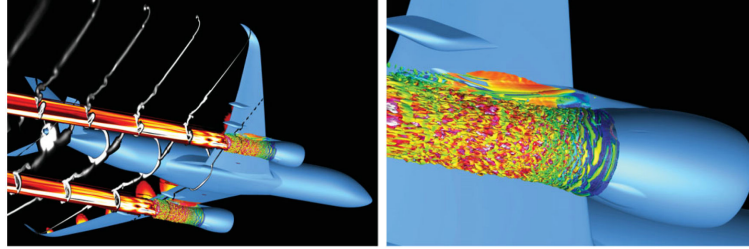


FIGURE 3.12 – Simulation ZDES (mode II) pour un avion complet à l'échelle 1 en conditions de vol réelles, mettant l'accent sur le développement des jets. Maillage de $200 \cdot 10^6$ points (méthode Chimère). Tiré de Deck *et al.* [63].

Le mode III de la méthode ZDES utilisé comme WMLES permet à l'utilisateur de spécifier la hauteur $d_w^{\text{interface}}$ de l'interface entre la zone RANS proche paroi et la zone LES extérieure (figure 3.8). Sur la base des conclusions tirées de premiers développements et évaluations motivant certaines différences avec l'IDDES (Deck *et al.* [69], Deck *et al.* [68]), l'échelle de longueur suivante est introduite dans le modèle de turbulence de Spalart-Allmaras (3.5) :

$$\tilde{d}_{\text{ZDES}}^{\text{III}} = \begin{cases} d_w & \text{si } d_w < d_w^{\text{interface}} \\ \min(d_w, C_{\text{DES}} \Delta_{\text{vol}}) & \text{et } f_{v1} = 1, f_{v2} = 0, f_w = 1 \text{ si } d_w \geq d_w^{\text{interface}} \end{cases} \quad (3.33)$$

où $C_{\text{DES}} = 0.65$ et $\Delta_{\text{vol}} = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}$. Dans cette approche zonale de la WMLES, la variable $\tilde{\nu}$ est continue, mais les termes sources du modèle de turbulence varient de manière discontinue dans la direction normale à la paroi au niveau de l'interface RANS/LES, contrairement aux termes sources de l'IDDES dans sa branche WMLES (3.31). La raideur ainsi introduite dans le système d'équations semble favoriser le développement des fluctuations turbulentes résolues, bien qu'il n'en existe pas de preuve théorique.

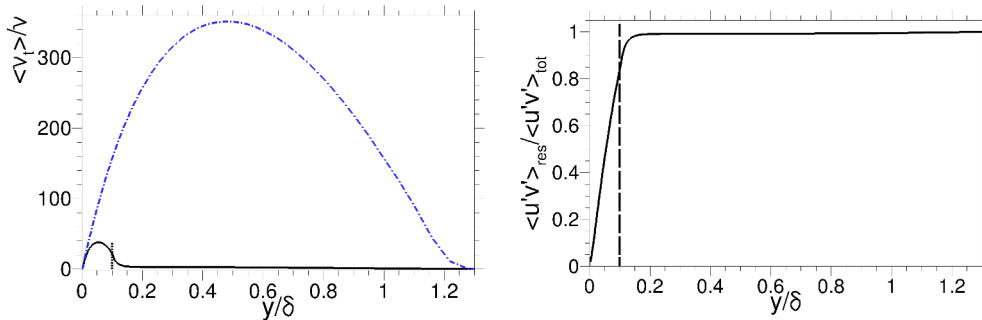


FIGURE 3.13 – Profil de viscosité turbulente ν_t moyenne dans des simulations RANS (modèle de Spalart-Allmaras, courbe bleue en tirets-pointillés) et ZDES mode III (ligne continue, interface RANS/LES en $d_w^{\text{interface}} = 0.1\delta$) ; fraction de la tension croisée de Reynolds résolue par la ZDES. Couche limite turbulente à gradient de pression nul et $Re_\theta = 13\,000$.

La discontinuité des termes sources du modèle de turbulence au niveau de l'interface RANS/LES en ZDES mode III n'implique toutefois pas nécessairement que la viscosité turbulente ν_t (effet final sur le champ résolu) soit discontinue. En effet, l'équation de transport de $\tilde{\nu}$ (3.5) a un effet de

régularisation du champ de $\tilde{\nu}$, en particulier par la présence de termes de diffusion. Cela induit non seulement un champ de viscosité turbulente moyenne $\langle \nu_t \rangle$ plus régulier que les termes sources, mais aussi des valeurs de $\langle \nu_t \rangle$ largement inférieures aux valeurs du modèle RANS dans la zone RANS près de l'interface, et largement supérieures aux valeurs du modèle sous-maille dans la zone LES près de l'interface, comme illustré par la figure 3.13. Une conséquence directe est la présence de fluctuations turbulentes résolues dans la zone RANS proche paroi, quantifiée sur la figure 3.13 par la fraction résolue de la tension croisée de Reynolds $\langle u'v' \rangle_{res} / \langle u'v' \rangle_{tot}$ (où $\langle u'v' \rangle_{tot}$ est la somme des tensions résolue et modélisée). Cette fraction est égale à 0 dans une simulation RANS, et à 1 dans une DNS. On observe qu'elle est proche de 1 dans la zone LES, et qu'elle approche 0 dans la zone RANS seulement au niveau de la paroi. Le comportement monotone de la fraction résolue suggère que le champ résolu par la méthode hybride évolue graduellement et de façon monotone d'un champ qui est proche du champ RANS à la paroi (au regard des fluctuations $u'v'$) vers un champ LES dans la zone externe. Bien que la zone située sous l'interface soit qualifiée de zone RANS, concernant le champ résolu on peut toutefois plutôt considérer cette zone comme une zone URANS, voire LES avec un filtrage de longueur d'onde de coupure de plus en plus grande en approchant de la paroi. Toutefois, on rappelle qu'à la différence de certaines approches hybrides RANS/LES, la méthode ZDES ne fait pas usage de modèles de turbulence intermédiaires entre le modèle RANS et le modèle sous-maille LES. En particulier, le modèle de turbulence est bien le modèle RANS dans la zone située sous l'interface, comme indiqué par l'échelle de longueur utilisée (3.33).

Afin d'identifier le rôle joué par cette distinction entre modèle de turbulence zonal (discontinu) et champ résolu davantage progressif, on réalise une expérience numérique résumée sur la figure 3.14. Cette expérience consiste à réaliser une simulation hybride dans laquelle la viscosité turbulente ν_t utilisée dans les équations du mouvement résolu dans la zone RANS est fournie par un modèle RANS algébrique (pas d'équation de transport) (modèle de longueur de mélange de Michel *et al.* [212] détaillé dans [50]). En revanche, la valeur de ν_t dans la zone LES est fournie par le modèle turbulent du mode III de la ZDES sur la base du champ $\tilde{\nu}$ calculé dans toute la couche limite (y compris dans la zone RANS) comme dans une simulation ZDES mode III régulière. La valeur moyenne de la viscosité turbulente $\langle \nu_t \rangle$ est alors discontinue à l'interface, ce qui induit une discontinuité du profil de gradient de vitesse moyenne au niveau de l'interface RANS/LES. La figure 3.14 met également en exergue les faibles valeurs de l'intensité turbulente longitudinale résolue dans la zone située sous l'interface en comparaison avec les valeurs prises au-dessus de l'interface. Cette expérience numérique illustre un cas extrême de difficultés pouvant être rencontrées au niveau de l'interface RANS/LES (bien pire que le *Log-Layer Mismatch* observé avec la méthode DES par Nikitin *et al.* [225]), et fait ressortir l'importance de la régularité du champ de viscosité turbulente moyenne $\langle \nu_t \rangle$ dans la méthode ZDES mode III (fig. 3.13) pour obtenir une prédiction satisfaisante du profil de vitesse moyenne.

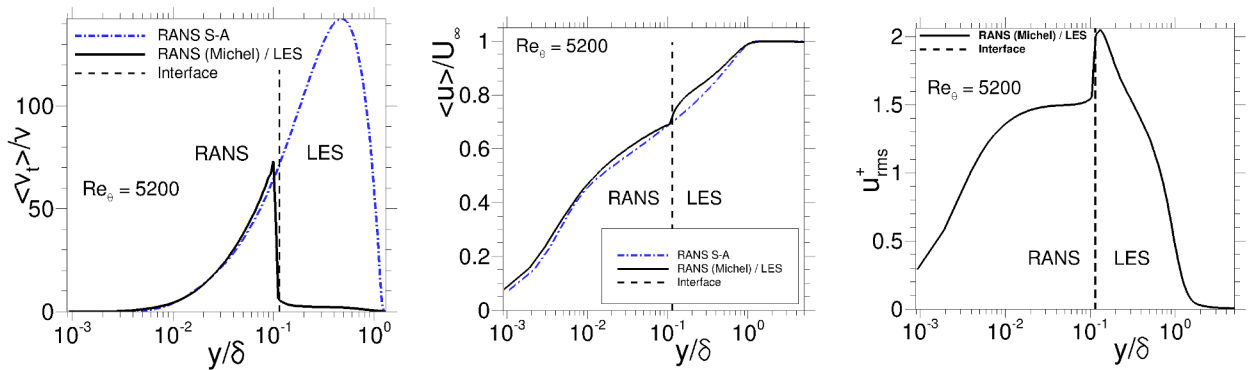


FIGURE 3.14 – Comparaison entre une simulation RANS (Spalart-Allmaras) et une expérience de simulation hybride RANS (modèle de Michel) / LES avec interface en $y = 0.125\delta$. Profils de viscosité turbulente ν_t moyenne, de vitesse moyenne et d'intensité turbulente longitudinale résolue par la simulation hybride. Couche limite turbulente à gradient de pression nul et $Re_\theta = 5\,200$.

Le fonctionnement de la méthode ZDES mode III est déterminé par la hauteur $d_w^{\text{interface}}$ de l'interface RANS/LES, que l'utilisateur doit optimiser de sorte à minimiser les erreurs induites par le traitement passif de l'interface. Deck *et al.* [68] montrent que la hauteur de l'interface doit être fixée indépendamment de la résolution du maillage pour obtenir une réduction monotone de l'erreur de prévision du frottement moyen et de la tension croisée de Reynolds lorsque le maillage est raffiné. Laroche [170] [65] montre de plus que de meilleurs résultats sont obtenus si $d_w^{\text{interface}}$ est définie comme une fraction constante de l'épaisseur locale δ de la couche limite plutôt que comme un multiple constant de l'unité de paroi ($d_w^{+, \text{interface}}$ constant). En particulier, comme illustré par la figure 3.15, le positionnement $d_w^{\text{interface}} = 0.1\delta$ permet d'améliorer la prévision du frottement moyen et de réduire la déviation par rapport à la loi logarithmique en comparaison avec le positionnement $d_w^{+, \text{interface}} = 200$. En dehors de la phase amont de développement de la turbulence résolue (non optimisée dans le cas de la figure 3.15), les tests de la méthode ZDES mode III en montrent la capacité à prédire le frottement moyen avec une erreur inférieure à 5 % par rapport à la corrélation de Coles-Fernholz (1.43) (représentative de données expérimentales à grand nombre de Reynolds, [220]) dans le cas de la couche limite de plaque plane à gradient de pression nul jusqu'à $Re_\theta = 13000$. L'évaluation d'autres méthodes hybrides RANS/LES à nombre de Reynolds aussi élevé et à faible nombre de Mach dans un écoulement en développement spatial est toutefois relativement rare dans la littérature en raison du coût de calcul d'un tel cas test (fig. 3.5).

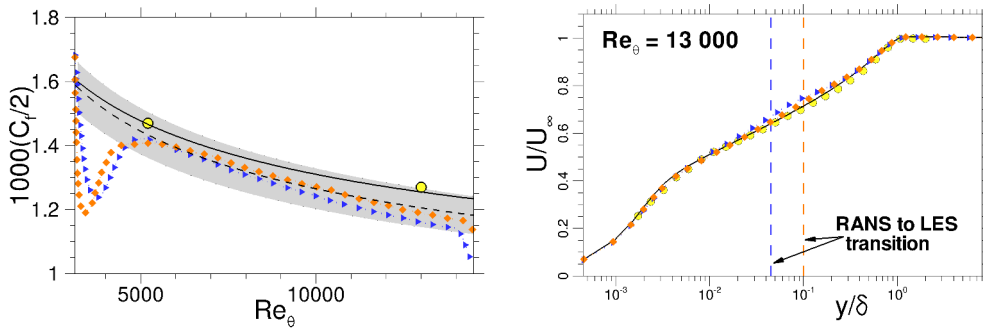


FIGURE 3.15 – Effet du positionnement de l'interface RANS/LES sur le frottement moyen et sur le profil de vitesse moyenne longitudinale. — ● Données expérimentales de DeGraaff et Eaton [70]; — Simulation RANS (Spalart-Allmaras); — — — Corrélation de Coles-Fernholz (1.43); zone grisée : marge de tolérance de 5 % autour de cette corrélation; —▶— ZDES ($d_w^{+, \text{interface}} = 200$); —◆— ZDES ($d_w^{+, \text{interface}} \approx 0.1\delta$). Couche limite turbulente à gradient de pression nul, résolution du maillage $\Delta x^+ = 200$, $\Delta z^+ = 100$. Tiré de [65].

La possibilité d'utilisation pratique du mode III de la ZDES a été démontrée dans des configurations telles un profil hypersustenté tri-corps ([64]) et une manche à air coudée (géométrie tridimensionnelle, [170], [171]). Certaines questions restent toutefois ouvertes concernant cette méthode. En particulier, l'évaluation pratique de l'épaisseur de couche limite, utilisée pour imposer une hauteur d'interface $d_w^{\text{interface}} \approx 0.1\delta$, est aujourd'hui laissée à la discrétion de l'utilisateur, typiquement au moyen d'une simulation RANS préalable. Des développements envisageables sont l'évaluation de cette grandeur à partir de moyennes collectées à la volée durant la simulation ZDES elle-même ou l'utilisation de fonctions de détection de l'épaisseur des couches limites attachées. De telles fonctions sont rencontrées dans des méthodes comme la DDES ([297], fonction de protection des couches limites attachées), la branche WMLES de l'IDDES ([282]), l'ADDES ([250]), ou encore dans le modèle RANS de Baldwin-Lomax (on trouvera une discussion détaillée à ce sujet dans [58]). D'autre part, l'évaluation de l'effet du nombre de Mach et d'un gradient de pression non nul sur le comportement de la méthode ZDES mode III dans la couche limite de plaque plane reste à affiner, de même que le comportement du modèle dans un écoulement moyen fortement tridimensionnel. Une question est également ouverte concernant la résolution du maillage : de bons résultats ont été obtenus pour des critères de tailles de maille exprimées en unités de paroi (Δx^+ , Δz^+ données), mais on a vu

au paragraphe §3.2 que le gain associé à la stratégie WMLES en comparaison avec une WRLES est pleinement obtenu à condition de réaliser un maillage suivant des critères de tailles de mailles exprimées localement en fractions de l'épaisseur δ de la couche limite et non pas comme multiples de l'unité de paroi. Ces questions ne sont toutefois pas abordées dans la présente étude.

La bonne prévision du frottement moyen par la ZDES mode III (fig. 3.15), d'importance essentielle en aérodynamique appliquée, soulève la question de la contribution des fluctuations turbulentes résolues dans la zone LES au frottement moyen pariétal. En particulier, on peut s'interroger sur la part du frottement moyen qui provient du modèle de turbulence et sur la part qui est liée aux fluctuations résolues. Ces questions ont motivé l'analyse physique du frottement moyen, abordée dans la partie III. D'autre part, bien que la déviation par rapport à la loi logarithmique soit réduite par un positionnement approprié de l'interface RANS/LES (fig. 3.15), le profil de vitesse moyenne semble conserver une certaine erreur liée au traitement passif de l'interface. Cela peut avoir pour conséquence la mauvaise prévision de paramètres globaux de la couche limite autres que le frottement moyen (et que l'épaisseur de quantité de mouvement qui est liée à ce dernier par la relation (1.39) à gradient de pression nul). Par exemple, la figure 3.16 montre que la simulation ZDES ($d_w^{\text{interface}} \approx 0.1\delta$) dont la bonne prévision du frottement moyen est mise en valeur par la figure 3.15 est aussi caractérisée par des valeurs du facteur de forme H perfectibles, même si ce type de grandeur globale n'est pas toujours considéré lors de l'évaluation de méthodes WMLES. La résolution de ces imperfections semble nécessiter des modifications du positionnement et du traitement de l'interface RANS/LES. Pour pouvoir appuyer ces modifications sur des bases physiques, une meilleure compréhension des mécanismes turbulents en jeu dans la couche limite est recherchée, ce qui motive les parties III et IV de la présente étude.

La méthode ZDES s'avère de plus être un outil contribuant à sa propre amélioration. En effet, en utilisant un maillage très fin ($\Delta x^+ = 50$, $\Delta z^+ = 12$, [68]), le mode III de la ZDES peut être utilisé comme méthode de simulation des grandes échelles résolue à la paroi (WRLES, tandis qu'on en a abordé l'utilisation WMLES jusqu'ici). La validation de cet usage WRLES à grand nombre de Reynolds est présentée dans le chapitre 4. Certaines modifications de la méthode ZDES mode III, en partie motivées par les analyses réalisées dans le cadre de la présente étude et destinées à perfectionner le fonctionnement WMLES du mode III, sont proposées dans l'annexe A.

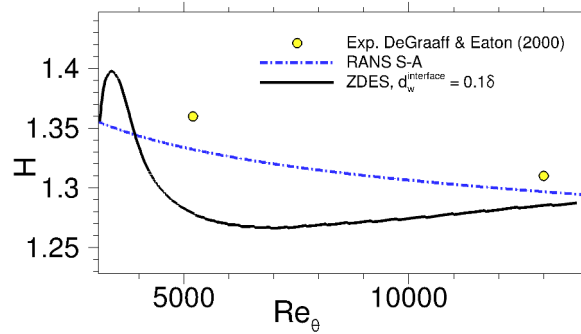


FIGURE 3.16 – Évolution du facteur de forme H (1.42) avec le nombre de Reynolds : comparaison de la simulation ZDES mode III de la figure 3.15 ($d_w^{\text{interface}} \approx 0.1\delta$) avec une simulation RANS (modèle de Spalart-Allmaras) et des données expérimentales (DeGraaff et Eaton [70]).

Une autre problématique majeure liée à la simulation numérique d'un écoulement turbulent en développement spatial est la condition d'entrée turbulente. En effet, une méthode comme la ZDES mode III est destinée à réaliser la WMLES (ou WRLES) d'un écoulement turbulent pariétal pleinement développé. L'éventuelle transition laminaire-turbulent de la couche limite attachée est donc en principe localisée dans une zone située en amont de celle traitée en ZDES mode III. Dans le cas présent d'une couche limite attachée sans autre source de fluctuations dans l'écoulement amont, il est nécessaire d'injecter des fluctuations turbulentes dans le plan d'entrée de la zone traitée en mode III. Ces fluctuations représentent explicitement la turbulence contenue dans la couche limite dans la

zone située en amont, où cette turbulence est par exemple modélisée par une simulation RANS (zone éventuellement traitée en mode 0 de la ZDES, fig. 3.11). La simulation RANS réalisée en amont peut éventuellement inclure la transition laminaire-turbulent au point défini par l'utilisateur⁴.

Dans le cas de la présente étude d'une couche limite turbulente à grand nombre de Reynolds, la partie de la couche limite simulée est intégralement traitée en ZDES mode III, avec une entrée de domaine numérique située à un nombre de Reynolds suffisamment élevé pour que la turbulence pariétale soit pleinement développée. Les conditions en entrée sont décrites à l'aide d'une simulation RANS préalable de la couche limite commençant au bord d'attaque de la plaque plane (1.2). Cette simulation est pleinement turbulente dès le bord d'attaque, comme le modèle de Spalart-Allmaras [296] le permet en pratique, et ne représente donc pas la transition laminaire-turbulent. Cette approximation n'a en principe pas d'impact sur les informations fournies dans le plan d'entrée du domaine de calcul ZDES mode III car ce plan est situé dans la région turbulente pleinement développée. Dans le plan d'entrée, les conditions aux limites de la simulation ZDES sont déterminées en tenant compte des informations issues de la simulation RANS, mais doivent inclure des fluctuations turbulentes résolues. En raison du développement spatial de la couche limite, ces fluctuations ne peuvent pas être directement obtenues à partir de l'écoulement résolu par la simulation ZDES plus loin en aval. Cela diffère du cas d'un écoulement de canal pour lequel on peut supposer une périodicité spatiale dans la direction longitudinale si le domaine de calcul est suffisamment long. La méthode utilisée pour construire des fluctuations turbulentes en entrée de domaine détermine la distance sur laquelle la simulation ZDES converge vers une dynamique turbulente résolue établie. La réduction de cette distance d'établissement, ainsi que la minimisation des conséquences (par exemple acoustiques) des éventuels artefacts introduits par la condition d'entrée turbulente sont des enjeux majeurs pour l'utilisation de méthodes comme la ZDES mode III dans des géométries pouvant nécessiter une représentation fidèle de la couche limite attachée à une faible distance en aval de la frontière amont du domaine traité en WMLES (par exemple, faible longueur de la zone traitée en mode III dans le cas illustré fig. 3.11).

Toutefois, comme souligné §1.1, la dynamique turbulente pleinement développée dans une couche limite à grand nombre de Reynolds est relativement indépendante de la nature de la transition laminaire-turbulent. On peut donc s'attendre à ce que la dynamique turbulente résolue par une simulation numérique en aval de la zone de relaxation qui suit l'entrée du domaine numérique soit indépendante de l'histoire du développement de la turbulence résolue dans la zone de relaxation. La reproduction du développement ultérieur de la couche limite est alors liée à la modélisation locale (WMLES) de la turbulence pariétale, et supposée indépendante du traitement appliqué en entrée de domaine numérique. La présente étude étant focalisée sur l'approche WMLES à grand nombre de Reynolds et plus particulièrement sur l'interface entre zone RANS proche paroi et zone LES extérieure, il a donc été décidé d'étudier la turbulence résolue suffisamment loin en aval de la condition d'entrée pour que cette dernière n'ait pas d'influence et que le comportement de l'approche WMLES à grand nombre de Reynolds soit isolé. De plus, il n'a pas été fait recours à des méthodes destinées à réduire la distance de relaxation en entrée de domaine numérique afin de garantir l'absence d'éventuels artefacts associés à ces méthodes et d'éviter tout couplage entre ces méthodes et les modifications de l'approche WMLES. Ce choix a pour conséquence d'augmenter la longueur de la partie amont de la simulation qui n'est pas exploitable pour l'analyse de l'approche WMLES établie, mais améliore la fiabilité des conclusions sur l'approche WMLES tirées à partir de l'observation de la partie aval pleinement établie.

Dans un second temps, il serait naturel de coupler les améliorations de l'approche WMLES (Annexe A) avec des méthodes destinées à la génération d'une turbulence résolue réaliste sur une faible distance de relaxation en aval de la condition d'entrée. De nombreuses possibilités sont décrites

4. Le modèle de Spalart-Allmaras [296] ne permet pas de prédire la localisation de la transition, mais comporte des termes destinés à modéliser les régions de transition laminaire-turbulent à l'endroit spécifié par l'utilisateur. Les termes de transition sont toutefois omis dans l'équation (3.5) pour simplifier la présentation. De plus, une autre option est envisageable, reproduisant de manière satisfaisante une transition. Cette option consiste à annuler la viscosité turbulente ($\tilde{\nu} = 0$ et $\nu_t = 0$) en amont du point de transition spécifié, et à utiliser le modèle turbulent sans termes de transition en aval du point de transition.

dans la littérature, dont certaines sont abordées ici à titre d'exemple. Une méthode destinée à fournir une condition d'entrée très réaliste est le recours à une base de données (typiquement fournie par un calcul précurseur, par exemple une simulation numérique directe). Cette méthode nécessite toutefois un stockage de données important et n'est pas facilement généralisable à des cas non académiques. Une autre approche consiste à recycler la turbulence résolue à une certaine distance en aval de la condition d'entrée pour l'utiliser en entrée de domaine (Lund *et al.* [188]). En raison du développement spatial, le recyclage nécessite toutefois une mise à l'échelle, et introduit une pseudo-périodicité longitudinale non physique dont la signature peut être observée dans les spectres turbulents résolus.

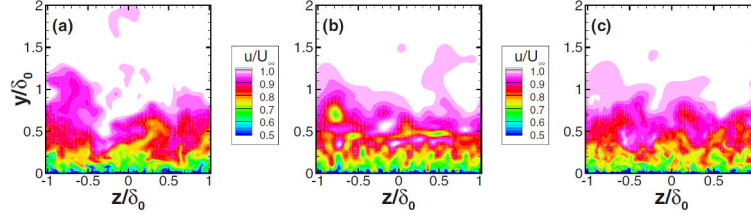


FIGURE 3.17 – Comparaison du champ de vitesse longitudinale instantanée dans un plan transverse de couche limite ([229]). (a) Plan intermédiaire ($x/\delta_0 = 4$) d'une simulation avec condition d'entrée par recyclage; (b) Plan d'entrée d'une simulation utilisant la SEM en entrée; (c) Plan intermédiaire ($x/\delta_0 = 4$) de la simulation utilisant la SEM. Tiré de Pamiès *et al.* [229].

Un autre exemple de condition d'entrée repose sur la génération de turbulence synthétique. La méthode SEM (*Synthetic Eddy Method*) de Pamiès *et al.* [229] (fig. 3.17) est une adaptation de la méthode proposée par Jarrin *et al.* [138]. Elle décrit la dynamique turbulente pariétale à l'aide de différents modes de fluctuations d'échelles différentes répartis de sorte à reproduire certaines caractéristiques physiques des structures cohérentes. La SEM de Pamiès *et al.* [229] peut être utilisée comme condition d'entrée pour une simulation ZDES mode III en adoptant l'approche proposée par Deck *et al.* [68]. Les fluctuations turbulentes introduites par la SEM sont déterminées de sorte à obtenir un profil de tensions de Reynolds cible en entrée. Toutefois, dans le cas où les informations décrivant les conditions d'entrée sont fournies par une simulation RANS utilisant le modèle de Spalart-Allmaras, seuls les profils de vitesse moyenne et de viscosité turbulente ν_t sont disponibles. Laraufie et Deck [172] proposent plusieurs méthodes de reconstruction des tensions de Reynolds à partir de ces informations et démontrent l'efficacité de la méthode de génération de turbulence synthétique obtenue en couplant ces méthodes de reconstruction avec la SEM. Dans la présente étude, les simulations WMLES (ZDES mode III) sont réalisées avec une condition d'entrée fournie par la méthode SEM de Laraufie et Deck [172], la reconstruction choisie étant celle basée sur l'hypothèse de Wilcox décrite dans cette référence. La configuration retenue est schématisée fig. 3.8.

Un autre exemple de méthode est l'application proposée par Jarrin *et al.* [139] de la SEM de Jarrin *et al.* [138]. Par ailleurs, dans le cas d'une simulation ZDES avec une condition d'entrée SEM, une très forte réduction de la distance de relaxation en aval de la condition d'entrée (jusqu'à 76 % de réduction) est obtenue par Laraufie *et al.* [173] à l'aide d'un forçage dynamique (fig. 3.18). L'emploi du forçage dynamique permet, en augmentant l'intensité du forçage, de remplacer la méthode SEM par la simple injection de bruit blanc en entrée (Laraufie *et al.* [174], Laraufie [170]). En plus de la simplicité de la méthode d'injection de bruit blanc en comparaison avec la SEM, un autre avantage est la possibilité d'utiliser une injection de bruit blanc à l'intérieur d'un domaine fluide dont la partie située en amont est également simulée sans recourir à un recouvrement de maillage (par exemple, condition d'entrée située entre un domaine amont simulé en RANS et un domaine aval simulé en WMLES, comme illustré fig. 3.11). Au contraire, la SEM décrite par Laraufie et Deck [172] est une condition d'entrée ne permettant pas la remontée d'information vers l'amont (par exemple d'un domaine WMLES vers un domaine RANS situé en amont), comme discuté par Laraufie [170] (en particulier, la description fournie par la SEM repose sur la convection de structures cohérentes à travers le plan d'entrée, qui apparaissent donc au cours du temps dans le domaine simulé en

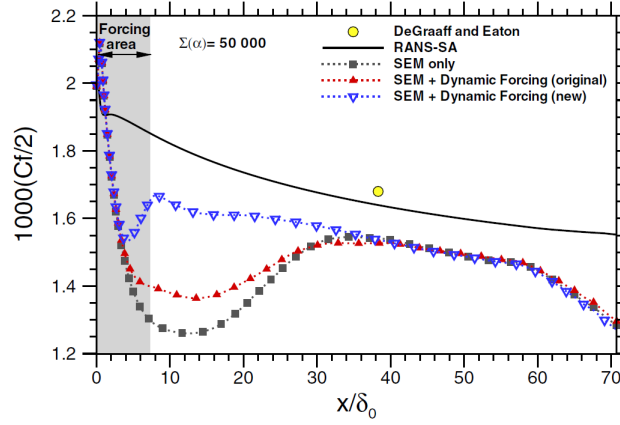


FIGURE 3.18 – Comparaison des distances de relaxation en aval de conditions d’entrée turbulente dont la méthode de forçage dynamique introduite par Laraufie *et al.* [173]. Tiré de [173].

aval de la condition d’entrée, [229]). L’application de la méthode de forçage dynamique dans le cas d’un profil hypersustenté tri-corps par Deck et Laraufie [64] (définition des zones de la ZDES illustrée fig. 3.11) permet d’éviter de recourir à l’injection de fluctuations turbulentes en entrée de domaine WMLES. En effet, l’injection de bruit blanc (ou de fluctuations décrites par la SEM) peut entraîner la génération d’un fort bruit parasite ([64]). La question de la génération silencieuse de turbulence résolue en entrée de domaine est une thématique de recherche active, comme le montrent de nombreuses études récentes proposant des méthodes de génération turbulente (par exemple [64], [246], [157], [280], [281]).

Points clés :

- ▶ Intérêt de simulations **résolvant explicitement** des **fluctuations** turbulentes :
 - **Niveau de description** et **applications** (en comparaison avec simulation RANS)
 - **Écoulements** dont la **prévision** par un modèle RANS est perfectible, écoulements **dominés** par la dynamique turbulente **amont** (*e.g.* fort gradient de pression adverse, **décollement** à bulbe **court**)
- ▶ **Coût** de simulation numérique de la turbulence pariétale à **grand nombre de Reynolds** :
 - Coûts de la **DNS** et la **WRLES (Quasi-DNS)** **prohibitifs** pour les applications complexes
 - **Réduction** significative du coût par l'approche **WMLES** (applications possibles)
 - L'approche WMLES augmente toutefois l'importance de la **modélisation** de la turbulence
- ▶ **Choix** d'une stratégie **WMLES**
 - Méthode **hybride RANS/LES** (souplesse d'emploi, potentiel de généralisation aux écoulements comprenant des décollements massifs et à des géométries complexes)
 - Interface **passive** RANS proche paroi / LES extérieure (simplicité, robustesse) préférée à une interface active (empirisme, bruit parasite)
 - Approche **zonale** (l'utilisateur contrôle le choix de modélisation, les modèles RANS et LES ne sont pas mélangés)
- ▶ **Mode III** de la méthode **ZDES**
 - **Compatibilité** avec les autres modes de la **ZDES** (traitement de décollements massifs)
 - Formulation **simple**, erreur sur le **frottement moyen** inférieure à 5 % en WMLES
 - Capacités **WRLES** et **WMLES**
 - Des **imperfections** du profil de vitesse moyenne subsistent
- ▶ **Axes d'étude** présents et futurs du mode III de la méthode ZDES :
 - Contribution des **fluctuations résolues** au **frottement moyen** \leftrightarrow une des motivations de l'**analyse physique** présentée dans les parties [III](#) et [IV](#)
 - **Positionnement** et **traitement** de l'interface RANS proche paroi / LES extérieure (importance car interface passive et méthode zonale) \leftrightarrow [Annexe A](#)
 - Peut-on améliorer davantage le fonctionnement WMLES du modèle sans recourir à un traitement **actif** de l'interface ?
 - Rapidité de **génération** des **fluctuations** turbulentes en **entrée** de domaine WMLES et **signature** (en particulier acoustique)
 - **Généralisation** (positionnement **automatique** dans une géométrie tridimensionnelle, effets du **gradient de pression** et du nombre de **Mach**)

Troisième partie

Analyse du frottement turbulent moyen à grand nombre de Reynolds

Dans une couche limite incompressible de plaque plane à gradient de pression nul, le frottement moyen pariétal à grand nombre de Reynolds est dominé par la dynamique turbulente, comme le montre la comparaison avec le cas laminaire (figure 1.4). De plus, la valeur du frottement moyen revêt une grande importance applicative. La précision de la prévision du frottement moyen est cruciale pour de nombreux problèmes rencontrés en ingénierie, en particulier pour déterminer la traînée de frottement subie par un corps solide en mouvement au sein d'un fluide. Dans le cas d'un avion civil en croisière, la traînée de frottement peut représenter plus de la moitié de la résistance totale à l'avancement ([183], [107]), ce qui montre son importance pour la prévision et l'amélioration des performances. Une meilleure compréhension de la génération du frottement turbulent moyen pourrait en particulier permettre la mise au point de nouveaux dispositifs de réduction du frottement et donc de la consommation en carburant, même si la transposition vers des configurations complexes des gains obtenus avec de tels dispositifs dans le cas de la couche limite de plaque plane n'est pas immédiate⁵. Le frottement moyen pariétal peut également jouer un rôle clé dans certains écoulements géophysiques, par exemple dans la couche de surface atmosphérique ([123]), dans les courants de surface océaniques entraînés par le vent, ou dans la dissipation des vagues par le frottement sur le fond marin. Ces applications technologiques et environnementales ont en commun les grandes valeurs prises par le nombre de Reynolds.

Les fluctuations du frottement pariétal causées par la dynamique turbulente ont été étudiées en détail, par exemple par Örlü et Schlatter [339] et Mathis *et al.* [206], avec des applications pratiques comme l'érosion des fonds et la sédimentation dans une rivière à marées (Mathis *et al.* [208]). En revanche, étonnamment peu d'attention a été consacrée au lien entre les fluctuations turbulentes présentes dans la couche limite et la valeur moyenne du frottement pariétal. L'excès de frottement de la couche limite turbulente en comparaison avec le cas laminaire est classiquement expliqué par le mélange turbulent de quantité de mouvement moyenne longitudinale, qui est à l'origine d'un profil de vitesse moyenne longitudinale plus raide près de la paroi. Toutefois, la contribution des différentes fluctuations turbulentes au frottement moyen en fonction de leur nature et de leur distance à la paroi a rarement été quantifiée dans les études consacrées à la couche limite turbulente en développement spatial, particulièrement à grand nombre de Reynolds.

Le frottement turbulent étant lié au profil de vitesse moyenne dans la zone interne (1.35), l'intuition pourrait suggérer qu'il est dominé par les fluctuations turbulentes de la zone interne où ces fluctuations causent un mélange turbulent de la quantité de mouvement. Une éventuelle indépendance du frottement turbulent vis-à-vis de la dynamique de la zone externe serait de plus consistante avec la relative autonomie de la dynamique turbulente proche paroi (§1.3.3), ainsi qu'avec les approches de réduction du frottement basées sur des dispositifs très proches de la paroi (par exemple les *riblets*).

Toutefois, le frottement moyen dans une couche limite dépend aussi de l'écoulement extérieur, l'exemple le plus extrême étant le décollement de la couche limite en présence d'un gradient de pression adverse suffisamment fort. Cela suggère l'importance d'événements se mettant à l'échelle externe et provenant de la zone externe de la couche limite. Si le nombre de Reynolds est suffisamment élevé pour procurer une séparation nette entre l'échelle de longueur interne (unité de paroi ν/u_τ) et l'échelle externe (δ), on peut supposer l'existence d'un lien entre l'influence des événements situés dans la zone externe sur le frottement moyen et la contribution des grandes échelles au frottement moyen. Compte tenu de l'apparition et de l'importance croissante de superstructures dans la couche limite canonique à grand nombre de Reynolds (§2.3.3), on peut alors s'interroger sur la contribution des superstructures au frottement moyen. En particulier, la trace proche de la paroi des superstructures porte une tension croisée de Reynolds réduite par la proximité de la paroi, et est donc probablement inactive au sens de Townsend [314]. Si le frottement turbulent était seulement

5. Spalart et McLean [299] soulignent par exemple que la réduction de la traînée de frottement peut être accompagnée d'une réduction de la traînée de pression liée à une réduction de l'effet de déplacement causé par la couche limite, notamment lorsque cette dernière est proche du décollement. Cette composante de la traînée de pression est toutefois faible en comparaison avec la traînée induite ([299]), et Viswanath [324] souligne que la modification de la traînée de pression d'un profil d'aile à incidence modérée liée à l'introduction de *riblets* est elle-même faible (au plus quelques pourcents).

lié à la dynamique turbulente de la zone interne et en particulier au mélange turbulent de quantité de mouvement dans cette zone, on pourrait s'attendre à ce que les superstructures ne contribuent que faiblement au frottement moyen. Une telle conclusion serait toutefois surprenante au regard du caractère actif des superstructures dans la zone externe, où elles portent une part significative de la tension croisée de Reynolds (§2.3.3). De plus, Hwang [128] montre dans un écoulement de canal à relativement faible nombre de Reynolds l'augmentation significative de la contribution relative des grandes échelles au frottement moyen avec le nombre de Reynolds.

Pour mieux comprendre la contribution des grandes échelles de fluctuations turbulentes au frottement moyen, il serait utile d'en quantifier la contribution à la tension croisée de Reynolds dans tout le profil de couche limite, mais un tel niveau de description (profil complet) n'est pas atteint par les bases de données disponibles pour la couche limite à grand nombre de Reynolds, comme souligné par Balakumar et Adrian [13]. Cela motive l'utilisation d'une base de données issue d'une simulation numérique de couche limite canonique à grand nombre de Reynolds pour étudier la contribution au frottement moyen des fluctuations turbulentes en fonction de leur échelle de longueur et de leur distance à la paroi. Cette base de données est présentée et validée dans le chapitre 4. Elle est ensuite analysée dans le chapitre 5 à l'aide de l'identité FIK (nommée d'après ses auteurs Fukagata, Iwamoto et Kasagi, [91]). Cette identité permet la décomposition du frottement turbulent en fonction de la distance à la paroi des contributions. L'utilisation de l'identité FIK dans une couche limite en développement spatial soulève toutefois des difficultés d'interprétation physique. Au delà de certaines réponses proposées dans le chapitre 5, une nouvelle décomposition est dérivée au chapitre 6. Cette nouvelle décomposition, obtenue par un cheminement plus proche de bilans physiques généraux et moins mathématique que l'identité FIK, est destinée à faciliter l'analyse physique du frottement moyen.

Présentation et validation d'une base de données à grand nombre de Reynolds

« Faites que le rêve dévore votre vie afin que la vie ne dévore pas votre rêve. »
 - Antoine de Saint-Exupéry -

4.1	Contexte de la base de données : simulations numériques publiées à grand nombre de Reynolds	132
4.2	Description de la simulation numérique à l'origine de la base de données	132
4.2.1	Description générale de la méthode de calcul	132
4.2.2	Description du cas simulé, du maillage et des paramètres du calcul	134
4.3	Validation de la base de données	135
4.3.1	Visualisation de l'écoulement	136
4.3.2	Paramètres globaux de la couche limite	137
4.3.3	Profils de vitesse	143
4.3.4	Analyse spectrale des fluctuations de vitesse longitudinale	146

Dans ce chapitre, une base de données de couche limite de plaque plane à gradient de pression nul et à grand nombre de Reynolds ($3\,500 \leq Re_\theta \leq 13\,650$) est présentée et validée. La réalisation de la simulation numérique dont elle est issue ne fait pas partie des travaux de thèse présentés ici, contrairement à la participation à la validation de cette base de données et à sa publication ([66]). Dans un premier temps, des simulations numériques à grand nombre de Reynolds disponibles dans la littérature sont brièvement passées en revue (§4.1). Ce contexte met en évidence l'apport de la base de données présentée, dont l'origine est décrite dans la section 4.2. Enfin, la base de données est validée par différentes méthodes allant de la simple visualisation du champ résolu jusqu'à une analyse spectrale (§4.3).

4.1 Contexte de la base de données : simulations numériques publiées à grand nombre de Reynolds

Compte tenu des différences entre les écoulements de canal ou de conduite de section circulaire et l'écoulement de couche limite de plaque plane à gradient de pression nul, en particulier concernant les plus grandes échelles turbulentes (chapitres 1 et 2), seule la couche limite en développement spatial est considérée ici.

La table 4.1 décrit brièvement des simulations numériques résolues à la paroi (au moins en partie) publiées avec une comparaison à l'expérience (ou DNS) et couvrant des nombres de Reynolds relativement élevés. En dehors de différences de schémas numériques de discrétisation et de résolution, les simulations réunies dans la table 4.1 diffèrent significativement par la longueur du domaine numérique, par la condition d'entrée et par le nombre de Reynolds d'entrée. Balakumar et Adrian [13] soulignent l'importance pour l'étude des grandes échelles de réaliser une simulation numérique dans un domaine de longueur suffisante dans la direction longitudinale. Des exemples récents de couches limites incompressibles (Schlatter et Örlü [272], Sillero *et al.* [284]) atteignent des nombres de Reynolds de frottement $Re_\tau \approx 2000$. Pirozzoli et Bernardini [245] proposent une DNS à $Re_\tau \approx 4000$ dans le bas régime supersonique couvrant une plage de nombres de Reynolds restreinte à $13\,320 \leq Re_\theta \leq 15\,489$. Ces valeurs sont comparables aux plus grands nombres de Reynolds disponibles pour des DNS d'écoulement de canal (*e.g.* Hoyas et Jiménez [120], Lozano-Durán et Jiménez [187], Kaneda *et al.* [153], Lee et Moser [180]). La présente base de données couvre une plage de nombres de Reynolds ($3\,500 \leq Re_\theta \leq 13\,650$) dont le maximum permet d'aborder la question de la génération du frottement moyen à grand nombre de Reynolds et dont l'étendue autorise la résolution de très grandes échelles longitudinales. Cette simulation numérique apporte de nouvelles possibilités d'analyse en comparaison avec les simulations existantes (table 4.1), bien qu'il ne s'agisse pas d'une simulation aussi bien résolue qu'une DNS. De plus, le recours à la simulation numérique permet d'obtenir des données dans tout le profil de couche limite ainsi que la description de leur évolution avec le nombre de Reynolds plus facilement que par l'expérience, bien que cette dernière permette d'atteindre des nombres de Reynolds plus élevés.

4.2 Description de la simulation numérique à l'origine de la base de données

4.2.1 Description générale de la méthode de calcul

La base de données a été obtenue avant l'initiation de la présente thèse, à l'aide du code de calcul FLU3M. Ce code développé à l'Onera résout les équations de Navier-Stokes compressibles sur des maillages structurés multi-domaines à l'aide d'une discrétisation spatiale de type volumes finis. Les flux convectifs sont déterminés par un schéma numérique AUSM+(P) modifié par Mary et Sagaut [203]. Cette modification inclut un senseur destiné à réduire la dissipation numérique tout en maintenant la stabilité numérique de la simulation. La faible dissipation numérique résulte en particulier de simplifications ne retenant pas la capacité de capture de chocs des schémas classiques de type AUSM (*Advection Upstream Splitting Method*), inutile pour traiter des cas dans le bas régime subsonique. Une reconstruction d'ordre élevé des états gauche et droit (exprimés en variables primitives) est de plus réalisée à l'aide de l'approche MUSCL (*Monotonic Upstream-Centered Scheme for Conservation Laws*) sans limiteur puisque l'écoulement simulé est exempt de discontinuités (Chauvet [32] fournit des précisions sur la reconstruction implémentée). Les flux diffusifs sont discrétisés par un schéma centré d'ordre 2. L'intégration en temps est réalisée à l'aide du schéma implicite d'ordre 2 de Gear, avec quatre sous-itérations assurant en principe une décroissance des résidus d'au moins un ordre de grandeur entre chaque pas de temps physique. On trouvera une description détaillée du code de calcul dans Péchier *et al.* [234], Deck *et al.* [62], Péchier [252] et Deck [58]. La précision du solveur pour réaliser des DNS, des LES et des calculs hybrides RANS/LES a été évaluée dans des applications incluant des écoulements transitionnels ([203]), des écoulements tur-

Référence	Modèle	Fluctuations en entrée	δ_0^+	Re_θ	Δx	Δy	Δz	$N_{xyz} (\cdot 10^6)$
Spalart [293]	DNS (S)	RECY	-	225 – 1410	20^+	-	6.7^+	11
Simens <i>et al.</i> [285]	DNS (FD/S)	RECY	-	620 – 2140	6.1^+	0.3^+	4^+	3 398
Schlatter et Örlü [272]	DNS(S)	TR à $Re_\theta = 180$	45	180 – 4300	9^+	-	4^+	3 227
Wu et Moin [336]	DNS (FD)	FP	-	80 – 940	5.9^+	-	11^+	209
Araya <i>et al.</i> [7]	DNS (FE)	RECY	980	2667 – 3005	20^+	0.5^+	10^+	7.5
Ferrante et Elghobashi [87]	DNS (FD)	RECY	-	2340 – 2900	$L_x = 10 \delta_0$ $7.25^+ \text{ à } 15.8^+$	$L_y = 3 \delta_0$ $0.58^+ \text{ à } 1.26^+$	$L_z = 1.6 \delta_0$ $3.6^+ \text{ à } 7.9^+$	67
Sillero <i>et al.</i> [284]	DNS(FD/S)	PC	-	2780 – 6650	$L_x = 20 \delta_0$ 7^+	$L_y = 5 \delta_0$ 0.32^+	$L_z = 7 \delta_0$ 4.07^+	33 660
Lee et Sung [179]	DNS(FD)	RECY	270	1410 – 2560	12.3^+	0.06^+	4.9^+	315
Lee <i>et al.</i> [176]	DNS(FD)	PC	-	1240 – 2060	$L_x = 33 \delta_0$ 5.08^+	$L_y = 3.3 \delta_0$ 0.246^+	$L_z = 3.3 \delta_0$ 3.25^+	2 021
Pirozzoli et Bernardini [245]	DNS (FD)	RECY	843	2827 – 3878	6.5^+	0.7^+	5.6^+	2 030
					$L_x = 100 \delta_0$	-	$L_z = 9 \delta_0$	
			3413	13320 – 15489	6.5^+	0.9^+	5.5^+	34 000
Schlatter <i>et al.</i> [271]	LES(S)	TR à $Re_\theta = 180$	45	180 – 4300	$L_x = 70 \delta_0$ 25.3^+	-	$L_z = 6.2 \delta_0$ 10.8^+	606
Tromeur <i>et al.</i> [315]	LES (FV)	RECY	-	2917	50^+	0.5^+	18^+	2
Pamiès <i>et al.</i> [229]	LES (FV)	RECY et ST	1100	3535	44^+	1^+	14^+	-
Bannier <i>et al.</i> [15]	LES (FV)	ST	240	550 – 1 450	$L_x = 7.5 \delta_0$ 20^+	$L_y = 4 \delta_0$ 0.75^+	$L_z = 2 \delta_0$ 0.7^+	199
Deck <i>et al.</i> [68]	ZDES et LES (FV)	RECY et ST	750	1750 – 2900	$L_x = 100 \delta_0$ 50^+	$L_y = 10 \delta_0$ 1^+	$L_z = 5.75 \delta_0$ 12^+	15
Présente [66]	ZDES (FV)	ST	1070	3060 – 13650	$L_x = 120 \delta_0$ 50^+	$L_y = 10 \delta_0$ 1^+	$L_z = 4 \delta_0$ 12^+	806
					$L_x = 342 \delta_0$	$L_y = 41 \delta_0$	$L_z = 8.6 \delta_0$	

TABLE 4.1 – Exemples de simulations de couche limite en développement spatial. Re_θ et $\delta_0^+ = Re_\tau$ sont les nombres de Reynolds basés respectivement sur l'épaisseur de quantité de mouvement et sur la vitesse de frottement en entrée de domaine, avec δ_0 l'épaisseur initiale de la couche limite. L_x , L_y et L_z représentent respectivement la taille du domaine numérique dans les directions longitudinale, normale à la paroi et transverse. Les résolutions de maillage Δ^+ sont exprimées en unités de paroi. Les méthodes de génération de fluctuations en entrée sont notées RECY (recyclage), PC (calcul précurseur) et ST (turbulence synthétique), tandis que TR indique la transition forcée de la couche limite incidente et FP un niveau de turbulence imposé à l'extérieur de la couche limite. FV, FD, FE, S font référence à la méthode numérique (Volumes Finis, Différences Finies, Éléments Finis et méthode Spectrale respectivement). Tiré de [66].

bulents pariétaux ([229], [96], [68]) et des écoulements décollés ([175], [67], [286], [53], [330], [329]). Dans ces références, les résultats numériques sont comparés en détail aux données expérimentales disponibles et décrivant les fluctuations en champ proche, en particulier par des analyses spectrales.

La modélisation de la turbulence retenue est l'approche WRLES de simulation des grandes échelles résolue à la paroi à l'aide de la méthode ZDES mode III (§3.3.4). Une telle simulation n'est pas aussi résolue qu'une DNS, mais le choix d'un maillage très fin, en particulier dans la zone externe de la couche limite, permet de fournir une base de données suffisamment résolue pour l'analyse du frottement moyen présentée dans le chapitre 5. On verra en particulier que la résolution de la zone externe est cruciale pour cette analyse. La contribution de la modélisation sous-maille dans la zone externe a un effet négligeable sur les résultats de l'analyse, tandis que la modélisation sous-maille davantage sensible dans la zone interne affecte relativement peu l'analyse du chapitre 5 en raison de l'accent mis par l'identité FIK [91] sur la zone externe de la couche limite, comme montré par les figures 5.1 et 5.4. La condition d'entrée turbulente est fournie par la méthode SEM (*Synthetic Eddy Method*) de Pamiès *et al.* [229] sous sa forme proposée par Deck *et al.* [68] (§3.3.4).

4.2.2 Description du cas simulé, du maillage et des paramètres du calcul

Le cas de simulation retenu est une couche limite turbulente de plaque plane (condition d'adhérence à la paroi lisse et adiabatique) en développement spatial à gradient de pression nul. La vitesse extérieure $U_\infty = 70 \text{ m/s}$ correspond à un nombre de Mach $M_\infty = 0.21$, avec une pression statique $P_\infty = 99\,120 \text{ Pa}$, une température égale à 287 K et un nombre de Reynolds par unité de longueur de la plaque plane $Re = 4.72 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$. Le choix d'un solveur compressible et d'une modélisation de la turbulence adaptés au traitement de problèmes typiques de l'industrie aérospatiale (§4.2.1, §3.3.4) nécessite une valeur non nulle du nombre de Mach. Toutefois, la faible valeur de M_∞ conduit à une dynamique turbulente quasiment incompressible (§1.2.1), et le profil moyen de la couche limite est lui-même très peu affecté par la compressibilité à ce nombre de Mach. On vérifie en particulier que les variations de masse volumique moyenne et de viscosité moléculaire moyenne à travers le profil de la couche limite sont inférieures à 1%. Par conséquent, la base de données est analysée par la suite en supposant l'écoulement incompressible, et comparée directement (sans être remise à l'échelle) à des simulations numériques incompressibles (ce qui est le cas de nombreuses DNS de turbulence pariétale) et à des données expérimentales obtenues à très faible nombre de Mach.

L'épaisseur initiale de la couche limite est $\delta_0 = 5.82 \text{ mm}$ ($Re_{\delta_0} = 27\,165$, où l'épaisseur $\delta = \delta_{99}$ est définie par $\langle u \rangle(y = \delta) = 0.99U_\infty$). La taille du domaine numérique est $L_x = 342 \delta_0$, $L_z = 8.6 \delta_0$ et $L_y = 41 \delta_0$ dans les directions longitudinale, transverse et normale à la paroi, couvrant une large plage de nombres de Reynolds ($3060 \leq Re_\theta \leq 13\,650$, $1070 \leq Re_\tau \leq 3800$). La longueur du domaine numérique est suffisante pour permettre la résolution de structures cohérentes de très grande taille (les plus grandes structures attendues dans la couche limite ont une longueur de l'ordre de la dizaine d'épaisseurs de couche limite δ , §2.3.3). Pour $x/\delta_0 > 383$ ($Re_\theta > 13\,700$), les mailles sont étirées longitudinalement pour amortir progressivement les fluctuations turbulentes. Ce procédé commun, combiné avec la condition de sortie de domaine de calcul, permet de réduire fortement la réflexion non physique d'ondes vers la zone d'intérêt pouvant être causée par les conditions aux limites sur la frontière aval du domaine numérique.

Les principales caractéristiques de la résolution du maillage sont décrites dans la table 4.2 et peuvent être comparées avec celles de simulations antérieures dans la table 4.1. Les valeurs en unités de paroi font référence à la couche limite en entrée de domaine numérique. Les tailles de maille étant uniformes dans la direction longitudinale, leurs valeurs adimensionnées par l'unité de paroi sont légèrement plus faibles en sortie de domaine que celles données en entrée de domaine dans la table 4.2, en raison de la croissance spatiale de la couche limite (cette évolution reste toutefois modérée). D'autre part, une attention particulière est accordée à la résolution et à l'isotropie du maillage dans la zone externe de la couche limite. La table 4.2 souligne en particulier le nombre élevé de points de maillage $N_y^{\delta_{13000}}$ contenus dans l'épaisseur de couche limite. Le cadre fourni par l'identité FIK, adopté pour l'étude du frottement moyen dans le chapitre 5, confère une importance relative élevée

Δx	Δy	Δz	$N_y^{\delta_{13\,000}}$	$N_x \times N_y \times N_z$
50^+	1^+	12^+	125	$5950 \times 204 \times 660$
$0.050 \delta_0$	$0.00100 \delta_0$	$0.0130 \delta_0$		
$0.013 \delta_{13\,000}$	$0.00026 \delta_{13\,000}$	$0.0032 \delta_{13\,000}$		

TABLE 4.2 – Paramètres de résolution du maillage. N_x , N_y et N_z sont les nombres de points dans chaque direction. Les tailles de maille Δ sont exprimées en unités de paroi d’entrée de domaine \bullet^+ et en épaisseurs de couche limite d’entrée de domaine (δ_0). $\delta_{13\,000}$ est l’épaisseur de couche limite à $Re_\theta = 13\,000$ et $N_y^{\delta_{13\,000}}$ est le nombre de points compris entre $y = 0$ et $y = \delta_{13\,000}$ dans la direction normale à la paroi.

à la zone externe, nécessitant une très bonne résolution de cette dernière. En revanche, la résolution de la zone interne semble moins critique, ce qui motive une approche WRLES (§3.2) qui n’est pas entièrement résolue à la paroi. L’impact de l’éventuelle sous-résolution de la zone très proche de la paroi sur la dynamique résolue de la zone externe devrait rester modéré en raison de la relative autonomie de cette dernière discutée dans la section 2.5. Ce compromis, nécessaire en raison des contraintes matérielles associées au coût de calcul très élevé de la dynamique turbulente pariétale (§3.2, fig. 3.5), répond donc à la priorité donnée à la zone externe dans l’analyse du frottement moyen à l’aide de l’identité FIK. La validation de la simulation numérique porte alors principalement sur la dynamique résolue dans la zone externe et sur la vérification dans le chapitre 5 du faible impact de la sous-résolution de la zone interne sur les conclusions de l’analyse du frottement moyen.

Le pas de temps est choisi en fonction des phénomènes physiques résolus. Pour les écoulements pariétaux, Choi et Moin [35] proposent le critère $\Delta t^+ < 1$, où $\Delta t^+ = \frac{u_\tau^2 \Delta t_{\text{CFD}}}{\nu}$ et u_τ et ν représentent la vitesse de frottement et la viscosité cinématique respectivement. Choi et Moin [35] montrent que pour un pas de temps vérifiant $\Delta t^+ \approx 0.4$, les erreurs sont négligeables dans leur DNS. Pour la présente simulation, le pas de temps physique a été fixé à $4.8 \cdot 10^{-7} s$, conduisant à la valeur $\Delta t^+ = 0.26$ (en entrée de domaine) qui satisfait le critère de Choi et Moin [35]. Par ailleurs, le nombre de CFL¹ (*Courant–Friedrichs–Lewy*) reste inférieur à 13. Après une phase transitoire, les statistiques sont collectées à partir de la simulation instationnaire établie. Les moyennes sont évaluées à la volée durant la simulation sur une durée totale égale à $1\,155 \delta_0 / U_\infty$. De plus, le champ instantané est extrait dans certains volumes destinés au calcul de spectres et à l’évaluation de dérivées longitudinales. Le stockage total associé à la base de données est de 3 *Terabytes*. Le coût du calcul est proche de $2 \cdot 10^6$ heures CPU, sur 936 processeurs Nehalem du calculateur superscalaire Jade-SGI Altix Ice 8200 du CINES. Le calcul a fait appel aux ressources de calcul haute performance (HPC) du GENCI-CINES dans le cadre du projet ZDESWALLTURB, Grant 2012-[c2012026817]. La validation de la base de données est abordée dans la section suivante.

4.3 Validation de la base de données

Comme motivé par sa finalité (analyse chap. 5), la validation de la base de données met l’accent sur la zone externe de la couche limite. On aborde tout d’abord la visualisation du champ instantané (§4.3.1), puis l’évolution avec le nombre de Reynolds de paramètres globaux de la couche limite (§4.3.2). Le champ de vitesse est ensuite évalué à travers les profils de la vitesse moyenne longitudinale et de moments statistiques d’ordre deux (§4.3.3). Une analyse spectrale de la vitesse longitudinale est finalement réalisée dans la section 4.3.4.

1. Le nombre de CFL est ici défini comme le rapport entre le pas de temps et le minimum des temps caractéristiques de convection et de diffusion ([58]). Dans le cas présent, la contrainte vient en pratique du temps caractéristique de convection, et la valeur du CFL indiquée est donc liée à la plus grande vitesse de propagation acoustique :

$$\text{CFL}_{\text{acou}} = \Delta t_{\text{CFD}} \frac{\sqrt{u_i u_i} + a}{\min(\Delta x, \Delta y, \Delta z)}$$

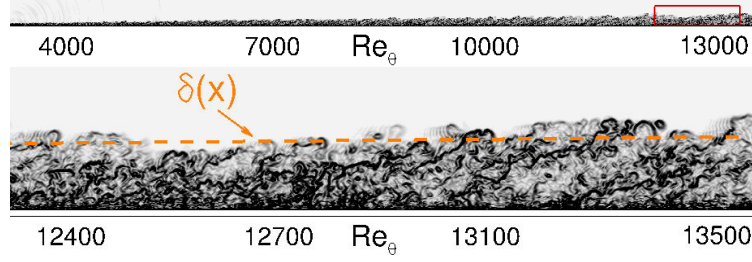


FIGURE 4.1 – Schlieren numérique instantané $Sch(x, y) = ((\partial_x \rho)^2 + (\partial_y \rho)^2)^{1/2}$. La figure inférieure présente un agrandissement de la zone indiquée dans la partie supérieure de la figure, aux alentours de $Re_\theta \approx 13\,000$. L'épaisseur de couche limite $\delta(x)$, basée sur la vitesse longitudinale moyenne (de Reynolds), est représentée par des tirets. Tiré de [66].

4.3.1 Visualisation de l'écoulement

Une première impression visuelle du champ résolu instantané est obtenue avec la figure 4.1, représentant un Schlieren numérique de l'ensemble de la couche limite en développement spatial, ainsi qu'un agrandissement aux alentours de la station $Re_\theta = 13\,000$. Le sommet de certaines grandes structures cohérentes est situé bien au-dessus de la frontière conventionnelle $y = \delta$ de la couche limite, dans la zone extérieure intermittente. L'organisation spatiale des structures cohérentes suggérée par la figure 4.1 semble s'accorder avec des modèles tels le paradigme du paquet de *hairpins* (§2.1.3). L'angle d'inclinaison moyenne des formes cohérentes observées est en bon accord avec l'angle rapporté par Marusic et Heuer [194], qui est proche de 14° . Sur la figure 4.1, les plus grandes structures s'organisent avec une inclinaison comprise entre 14° et 24° , avec une valeur moyenne proche de 19° . Plusieurs raisons pourraient expliquer que cet angle est légèrement plus grand que dans les mesures expérimentales. Premièrement, cet angle n'est pas déterminé de la même façon. En effet, une mesure expérimentale typique repose sur la recherche du maximum du coefficient de corrélation entre les signaux de vitesse longitudinale enregistrés à deux distances de la paroi et à la même station longitudinale x . Le décalage temporel correspondant est alors converti en décalage longitudinal à l'aide de l'hypothèse de turbulence gelée de Taylor avec la vitesse moyenne (de Reynolds) comme vitesse de convection. En revanche, les angles rapportés ici pour la simulation ZDES sont directement mesurés à partir du Schlieren numérique. Une autre raison pouvant expliquer les différences entre les angles mesurés pourrait tenir à la possible confusion entre l'angle d'un unique *hairpin* et l'angle associé aux *hairpins* spatialement cohérents qui forment des paquets de plus grande échelle, comme souligné par Marusic et Heuer [194].

L'organisation globale de l'écoulement peut également être visualisée à l'aide du critère Q (1.66), dont une iso-surface est représentée sur la figure 4.2, colorée par la vitesse longitudinale. L'évolution des structures cohérentes est mise en valeur par cinq encarts extraits à différents nombres de Reynolds. Ces structures sont d'apparence difficile à définir et la cohérence n'apparaît pas facilement en raison des valeurs élevées du nombre de Reynolds. En particulier, les *hairpins* n'existent probablement que comme moyenne de nombreuses structures de taille et de forme variées, si bien que l'identification d'un *hairpin* dans la visualisation figure 4.2 semble difficile. De la même façon, Jiménez *et al.* [148] soulignaient déjà la difficulté de visualiser des paquets de *hairpins* dans leurs données.

Une caractéristique est toutefois nettement visible dans la zone de plus grand nombre de Reynolds de la figure 4.2. On observe en effet des zones de très grande échelle, allongées et quelque peu sinueuses, dans lesquelles la densité de structures cohérentes semble être supérieure à la moyenne dans la zone externe et inférieure à la moyenne dans la zone interne. Les structures situées dans la zone externe sont représentées en vert et en orange (valeurs élevées de la vitesse longitudinale) tandis que celles situées dans la zone interne sont représentées en bleu (faible vitesse longitudinale). Ces zones pourraient être associées à des superstructures (§2.3.3), avec une vitesse longitudinale globalement inférieure à la moyenne à une certaine distance de la paroi. Comme la vitesse extérieure U_∞

reste constante, cela a pour conséquence une valeur plus élevée du cisaillement dans la zone externe, produisant des intensités turbulentes plus fortes. Inversement, près de la paroi le cisaillement est alors plus faible en raison de la condition d'adhérence à la paroi, si bien que la production d'énergie cinétique turbulente est affaiblie dans la zone interne. De part et d'autre de ces zones de grande échelle, il semble qu'on trouve au contraire des zones haute vitesse. Ces zones sont caractérisées par un cisaillement et une énergie cinétique turbulente plus élevés que la moyenne près de la paroi (structures représentées en bleu) et un cisaillement et une énergie cinétique turbulente plus faibles que la moyenne dans la zone externe. La raréfaction associée des structures représentées en vert et en orange explique que ces dernières zones soient vues comme des zones "bleues" sur la figure 4.2.

La figure 4.3 représente des niveaux de fluctuations de vitesse dans un plan parallèle à la paroi dans la zone tampon en $y^+ = 20$. La figure 4.3(a) fait clairement apparaître une organisation des fluctuations de vitesse longitudinale selon deux échelles, avec d'une part des *streaks* haute et basse vitesse de largeur $O(100\nu/u_\tau)$ caractéristique de la dynamique propre à la zone interne, et d'autre part des zones très longues de fluctuations u' négatives visibles sous la forme de zones allongées sombres. Ces très grandes échelles maintiennent une trace dans la zone proche paroi, conformément aux nombreuses observations publiées (§2.3.2, §2.3.3, §2.4.1). Des échelles de longueur longitudinale de l'ordre de $5 - 6\delta$ avec une largeur caractéristique proche de 0.3δ peuvent être distinguées. Ces caractéristiques sont en bon accord avec les observations antérieures, expérimentales ([124]) ou numériques par la DNS ([179], [245]).

Les visualisations instantanées des fluctuations w' de la vitesse transverse (figure 4.3(b)) suggèrent que ces superstructures pourraient affecter la vitesse transverse, mais pas d'une façon évidente. En effet, les superstructures semblent bien être parcourues par une sinuosité selon leur longueur. Certaines structures plus courtes que celles caractérisant la représentation de u' peuvent être devinées à partir des fluctuations de vitesse transverse. De plus, la largeur de ces régions semble être du même ordre de grandeur que celle trouvée dans la littérature, *i.e.* 0.3δ , pour les structures de plus grande échelle de u' , suggérant qu'elles pourraient être liées les unes aux autres. Cependant, de manière analogue aux observations PIV de Ganapathisubramani *et al.* [94] dans une couche limite supersonique (Figure 2 de la référence [94]), les fluctuations de vitesse transverse semblent être bien moins cohérentes que les fluctuations de vitesse longitudinale, avec moins de grandes échelles de longueur visibles.

Une meilleure identification des structures cohérentes de très grande taille serait probablement obtenue à l'aide d'un algorithme de post-traitement plus sophistiqué, comme la méthode d'extraction de squelette utilisée par Marquillie *et al.* [191]. Toutefois, un tel développement n'a pas été entrepris car il sortait du cadre de la présente étude principalement motivée par l'étude du frottement moyen. En revanche, la contribution des grandes échelles de longueur aux fluctuations de vitesse longitudinale et au frottement pariétal moyen est discutée dans les sections 4.3.4 et 5.5.2.

4.3.2 Paramètres globaux de la couche limite

Un premier niveau de validation quantitative de la base de données peut être fourni par des paramètres globaux. En particulier, le coefficient C_f de frottement moyen (1.35) est comparé (figure 4.4) aux valeurs obtenues par une simulation RANS (modèle de Spalart-Allmaras [296]) et avec la loi d'évolution du C_f proposée par Schlichting [275] sur la base d'un profil de vitesse en puissance $1/7$. Deux corrélations ajustées à des données expérimentales sont également représentées, l'une par Michel *et al.* [212] ($C_f = 0.0172Re_\theta^{-1/5}$) basée sur des données à grand nombre de Reynolds, ainsi que la corrélation de Coles-Fernholz ajustée à de nombreuses données expérimentales à grand nombre de Reynolds par Nagib *et al.* [220] (1.43). De plus, la comparaison inclut les statistiques issues de plusieurs DNS et jeux de données expérimentales pour la couche limite turbulente à gradient de pression nul. La dispersion importante des données expérimentales s'explique en partie par les méthodes indirectes utilisées pour extraire la valeur du frottement pariétal (la question est en particulier discutée par Nagib *et al.* [221]). Une autre source possible de dispersion expérimentale est liée à la difficulté de concevoir un essai à gradient de pression parfaitement nul, en raison

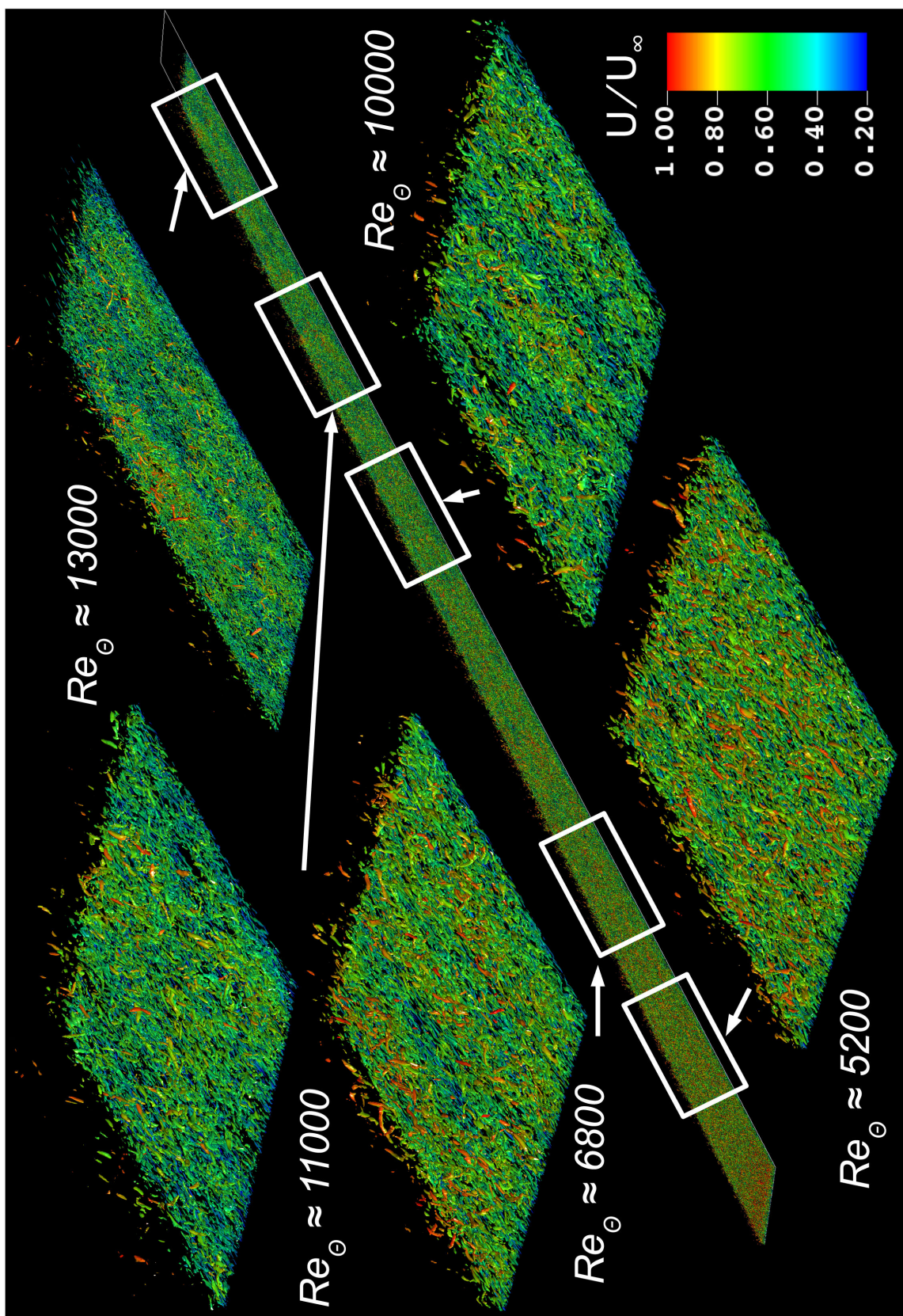


FIGURE 4.2 – Iso-surface du critère Q (1.66) adimensionné $Q \frac{\delta_0^2}{U_\infty^2} = 0.5$, colorée par la vitesse longitudinale. Tiré de [66] (réalisation Cressent [52]).

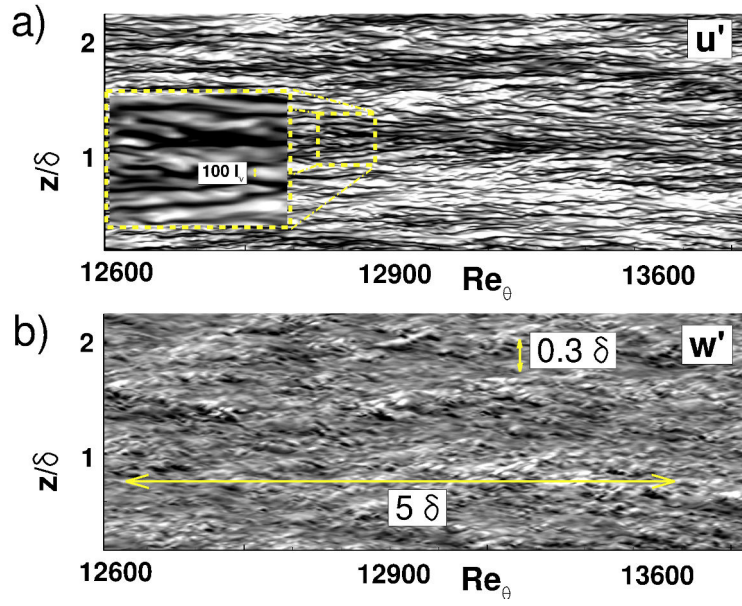


FIGURE 4.3 – Champ de vitesse instantané dans le plan (x, z) en $y^+ = 20$ aux alentours de $Re_\theta \approx 13\,000$. (a) Fluctuations instantanées u' de la vitesse longitudinale. L'encart représente un agrandissement d'une petite zone rectangulaire pour faire ressortir les petites échelles turbulentes ($l_\nu = \nu/u_\tau$ dénote l'unité de paroi). Les niveaux de gris sont représentés pour $-0.15 \leq u'/U_\infty \leq 0.15$ du plus sombre au plus clair. (b) Fluctuations instantanées w' de vitesse transverse. Niveaux de gris pour $-0.1 \leq w'/U_\infty \leq 0.1$ du plus sombre au plus clair. Tiré de [66].

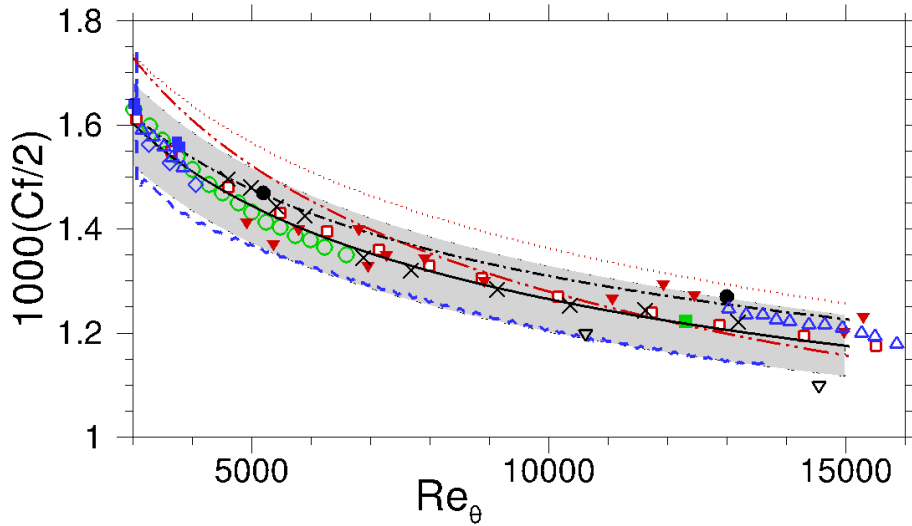


FIGURE 4.4 – Évolution longitudinale du coefficient de frottement pariétal (légende fournie dans la table 4.3). La zone grisée représente une marge de 5% autour de la corrélation de Coles-Fernholz calibrée par Nagib *et al.* [220] (1.43). Tiré de [66].

Réf	Exp./DNS/Corrélation	Symbole
DeGraaff et Eaton [70]	Exp.	●
Österlund <i>et al.</i> [340]	Exp.	□
Fernholz et Finley [86]	Exp.	▼
Head et Bandyopadhyay [115]	Exp.	▽
Nagib <i>et al.</i> [220]	Exp.	■
Smith [291]	Exp.	×
Erm et Joubert [81]	Exp.	■
Schlatter et Örlü [272]	DNS	◇
Pirozzoli et Bernardini [245]	DNS	△
Sillero <i>et al.</i> [284]	DNS	○
Coles-Fernholz, ajustée par Nagib <i>et al.</i> [220]	$C_f = 2 \left(\frac{1}{0.384} \ln(Re_\theta) + 4.127 \right)^{-2}$	—
Schlichting [275]	$C_f = 0.0256 Re_\theta^{-\frac{1}{4}}$	— · · —
Michel <i>et al.</i> [212]	$C_f = 0.0172 Re_\theta^{-\frac{1}{5}}$	· · ·
Spalart et Allmaras [296]	RANS	— · —
présente [66]	ZDES	— — —

TABLE 4.3 – Liste des symboles utilisés dans les figures 4.4, 4.6 et 4.7.

de la tendance de la couche limite en croissance spatiale à progressivement bloquer la soufflerie, difficulté rapportée par exemple par DeGraaff et Eaton [70]. Non seulement la valeur de C_f peut différer (jusqu'à 5 – 10% pour une même valeur de Re_θ), mais les évolutions avec le nombre de Reynolds Re_θ ne sont pas toujours consistantes entre elles, d'un jeu de données à l'autre. Par ailleurs, dans leur revue de données issues de DNS, Schlatter et Örlü [272] soulignent une dispersion des valeurs du C_f obtenues par la DNS (jusqu'à 5 – 10% pour un même Re_θ) aussi élevée que dans des compilations expérimentales similaires. Les données DNS aux plus grands nombres de Reynolds et l'expérience de Österlund *et al.* [340] se rapprochent de la corrélation de Coles-Fernholz. Pour la présente simulation, le coefficient de frottement est estimé à partir de la valeur à la paroi de la dérivée de la vitesse moyenne (de Reynolds) dans la direction normale à la paroi évaluée à l'ordre deux. De plus, une hauteur de domaine numérique L_y suffisamment grande a été retenue de sorte à ce que les éventuelles imperfections de traitement de la frontière supérieure du domaine de calcul ne résultent pas dans un gradient longitudinal de pression non nul causé par un phénomène analogue au blocage d'une soufflerie par la couche limite. L'écart observé entre le C_f de la présente simulation et la corrélation de Coles-Fernholz, de l'ordre de 5%, est du même ordre que celui observé entre jeux de données expérimentales et entre la simulation RANS et la corrélation de Coles-Fernholz. L'évolution du C_f avec le nombre de Reynolds est en très bon accord avec la corrélation de Coles-Fernholz.

Par ailleurs, la large plage de nombres de Reynolds couverte par la simulation permet l'estimation de la relation entre les nombres de Reynolds Re_θ et Re_τ , illustrée par la figure 4.5 et comparée à plusieurs jeux de données expérimentales et à la simulation RANS. La simulation ZDES est en bon accord avec les données expérimentales. Les données expérimentales de DeGraaff et Eaton [70] indiquent une relation légèrement différente, plus proche de celle produite par la simulation RANS, mais comme mentionné précédemment, cela pourrait être attribué à l'existence d'un gradient de pression résiduel associé au blocage partiel de la soufflerie. On remarque également la dispersion croissante des données expérimentales lorsque le nombre de Reynolds croît, qui est probablement liée à la difficulté croissante de réaliser des mesures précises à grand nombre de Reynolds. Le comportement quasi-linéaire des deux nombres de Reynolds tracés en échelles logarithmiques se prête à l'ajustement d'une loi en puissance. Une telle relation présente un grand intérêt pratique car elle facilite la conversion entre les deux nombres de Reynolds. Le meilleur ajustement aux données

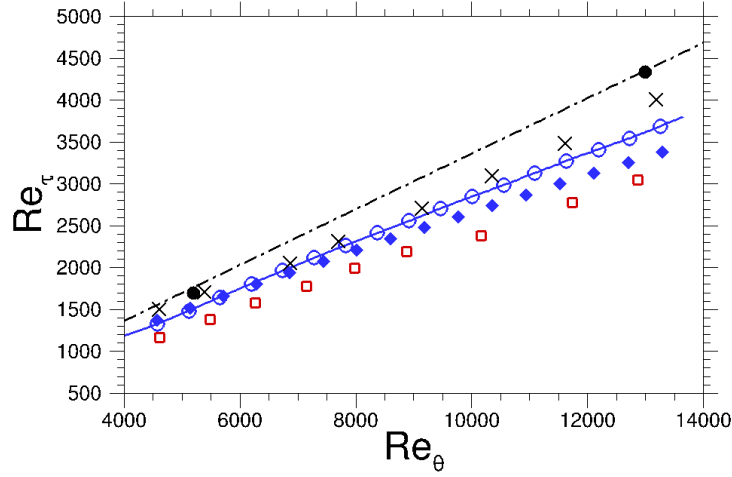


FIGURE 4.5 – Relation entre les nombres de Reynolds Re_θ et Re_τ . — présente ZDES; \circ meilleur ajustement aux présentes données, $Re_\tau = 0.435 \cdot Re_\theta^{0.954}$; \diamond meilleur ajustement aux données DNS sur la plaque $300 \leq Re_\theta \leq 3500$ (Schlatter et Örlü [272]), $Re_\tau = 1.13 \times Re_\theta^{0.843}$; - - RANS, Spalart-Allmaras [296]; \bullet Exp. DeGraaff et Eaton [70]; \square Exp. Österlund *et al.* [340]; \times Exp. Smith [291]. Tiré de [66].

de la présente simulation fournit la relation suivante :

$$Re_\tau = 0.435 \cdot Re_\theta^{0.954} \quad (4.1)$$

Cette relation est en bon accord avec le meilleur ajustement à des données à plus faible nombre de Reynolds ($300 \leq Re_\theta \leq 3500$) proposé par Schlatter et Örlü [272], $Re_\tau = 1.13 \times Re_\theta^{0.843}$, qui est également représenté sur la figure 4.5.

Une autre évaluation du profil de vitesse moyenne, indépendante du frottement moyen (*i.e.* de la valeur de la dérivée normale à la paroi), est fournie par le facteur de forme $H = \delta_1/\theta$ (1.42). Le calcul de H repose sur l'évaluation de deux quantités intégrales et pourrait être moins sensible aux imprécisions numériques ou expérimentales que l'évaluation du frottement pariétal. Les valeurs obtenues pour la présente simulation sont représentées sur la figure 4.6. On rappelle que le profil de vitesse en puissance 1/7 proposé par Schlichting [275] conduit à la valeur $H = 1.285$, significativement plus faible que les valeurs observées à grand nombre de Reynolds. Cette observation est consistante avec la déviation du C_f visible pour la loi de Schlichting sur la figure 4.4. L'évolution de H avec le nombre de Reynolds observée dans les données expérimentales et de DNS est très bien reproduite par la simulation ZDES : le facteur de forme décroît progressivement à mesure que le nombre de Reynolds augmente, comme souligné et prédit par des considérations théoriques par Nagib *et al.* [220]. Le niveau de H dans la simulation ZDES est en bon accord avec les données de référence disponibles, qui sont quelque peu dispersées. Le nombre de Reynolds maximal atteint n'est pas suffisamment élevé pour confirmer que H devient inférieur à 1.3 et même tend vers 1 à nombre de Reynolds infini comme le prédit la théorie exposée par Nagib *et al.* [220] avec un certain support expérimental. Cela met en valeur l'utilité de simulations à plus grand nombre de Reynolds.

Un autre paramètre d'intérêt pour décrire la couche limite turbulente est le facteur de sillage de Coles (Π) initialement défini par Coles [46], qui est lié au profil de la zone de sillage (1.45) et qui prend par définition une valeur constante dans une couche limite turbulente en équilibre. Dans la couche limite à gradient de pression nul, cette valeur constante est proche de 0.55 à tout nombre de Reynolds suffisamment grand, selon Nagib *et al.* [220]. La constance du facteur de sillage sur la plage de nombres de Reynolds simulée indique si la couche limite résolue a atteint l'équilibre, ce qui permet donc de tester la qualité de la simulation. Toutefois, le calcul du facteur de sillage peut être réalisé de plusieurs manières, selon les hypothèses faites concernant les lois de sillage et de paroi. On trouve donc différentes expressions fournissant le facteur de sillage, exposées par exemple dans

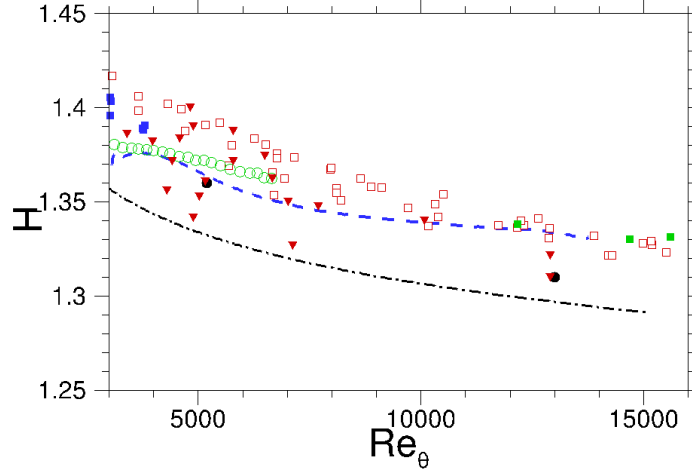


FIGURE 4.6 – Évolution longitudinale du facteur de forme H (les symboles sont détaillés dans la table 4.3). Tiré de [66].

Coles [46], Perry *et al.* [240] et Nagib *et al.* [220]. Ces expressions diffèrent par les valeurs obtenues du facteur de sillage, mais l'évolution de ce dernier avec le nombre de Reynolds est globalement peu affectée par l'expression choisie. On choisit ici de calculer le facteur de sillage Π_{99} selon la méthode présentée par Nagib *et al.* [220], en rappelant cette méthode puis en comparant le résultat fourni par la présente simulation aux jeux de données expérimentales réunis par Nagib *et al.* [220].

L'évaluation de Π_{99} commence par le choix d'une loi de profil de vitesse moyenne supposée valide dans toute la couche limite sauf dans la sous-couche visqueuse et dans la zone tampon par Coles [46] :

$$\frac{\langle u \rangle}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{y u_\tau}{\nu} \right) + \mathcal{B} + \frac{\Pi}{\kappa} w \left(\frac{y}{\delta} \right) \quad (4.2)$$

où $\langle u \rangle (y = \delta) = U_\infty$, $\langle u \rangle (y = \delta_{99}) = 0.99 U_\infty$ et $w(1) = 2$ par définition. À partir de cette expression, Coles [46] dérive Π en supposant que la loi fournie est valide jusqu'à la paroi, négligeant ainsi les effets visqueux. Au contraire, Nagib *et al.* [220] ne font usage de cette loi que dans son domaine de validité, et en fin de compte l'évaluent seulement en $y = \delta_{99}$, ce qui fournit :

$$\Pi_{99} = \frac{\kappa}{w(\delta_{99}/\delta)} \left(0.99 \frac{U_\infty}{u_\tau} - \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{\delta_{99} u_\tau}{\nu} \right) - \mathcal{B} \right) \approx \frac{\kappa}{2} \left(0.99 \frac{U_\infty}{u_\tau} - \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{\delta_{99} u_\tau}{\nu} \right) - \mathcal{B} \right) \quad (4.3)$$

où $w(\delta_{99}/\delta)$ a été remplacé par $w(1) = 2$ car la dérivée première de la fonction de sillage w par rapport à y/δ est proche de 0 en $y = \delta$ ([220]), ce qui suggère² l'approximation $w(\delta_{99}/\delta) \approx 2$, tandis que le facteur 0.99 présent dans l'équation est pour sa part conservé. Comme expliqué par Nagib *et al.* [220], cette relation est utilisée pour calculer Π_{99} à partir des valeurs mesurées de δ_{99} et de Re_{δ_1} . La valeur de δ_{99} est déterminée explicitement comme la position où la vitesse moyenne longitudinale est égale à $0.99 U_\infty$, tandis que δ_1 est évaluée par intégration numérique du profil de vitesse. Les valeurs des constantes utilisées sont celles de Nagib *et al.* [220], $\kappa = 0.384$ et $\mathcal{B} = 4.173$. La valeur de U_∞/u_τ est déduite de la corrélation de Coles-Fernholz de Nagib *et al.* [220] de sorte à permettre la comparaison avec les données expérimentales réunies dans cette référence :

$$\frac{U_\infty}{u_\tau} \approx \frac{1}{\kappa} \ln(Re_{\delta_1}) + C^* \quad (4.4)$$

2. On peut considérer un développement limité autour de $y/\delta = 1$ pour étudier l'approximation $w(\delta_{99}/\delta) \approx w(1)$:

$$w(\delta_{99}/\delta) \underset{\delta_{99}/\delta \rightarrow 1}{=} w(1) + (\delta_{99}/\delta - 1) w'(1) + O((\delta_{99}/\delta - 1)^2)$$

avec $w'(1) \approx 0$.

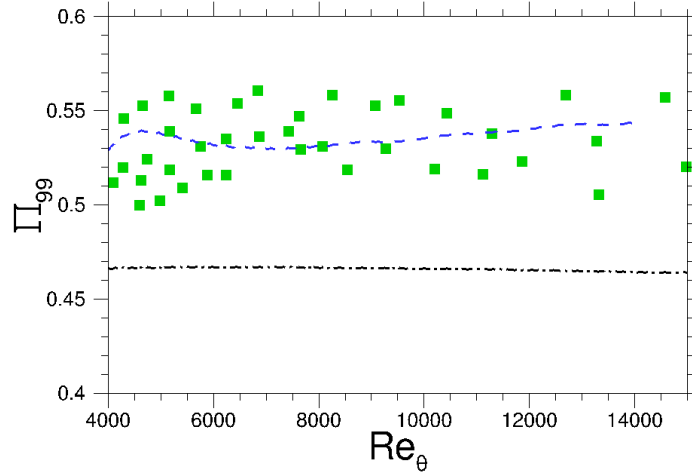


FIGURE 4.7 – Évolution longitudinale du facteur de sillage de Coles (Π_{99}) calculé selon (4.3) et (4.4) (symboles détaillés dans la table 4.3). Tiré de [66].

où $C^* = 3.354$. Il est à noter qu'il s'est avéré nécessaire de suivre rigoureusement cette procédure pour permettre la comparaison avec les données disponibles, car la valeur du facteur de sillage est fortement sensible à la méthode d'évaluation. De plus, l'introduction d'une corrélation fournissant le coefficient de frottement en fonction de Re_{δ_1} tend à réduire la dispersion des données disponibles, en particulier car la mesure expérimentale de l'épaisseur de déplacement semble être généralement plus précise que celle du frottement pariétal.

Comme illustré par la figure 4.7, le facteur de sillage Π_{99} calculé pour la simulation ZDES est en très bon accord avec les données expérimentales réunies par Nagib *et al.* [220], et conserve une valeur quasi-constante suggérant que la couche limite simulée est bien en équilibre. Cette valeur est proche de 0.55, la valeur trouvée par Nagib *et al.* [220].

4.3.3 Profils de vitesse

Les profils de vitesse moyenne longitudinale sont tracés en échelles externes et internes à deux nombres de Reynolds différents sur la figure 4.8. L'échelle externe est favorisée car elle est impliquée dans l'identité FIK ((5.7) chap. 5). Les moments statistiques d'ordre deux des fluctuations résolues de chaque composante de la vitesse à $Re_\theta = 5\,200$ et $13\,000$ sont représentés sur la même figure en échelles internes et externes. Contrairement à la tension croisée de Reynolds, la partie modélisée des tensions normales de Reynolds ne peut pas être reconstruite car la simulation repose sur l'hypothèse de Boussinesq pour la modélisation sous-maille avec un modèle de turbulence fournissant directement la viscosité turbulente³. La figure est enrichie par des données expérimentales de DeGraaff et Eaton [70] et par les tensions de Reynolds prédites par le modèle de Marusic *et al.* [202], [196] (§2.1.2) en particulier lorsque des données expérimentales n'étaient pas disponibles. Dans la zone interne, la présente simulation ne coïncide pas parfaitement avec les données expérimentales. Des déviations significatives ont également été observées par Pirozzoli et Bernardini [245] dans la zone interne de leur simulation numérique directe de couche limite à des nombres de Reynolds similaires. En revanche, la variance des composantes de la vitesse est bien prédite par la présente ZDES dans la zone externe. Comme souligné précédemment, la modélisation de la turbulence dans la zone interne a un impact négligeable sur l'analyse du frottement moyen présentée dans le chapitre 5. En effet, l'identité FIK pondère chaque zone à l'aide d'une fonction de la distance à la paroi et aboutit

3. L'énergie cinétique turbulente modélisée n'est pas prédite dans le cadre du modèle à une équation de Spalart-Allmaras, comme discuté au sujet de son usage RANS dans la section 3.1. Herrin et Dutton [117] soulignent que les modèles de turbulence utilisent parfois la connaissance de la valeur du rapport entre tensions de Reynolds croisées et normales pour la fermeture des tensions de Reynolds.

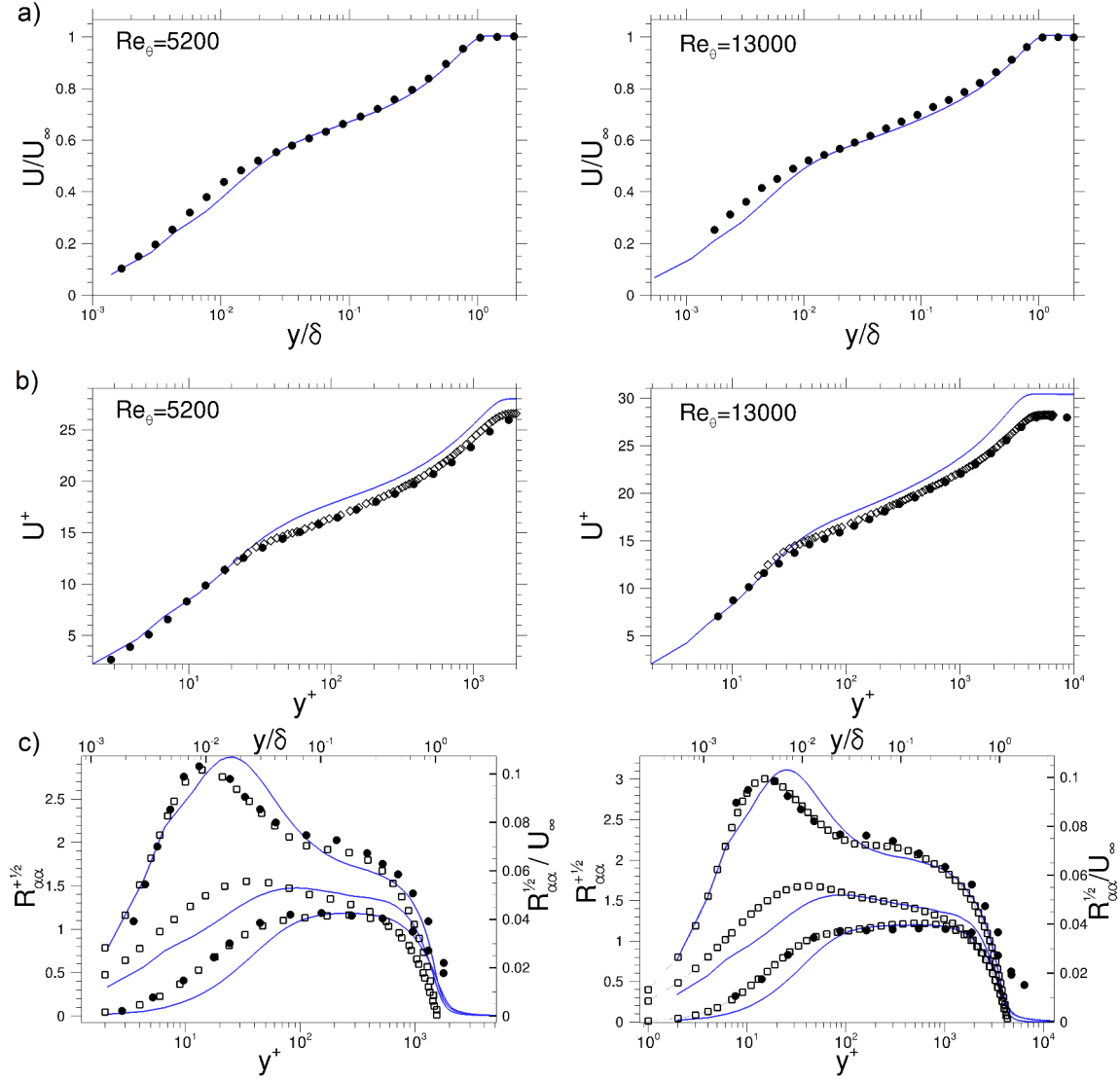


FIGURE 4.8 – (a) : Profils de vitesse moyenne longitudinale en échelles externes ; ● Exp. DeGraaff et Eaton [70] ; — présente ZDES. (b) : Profils de vitesse moyenne longitudinale en échelles internes ; ● Exp. DeGraaff et Eaton [70] ; ◇ : données exp. de Smith [291] à $Re_\theta = 5021$ et $Re_\theta = 13052$; — présente ZDES. (c) : Distribution des tensions normales de Reynolds résolues ; ● Exp. DeGraaff et Eaton [70] ; □ modèle de Marusic *et al.* [202], [196] ; — présente ZDES (en (c), les axes gradués en échelle externe ne se rapportent qu'à la présente ZDES et ne doivent pas être lus simultanément avec les autres données, tandis que les axes en échelle interne s'appliquent à toutes les données présentées). Tiré de [66].

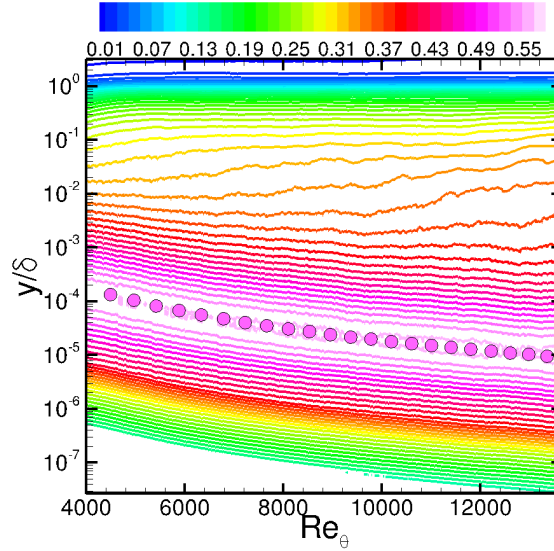


FIGURE 4.9 – Évolution longitudinale des fluctuations de vitesse longitudinale $\left(\frac{\langle u'^2 \rangle}{U_\infty u_\tau}\right)^{\frac{1}{2}}$ pour la simulation ZDES (lignes de niveau) ainsi que de la corrélation décrivant le pic d'intensité turbulente longitudinale fournie dans Hutchins *et al.* [127] (disques). Tiré de [66].

à une faible contribution de la zone interne à l'intégrale (cela sera illustré par la figure 5.4). Les profils de vitesse moyenne se caractérisent également par un profil de zone de sillage bien résolu et une zone logarithmique substantielle dont la pente est bien prédite, bien que la zone interne dévie des données expérimentales. Les courbes représentées en unités de paroi sont légèrement décalées en raison de la sous-estimation du coefficient de frottement dans la présente simulation, puisque $U_\infty/u_\tau = \sqrt{2/C_f}$. La bonne résolution de la zone externe en autorise l'évaluation précise de la contribution au frottement moyen pariétal à l'aide de l'identité FIK.

D'autre part, on peut montrer qu'en accord avec les prédictions de la théorie des structures attachées (§2.1.2), la variance des fluctuations w' de vitesse transverse comporte une zone logarithmique dont la largeur augmente avec le nombre de Reynolds. De façon analogue à Pirozzoli et Bernardini [245], une telle propriété n'est pas observée pour les fluctuations de vitesse longitudinale, bien que prédite par la théorie des structures attachées. Ces observations sont consistantes avec les récentes mesures expérimentales de Hultmark *et al.* [122] et de Marusic *et al.* [201] qui soulignent que la zone logarithmique pour les fluctuations de vitesse longitudinale n'apparaît clairement qu'à des nombres de Reynolds élevés, $Re_\tau > 10\,000$, supérieurs aux nombres de Reynolds considérés ici. D'autre part, l'intensité relative des fluctuations de vitesse longitudinale dans la zone logarithmique augmente avec le nombre de Reynolds. Au-dessus du pic interne, un plateau se développe et pourrait éventuellement devenir un pic externe à des nombres de Reynolds supérieurs à ce que la présente simulation peut atteindre.

DeGraaff et Eaton [70] soulignent le manque d'universalité des tensions longitudinales de Reynolds en échelle interne (§2.3.1). Les amplitudes des fluctuations augmentent progressivement avec Re_θ si elles sont adimensionnées par la seule vitesse de frottement u_τ . La figure 4.9 représente l'évolution longitudinale des fluctuations de vitesse longitudinale en adimensionnement mixte, $\sqrt{\langle u'^2 \rangle}/(U_\infty u_\tau)$ (§2.3.1). Cet adimensionnement introduit par DeGraaff et Eaton [70] procure une valeur quasi-constante de l'intensité turbulente longitudinale maximale. Une autre approche possible du niveau du pic interne de fluctuations de vitesse longitudinale est offerte par la théorie des structures attachées de Townsend [314] (§2.1.2). Comme décrit par Perry et Marusic [238], le profil d'intensité turbulente longitudinale prédit par la théorie dans la partie inférieure de la zone logarithmique se

comporte comme :

$$\frac{\langle u'^2 \rangle}{u_\tau^2} = B_T - A_T \ln \left(\frac{y}{\delta} \right) \quad (4.5)$$

Cette version de la théorie basée sur l'hypothèse des structures attachées ne prend pas en compte les effets visqueux dominants à immédiate proximité de la paroi, et l'expression (4.5) ne devrait donc pas être utilisée jusqu'à la paroi, où les effets visqueux ne peuvent pas être négligés. Cependant, la distance à la paroi mesurée en unités de paroi $y^+ = yu_\tau/\nu$ est aussi le nombre de Reynolds associé aux structures attachées de taille y à la hauteur y avec une vitesse induite typique u_τ . Il est donc probable que la hauteur en-dessous de laquelle les effets visqueux ne peuvent plus être négligés dans la théorie des structures attachées soit associée à une valeur constante de y^+ . Par conséquent, l'évolution du maximum de $\langle u'^2 \rangle$ avec le nombre de Reynolds pourrait être estimée de manière approchée à partir de l'équation (4.5) à la hauteur $y^+ = 15$ où les expériences indiquent que le maximum est localisé. Cela conduit à la prédiction suivante du pic de $\langle u'^2 \rangle$:

$$\frac{\langle u'^2 \rangle_{\max}}{u_\tau^2} = B_T + A_T \ln \left(\frac{Re_\tau}{15} \right) \quad (4.6)$$

Comme mentionné par Hwang [128], cette relation est équivalente à l'adimensionnement mixte suggéré par DeGraaff et Eaton [70] $\langle u'^2 \rangle_{\max} \sim \alpha_1 U_\infty u_\tau$ dès lors que $U_\infty \sim \alpha_2 u_\tau \ln(Re_\tau)$, ce qui peut être reformulé comme $C_f \sim \alpha_3 (\ln(Re_\tau))^{-2}$, à rapprocher de la relation (1.49). La figure 4.9 considère également le pic de variance des fluctuations de vitesse longitudinale en fonction de Re_θ et le compare à la corrélation dérivée dans Hutchins *et al.* [127] à partir des prédictions de la théorie des structures attachées de Townsend [314] ajustées à des données expérimentales par Hutchins *et al.* [127], cette corrélation s'écrivant (2.4) :

$$\frac{\langle u'^2 \rangle_{\max}}{u_\tau^2} = 4.837 + 0.469 \ln(Re_\tau) \quad (4.7)$$

La figure 4.9 suggère l'obtention de la croissance logarithmique de la variance des fluctuations de vitesse longitudinale et sa pleine compatibilité avec l'adimensionnement mixte de DeGraaff et Eaton [70].

De plus, la figure 4.9 met en valeur le développement d'un plateau de $\sqrt{\langle u'^2 \rangle} / (U_\infty u_\tau)$ dans la zone externe de la couche limite, qui pourrait éventuellement devenir un pic externe à plus grand nombre de Reynolds. Si la distance à la paroi est adimensionnée par l'épaisseur de couche limite (échelle externe), le pic interne se rapproche de la paroi quand le nombre de Reynolds croît, ce qui n'est pas surprenant puisque la localisation de ce pic est approximativement constante en échelle interne. D'autre part, on observe que des lignes de niveau associées aux fluctuations longitudinales en adimensionnement mixte se décalent dans la zone externe vers la frontière de la couche limite lorsque la distance à la paroi est représentée en échelle externe pour des nombres de Reynolds supérieurs à $Re_\theta \approx 7\,000$. Cela souligne le développement progressif du plateau avec le nombre de Reynolds.

4.3.4 Analyse spectrale des fluctuations de vitesse longitudinale

La diversité d'échelles turbulentes dynamiquement actives dans la zone externe (§2.1.1, fig. 4.2) motive la validation spectrale de la dynamique turbulente résolue dans la zone externe, en particulier des fluctuations résolues u' de vitesse longitudinale. L'analyse spectrale basée sur la transformée de Fourier présente certaines difficultés d'interprétation lorsque les amas de structures cohérentes sont sinueux (et non pas rectilignes), comme détaillé par Smits *et al.* [292], Hutchins et Marusic [124] et Jiménez *et al.* [147]. Cette approche est toutefois retenue, en particulier en raison de sa fréquente utilisation dans les études expérimentales. Le signal u' est considéré comme un signal aléatoire (fluctuations turbulentes), statistiquement stationnaire dans le temps et homogène dans la direction transverse (z). En raison de la croissance de la couche limite, l'analyse spectrale ne

porte pas directement sur la direction longitudinale (x), mais sur le temps (t). L'auto-corrélation temporelle de u' est définie par :

$$R_{uu}(\tau) = E(u'(t)u'(t + \tau)) \quad (4.8)$$

où $E(\bullet)$ dénote l'espérance et constitue une moyenne de Reynolds (par exemple moyenne d'ensemble, §1.2.3). La densité spectrale de puissance (DSP) bilatérale S_{uu} est définie comme la transformée de Fourier de l'auto-corrélation :

$$S_{uu}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{uu}(\tau) e^{-2i\pi f\tau} d\tau \quad (4.9)$$

L'auto-corrélation peut être réciproquement obtenue à l'aide de la transformée de Fourier inverse :

$$R_{uu}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{uu}(f) e^{2i\pi f\tau} df \quad (4.10)$$

En évaluant l'équation (4.10) pour $\tau = 0$, on obtient la décomposition fréquentielle de la variance de u' en fonction de la densité spectrale de puissance, ce qui motive l'estimation de cette dernière :

$$E(u'^2) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{uu}(f) df \quad (4.11)$$

$S_{uu}(f)$ étant paire (ainsi que réelle⁴ et positive), la densité spectrale de puissance G_{uu} vérifiant $G_{uu}(f) = 2S_{uu}(f)$ pour $f > 0$ est retenue, permettant d'écrire simplement :

$$E(u'^2) = \int_0^{\infty} G_{uu}(f) df \quad (4.12)$$

La densité spectrale de puissance (DSP) est liée à la notion de filtrage passe-bande du signal. On note $u'(f, \Delta f, t)$ le signal temporel résultant du filtrage passe-bande de $u'(t)$ sur une bande de fréquence centrée sur la fréquence $f > 0$ et de largeur Δf (en termes de transformée de Fourier, le filtrage retient les bandes centrées en f et en $-f$, chacune de largeur Δf , si bien que $u'(f, \Delta f, t)$ est bien un signal réel). L'égalité suivante peut alors être établie ([17]) :

$$G_{uu}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty, \Delta f \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta f T} E \left(\int_0^T u'(f, \Delta f, t)^2 dt \right) \quad (4.13)$$

Cette égalité confirme que $G_{uu}(f)$ représente la densité de puissance du signal u' portée par la fréquence f et facilite l'interprétation de la DSP en comparaison avec l'égalité faisant intervenir l'auto-corrélation (4.9).

La simulation numérique ou l'expérience ne pouvant fournir que des signaux temporels de durée finie, on introduit la transformée de Fourier $\hat{u}'(f, T)$ du signal u' de durée finie T :

$$\hat{u}'(f, T) = \int_0^T u'(t) e^{-2i\pi ft} dt \quad (4.14)$$

La densité spectrale de puissance est liée à cette dernière transformée par la relation suivante ([17]) :

$$S_{uu}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \left(\left| \hat{u}'(f, T) \right|^2 \right) \quad (4.15)$$

L'estimation de la densité spectrale de puissance (DSP) est réalisée à l'aide de la méthode de Welch [331] (moyenne de périodogrammes modifiés, comme détaillé dans [331] et [58]). La DSP obtenue est de plus moyennée dans la direction transverse (z), qui est statistiquement homogène.

4. On démontre cette propriété à partir de l'équation (4.9), en tenant compte de la condition $R_{uu}(-\tau) = R_{uu}(\tau)$ qui résulte de la stationnarité statistique en temps du signal u' .

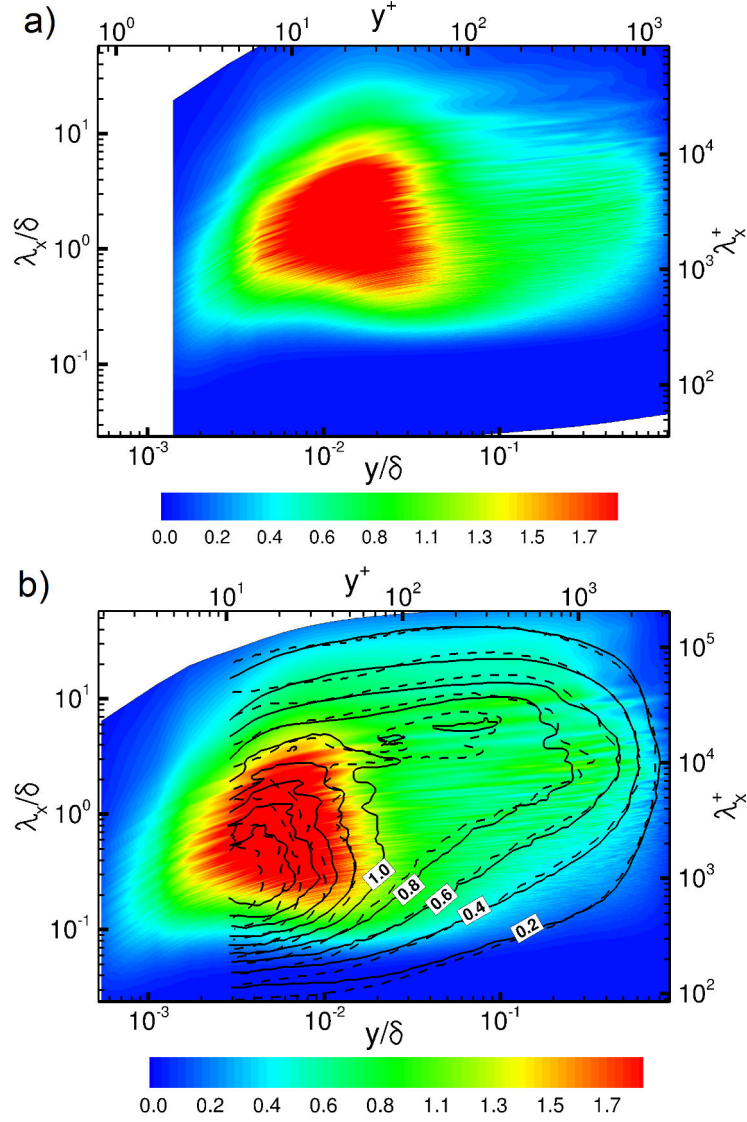


FIGURE 4.10 – Densité spectrale de puissance prémultipliée des fluctuations résolues de vitesse longitudinale $k_x G_{uu}(k_x)/u_\tau^2$ (4.18) à $Re_\theta = 5\,200$ ($Re_\tau = 1\,510$) (a) et à $Re_\theta = 13\,000$ ($Re_\tau = 3\,600$) (b). La nappe colorée représente la présente base de données. Les lignes de niveau indiquent les données expérimentales : — $Re_\tau = 2\,800$, Mathis *et al.* [204], - - - $Re_\tau = 3\,900$, Marusic *et al.* [198]. Les axes gradués en échelle interne ne se rapportent qu'à la présente ZDES et ne doivent pas être lus simultanément avec les données expérimentales, tandis que les axes en échelle externe s'appliquent à toutes les données présentées. Tiré de [66].

Le spectre temporel ainsi estimé est alors converti en spectre longitudinal. Une procédure directe serait en effet compliquée par le fait que la direction longitudinale (x) n'est pas statistiquement homogène. La conversion repose sur l'hypothèse de turbulence gelée de Taylor. On néglige en effet l'évolution temporelle d'une structure cohérente sur la durée de la convection de la structure complète au niveau de la station x où le signal temporel u' est enregistré. La forme spatiale de la structure selon x peut alors être déduite du signal temporel si la vitesse de convection est connue. Cette hypothèse introduit donc une dualité entre le nombre d'onde longitudinal k_x et la fréquence f , selon la relation suivante :

$$\lambda_x = 2\pi/k_x = U_c/f \quad (4.16)$$

où $U_c(y/\delta)$ est la vitesse de convection locale⁵. La densité spectrale de puissance longitudinale reconstruite $G_{uu}(k_x)$ est liée à $G_{uu}(f)$ par un facteur multiplicatif, comme indiqué par la condition de normalisation suivante :

$$\langle u'^2 \rangle = \int_0^\infty G_{uu}(f)df = \int_0^\infty G_{uu}(k_x)dk_x \quad (4.17)$$

Dans la suite, la nature de la DSP considérée (par exemple, $G_{uu}(k_x)$ ou $G_{uu}(f)$) est implicitement précisée par l'argument de la fonction. La densité spectrale de puissance $G_{uu}(k_x)$ indique la contribution de chaque échelle de longueur longitudinale des fluctuations turbulentes résolues de vitesse longitudinale à la tension de Reynolds $\langle u'^2 \rangle$ résolue. Afin de faciliter la représentation des longueurs d'onde en échelle logarithmique, la DSP est prémultipliée :

$$\langle u'^2 \rangle = \int_0^\infty G_{uu}(k_x)dk_x = \int_{-\infty}^\infty k_x G_{uu}(k_x)d\ln(k_x) = \int_{-\infty}^\infty k_x G_{uu}(k_x)d\ln(\lambda_x) \quad (\lambda_x = 2\pi/k_x) \quad (4.18)$$

Cette dernière relation souligne en effet la proportionnalité entre l'aire sous la courbe représentant $k_x G_{uu}(k_x)$ en fonction de $\ln(k_x)$ et la contribution à $\langle u'^2 \rangle$. Par extension, il y a également proportionnalité lorsque $k_x G_{uu}(k_x)$ est tracé en fonction de $\log_{10}(\lambda_x)$. Cette dernière représentation est adoptée pour la figure 4.10 où la DSP prémultipliée est adimensionnée par u_τ^2 . $k_x G_{uu}(k_x)/u_\tau^2$ est donc représentée en fonction de λ_x/δ , pour chaque distance à la paroi y/δ , à $Re_\theta = 5\,200$ et à $Re_\theta = 13\,000$. La prémultiplication permet l'évaluation visuelle de la contribution d'une bande de longueurs d'onde donnée à la valeur de $\langle u'^2 \rangle$ à une distance y/δ donnée. Le spectre à $Re_\theta = 13\,000$ est comparé avec les données expérimentales de Mathis *et al.* [204] et Marusic *et al.* [198]. Ces dernières ont été établies en supposant que la vitesse de convection U_c coïncide avec la vitesse moyenne longitudinale locale $\langle u \rangle(y)$. Pour permettre la comparaison de la présente base de données avec les données expérimentales, la vitesse de convection retenue ici est donc également $U_c = \langle u \rangle(y)$. D'autres choix sont toutefois possibles, tels l'évaluation de la vitesse de convection à partir de la pente du maximum de la corrélation deux points - deux temps des fluctuations de vitesse longitudinale. Cependant, les différentes définitions de la vitesse de convection ne modifient pas fondamentalement les spectres obtenus, comme illustré par exemple par Mathis *et al.* [204]. Cette question est étudiée plus avant par Dennis et Nickels [74] avec une attention particulière prêtée au possible impact de l'hypothèse de Taylor sur la description des très grandes structures cohérentes par l'analyse spectrale. On peut conclure sur la base de l'étude de Dennis et Nickels [74] que les longueurs d'onde allant jusqu'à six épaisseurs de couche limite sont bien décrites par la présente analyse spectrale. Par ailleurs, la vitesse de convection U_c tend à dépendre de la taille des structures cohérentes, comme étudié par exemple par Krogstad *et al.* [166] et par del Álamo et Jiménez [72]. Une limitation possible de l'utilisation de $\langle u \rangle(y)$ comme vitesse de convection concerne les grandes structures près de la paroi, car leur vitesse de convection près de la paroi ne semble pas être du même ordre de grandeur que la vitesse de frottement, contrairement à la vitesse moyenne locale. Leur vitesse de convection semble se mettre plutôt à l'échelle externe, ou encore, comme rapporté dans l'étude de Hutchins *et al.* [126], à une échelle mixte proche de la vitesse moyenne au centre géométrique de la zone logarithmique

5. Par souci de simplification, on fait correspondre ici les fréquences positives à des nombres d'onde positifs, la DSP bilatérale étant paire.

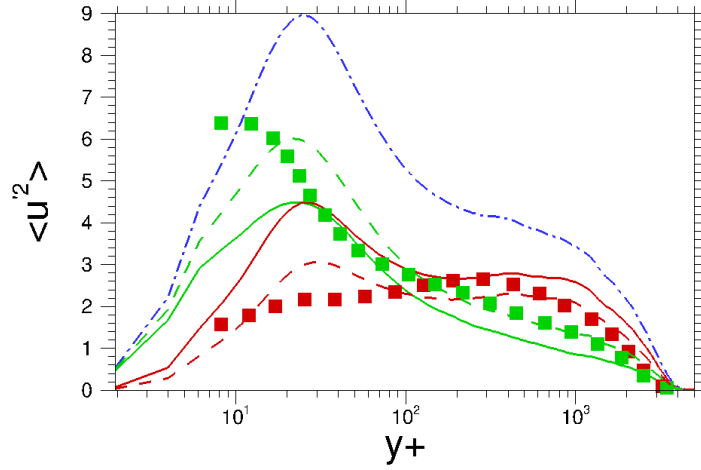


FIGURE 4.11 – Contribution des grandes et petites échelles aux fluctuations de vitesse longitudinale $\langle u^2 \rangle^+$ à $Re_\theta = 13\,000$ ($Re_\tau = 3\,600$). Présente ZDES : $-\cdot-$ signal total ; $—$ $\lambda_x < \delta$; $—$ $\lambda_x \geq \delta$; $- - -$ $\lambda_x < 2\delta$; $- - -$ $\lambda_x \geq 2\delta$. Données expérimentales de Marusic *et al.* [198] à $Re_\tau = 3\,900$: \blacksquare $\lambda_x < \delta$; \blacksquare $\lambda_x \geq \delta$. Tiré de [66].

(vers $y^+ \approx 3.9\sqrt{Re_\tau}$, §2.3.2). Cela peut induire la sous-estimation de la taille des plus grandes structures près de la paroi, d'autant plus que le nombre de Reynolds est élevé. La présente analyse pourrait donc être affinée par l'évaluation de la dépendance de la vitesse de convection à l'échelle de longueur des fluctuations. Cette dépendance est étudiée dans la partie IV.

La figure 4.10 met en valeur l'accord entre les données expérimentales et la présente ZDES, en particulier dans la zone externe. La comparaison des spectres à $Re_\theta = 5\,200$ et $Re_\theta = 13\,000$ révèle la présence d'un site interne d'énergie très prononcé, ainsi que l'émergence d'un site externe lorsque le nombre de Reynolds augmente. Le site interne est lié aux *streaks* proches paroi (cycle de la zone tampon). Sa distance à la paroi et la longueur d'onde associée tendent donc à suivre l'échelle interne. Sa position en échelle externe (y/δ) approche donc la paroi à mesure que le nombre de Reynolds croît, et l'échelle de longueur associée au pic interne exprimée en échelle externe (λ_x/δ) décroît également avec le nombre de Reynolds. Ces deux tendances sont clairement visibles dans les données expérimentales présentées par Mathis *et al.* [204]. Lorsque le nombre de Reynolds augmente, un second site énergétique émerge dans la zone externe. Bien qu'un maximum local de la DSP prémultipliée ne puisse pas être visualisé aussi clairement pour la présente ZDES que pour les données expérimentales, l'apparition d'énergie dans la zone externe au niveau des plus grandes échelles est toutefois bien visible, avec un excellent accord avec la forme des spectres expérimentaux. On peut supposer que cette zone est liée au contenu spectral des très grandes structures visualisées dans la section 4.3.1. L'apparition du site externe entre les nombres de Reynolds $Re_\theta = 5\,200$ et $Re_\theta = 13\,000$ met en valeur l'intérêt d'une base de données à nombre de Reynolds $Re_\theta \geq 10\,000$, dans le contexte des DNS actuellement disponibles (table 4.1). La figure 4.10 justifie également le seuil proposé en introduction au chapitre 2 pour la notion de grand nombre de Reynolds.

L'équation (4.18) permet de séparer la contribution des petites échelles ($\lambda_x < \lambda_c$) et des grandes échelles ($\lambda_x \geq \lambda_c$) à $\langle u^2 \rangle$ dans la couche limite ([198]) en intégrant la DSP sur la bande de longueurs d'onde définie par la longueur d'onde de coupure λ_c . Une valeur typique est $\lambda_c = \delta$, permettant la distinction entre la contribution des petites échelles visqueuses et celle des grandes échelles externes. La figure 4.11 indique que le profil de $\langle u^2 \rangle$ peut être considéré comme la somme d'une contribution des petites échelles visqueuses localisée principalement dans la zone proche paroi et d'une contribution des grandes échelles externes. Les profils obtenus pour les fluctuations résolues par la présente ZDES sont comparés aux données expérimentales de Marusic *et al.* [198] à un nombre de Reynolds de frottement légèrement plus élevé. Une deuxième longueur d'onde de coupure est proposée, $\lambda_c = 2\delta$, de sorte à clarifier la contribution de la zone externe aux fluctuations de plus grande

échelle de longueur et celle de la zone interne aux fluctuations de plus petite échelle. L'accord entre les profils obtenus pour la présente simulation et ceux des données expérimentales avec une même coupure $\lambda_c = \delta$ est perfectible. Un meilleur accord est obtenu si la coupure $\lambda_c = 2\delta$ est appliquée à la présente base de données tandis que les données expérimentales conservent la coupure $\lambda_c = \delta$. Ces différences peuvent être en partie expliquées par la différence de nombre de Reynolds. En effet, comme illustré par la figure 4.10, le site interne d'énergie à de tels nombres de Reynolds a encore une empreinte significative sur le domaine des grandes échelles. L'augmentation du nombre de Reynolds renforce bien les grandes structures de la zone externe, mais entraîne également le déplacement du site interne vers la paroi lorsque y est adimensionné par δ , réduisant ainsi la contribution de ce site aux fluctuations de grande échelle. Par conséquent, au nombre de Reynolds légèrement inférieur de la simulation, une longueur d'onde de coupure légèrement plus grande est requise pour obtenir des profils similaires aux profils expérimentaux. D'autres sources d'écart entre la valeur de la coupure pour la simulation et pour l'expérience peuvent être envisagées, telles les différences entre méthodes d'estimation de la densité spectrale de puissance qui pourraient causer des distorsions spectrales différentes à basse fréquence.

D'autre part, l'émergence du pic externe à grande échelle et l'absence d'évolution significative du profil associé aux petites échelles observés par Marusic *et al.* [198] ne sont pas visibles quand la figure 4.11 est comparée à son équivalent à $Re_\theta = 5\,200$. En effet, Marusic *et al.* [198] couvrent des nombres de Reynolds supérieurs à $Re_\theta = 13\,000$, tandis que la présente simulation traite des nombres de Reynolds inférieurs à $Re_\theta = 13\,000$, pour lesquels la tendance est différente. La raison pour laquelle la tendance n'est pas la même tient à la localisation spectrale du site interne, qui correspond aux petites échelles à grand nombre de Reynolds mais qui est spectralement proche du site des grandes échelles à $Re_\theta = 5\,200$ (figure 4.10). L'augmentation du nombre de Reynolds de $Re_\theta = 5\,200$ à $Re_\theta = 13\,000$ a pour principal effet le déplacement du site interne par rapport à la longueur d'onde de coupure, qui est localisée à l'intérieur de ce site à ces nombres de Reynolds. Par conséquent, on pourrait croire que les grandes échelles dans la zone interne sont plus intenses à $Re_\theta = 5\,200$ qu'à $Re_\theta = 13\,000$ en raison de la confusion des fluctuations internes avec les grandes échelles provoquée par le manque de séparation d'échelles à nombre de Reynolds modéré. Cela met en valeur l'utilité de la nappe spectrale complète (fig. 4.10) en comparaison avec des valeurs globales semi-intégrées (fig. 4.11).

Points clés :

- ▶ **Contexte** de la base de données GENCI ($806 \cdot 10^6$ points, stockage total : 3 *Terabytes*)
 - Intérêt de la **simulation numérique** pour couvrir le **profil** de couche limite
 - Limitations des DNS disponibles en termes de nombres de **Reynolds** (valeur **maximale**, **étendue** de la plage couverte)
- ▶ **Nature** de la base de données
 - Couche limite de plaque plane à **gradient de pression nul** et **faible** nombre de **Mach**
 - LES **résolue** à la **paroi**, méthode **ZDES mode III**
 - Accent mis sur la **résolution** de la zone **externe**
- ▶ **Validation** de la base de données
 - Visualisation (**paquets de *hairpins***, **superstructures**)
 - **Paramètres globaux** (C_f , $Re_\tau(Re_\theta)$, H , Π_{99})
 - Profils de **vitesse moyenne** et des **tensions normales de Reynolds résolues**
 - Évolution du **pic interne** de u_{rms}
 - **Spectre longitudinal** de u' **résolu**
 - **Contribution** significative des **grandes échelles** à u_{rms} (*e.g.* $\lambda_x \geq 2\delta$)
- ▶ **Exploitation** possible de la base de données
 - **Contribution** des **grandes échelles** au **frottement moyen** \leftrightarrow Chapitre 5
 - Affinement de la **reconstruction** du spectre **spatial** \leftrightarrow Dépendance de la **vitesse de convection** par rapport à λ_x : Partie IV

Analyse du frottement moyen pariétal à l'aide de la relation Fukagata-Iwamoto-Kasagi (FIK)

« L'expérience, c'est le nom que chacun donne à ses erreurs. »

- Oscar Wilde -

5.1	Présentation de l'identité FIK	154
5.2	Évolution à grand nombre de Reynolds des termes de l'identité FIK dans la couche limite de plaque plane à gradient de pression nul	158
5.3	Lien entre le terme $C_{f,II}$ de l'identité FIK et le frottement turbulent .	160
5.4	Une explication possible du comportement du rapport $C_{f,III}/C_f$ de l'identité FIK basée sur l'auto-similitude de la zone externe à grand nombre de Reynolds	162
5.5	Décomposition du frottement turbulent moyen pariétal selon les échelles de longueur des fluctuations contributives	164
5.5.1	Analyse spectrale de la tension croisée de Reynolds pondérée	165
5.5.2	Estimation de la contribution des grandes échelles au frottement moyen . .	169
5.6	Au sujet de l'application de cette méthode d'analyse du frottement moyen à une simulation des grandes échelles avec modèle de paroi . .	172

La base de données validée dans le chapitre 4 est utilisée dans le présent chapitre pour évaluer la contribution des grandes structures au frottement moyen pariétal dans une couche limite turbulente incompressible de plaque plane en développement spatial à gradient de pression nul. Pour ce faire, on souhaite lier explicitement la valeur du frottement moyen à l'intensité des fluctuations turbulentes contenues dans la couche limite au-dessus du point de la paroi considéré, de sorte à quantifier la contribution des fluctuations en fonction de leur distance à la paroi et de leur échelle de longueur. Ce lien peut être obtenu à l'aide de l'identité FIK, nommée d'après ses auteurs Fukagata, Iwamoto et Kasagi ([91]). Cette identité semble être la seule disponible dans la littérature publiée par le passé permettant d'exprimer le frottement turbulent moyen comme l'intégrale sur la distance à

la paroi d'un terme dépendant des fluctuations turbulentes locales. En particulier, bien que la dérivée de la tension croisée de Reynolds dans la direction normale à la paroi ($\partial_y (-\langle u'v' \rangle)$) décrive l'accélération ou le ralentissement de l'écoulement moyen sous l'action des fluctuations turbulentes, comme souligné par Balakumar et Adrian [13] (§2.4.3), ce terme ne semble pas être directement lié au frottement moyen pariétal. En effet, son intégrale à travers le profil de la couche limite est nulle :

$$\int_0^\infty \partial_y (-\langle u'v' \rangle) dy = -\langle u'v' \rangle(\infty) - (-\langle u'v' \rangle(0)) = 0 \quad (5.1)$$

On peut donc conclure que le frottement moyen n'est pas lié à l'intégrale de $\partial_y (-\langle u'v' \rangle)$. De plus, le terme $\partial_y (-\langle u'v' \rangle)$ change de signe d'une zone à l'autre de la couche limite (§2.4.3), comme illustré par le fait que l'intégrale est nulle. On pourrait interpréter le cas où le terme $\partial_y (-\langle u'v' \rangle)$ est négatif (ralentissement de l'écoulement moyen) comme une contribution de la tension croisée de Reynolds au frottement moyen pariétal. Toutefois, ce cas n'est présent que dans la partie supérieure du profil de couche limite. Près de la paroi, le terme $\partial_y (-\langle u'v' \rangle)$ est au contraire positif (accélération de l'écoulement moyen). Bien que les fluctuations turbulentes tendent à accélérer l'écoulement moyen dans la zone proche paroi, il serait trompeur de conclure que les fluctuations turbulentes proches de la paroi produisent une traînée négative, en particulier parce que l'intégrale du terme $\partial_y (-\langle u'v' \rangle)$ est nulle. De plus, le mélange turbulent de quantité de mouvement moyenne longitudinale, qui a pour résultat un profil de vitesse moyenne davantage "plein" près de la paroi dans le cas turbulent en comparaison avec le cas laminaire, est présent dans toutes les zones de la couche limite, et le signe du flux diffusif turbulent de quantité de mouvement représenté par $-\langle u'v' \rangle$ est constant dans tout le profil de couche limite, orienté vers la paroi (§2.4.3).

Au contraire, l'identité FIK ([91]), présentée dans la section 5.1, permet la description explicite de la contribution (positive) des fluctuations turbulentes au frottement moyen en fonction de leur distance à la paroi. En contraste avec son utilisation dans de nombreuses études d'écoulement de canal, l'identité FIK a été relativement peu employée dans le cas de la couche limite de plaque plane. Son application à la base de données présentée dans le chapitre 4 permet d'aborder l'évolution avec le nombre de Reynolds des termes de l'identité dans la couche limite à gradient de pression nul (§5.2). La comparaison de l'ordre de grandeur des différents termes met en évidence la difficulté d'interprétation de l'identité causée par la croissance spatiale de la couche limite (difficulté absente dans le cas d'un écoulement de canal). Toutefois, une propriété asymptotique observée dans la section 5.2 permet de rétablir le lien entre fluctuations turbulentes et excès de frottement moyen (en comparaison avec la couche limite laminaire) malgré la croissance spatiale, comme développé dans la section 5.3. Cette propriété asymptotique, observée à l'aide de la simulation ZDES, est dans un second temps expliquée en supposant l'auto-similarité de la zone externe de la couche limite à grand nombre de Reynolds (§5.4). L'identité FIK permet alors la décomposition spectrale de la contribution turbulente locale au frottement moyen pariétal et l'estimation de la part des grandes échelles (§5.5).

L'ensemble de cette étude a été inclus dans une publication ([66]). La méthode de décomposition spectrale du frottement turbulent moyen dans une couche limite en développement spatial ainsi établie permet une meilleure compréhension de la génération du frottement moyen. Cette méthode a également été appliquée dans le cadre de la présente thèse à l'analyse de simulations des grandes échelles avec modèle de paroi (mode III de la méthode ZDES dans son fonctionnement WMLES, §3.3.4), comme brièvement évoqué dans la section 5.6. La finalité de cet outil d'analyse est alors l'amélioration de la modélisation de la turbulence, en particulier pour une meilleure prévision du frottement moyen.

5.1 Présentation de l'identité FIK

L'identité de Fukagata *et al.* [91] permet la décomposition du frottement moyen dans le cas d'un écoulement incompressible de canal, de conduite circulaire ou de couche limite de plaque plane à gradient de pression nul. On rappelle ici la dérivation de l'identité dans ce dernier cas. En effet,

l'obtention de l'identité n'est pas immédiate et cette particularité alimente la discussion proposée dans le chapitre 6. L'utilisation d'une identité valide pour un écoulement incompressible est rendue possible par le faible nombre de Mach associé à la base de données présentée dans le chapitre 4 (§4.2.2).

Fukagata *et al.* [91] considèrent tout d'abord la projection longitudinale du bilan de quantité de mouvement moyenne (1.10), en supposant l'homogénéité statistique de la couche limite selon z mais sans appliquer les hypothèses de couche limite :

$$\partial_t \langle u \rangle + \partial_x (\langle u \rangle \langle u \rangle) + \partial_y (\langle u \rangle \langle v \rangle) = -\partial_x \langle p \rangle / \rho + \partial_x (\nu \partial_x \langle u \rangle - \langle u'^2 \rangle) + \partial_y (\nu \partial_y \langle u \rangle - \langle u'v' \rangle) \quad (5.2)$$

De plus, Fukagata *et al.* [91] supposent que le gradient de pression moyen longitudinal est uniformément nul et écrivent le bilan sous la forme suivante :

$$\partial_t \langle u \rangle + \overline{I_x} = \partial_y (\nu \partial_y \langle u \rangle - \langle u'v' \rangle) \quad (5.3)$$

où le terme $\overline{I_x} = \partial_x (\langle u \rangle \langle u \rangle) + \partial_y (\langle u \rangle \langle v \rangle) - \partial_x (\nu \partial_x \langle u \rangle - \langle u'^2 \rangle)$ regroupe les effets de la croissance spatiale de la couche limite pris en compte avec ces hypothèses. Les composantes longitudinale et transverse de la vitesse instantanée sont supposées nulles à la paroi lisse ($u(y=0) = w(y=0) = 0$)¹, mais la composante normale à la paroi ($v(y=0)$) peut être non nulle, de sorte à autoriser un éventuel contrôle par soufflage/aspiration. Fukagata *et al.* [91] considèrent l'écoulement au sein de la couche limite d'épaisseur δ et suggèrent qu'un exemple de détermination possible pour δ est δ_{99} définie par $\langle u \rangle(y = \delta_{99}) = 0.99U_\infty$. L'identité est alors obtenue en intégrant l'équation (5.3) par rapport à la distance à la paroi deux fois de 0 à y et une troisième fois de 0 à δ :

$$\int_0^\delta \left(\int_0^y \left(\int_0^{y_1} (\partial_t \langle u \rangle + \overline{I_x}) dy_2 \right) dy_1 \right) dy = \int_0^\delta \left(\int_0^y \left(\int_0^{y_1} \partial_y (\nu \partial_y \langle u \rangle - \langle u'v' \rangle) dy_2 \right) dy_1 \right) dy \quad (5.4)$$

Le membre de gauche est transformé par intégration par parties pour la troisième intégrale, tandis que le membre de droite est transformé en évaluant la première intégrale avec la propriété $u'(y=0) = 0$ (qui découle de l'hypothèse $u(y=0) = 0$) :

$$\underbrace{\left[(y-\delta) \left(\int_0^y \left(\int_0^{y_1} (\partial_t \langle u \rangle + \overline{I_x}) dy_2 \right) dy_1 \right) \right]_{y=0}^{y=\delta}}_{=0} - \int_0^\delta (y-\delta) \left(\int_0^y (\partial_t \langle u \rangle + \overline{I_x}) dy_2 \right) dy = \int_0^\delta \left(\int_0^y (\nu \partial_y \langle u \rangle (y_1) - \nu \partial_y \langle u \rangle (0) - \langle u'v' \rangle (y_1)) dy_1 \right) dy \quad (5.5)$$

Le membre de gauche est à nouveau transformé par intégration par parties pour la troisième intégrale. Le terme visqueux du membre de droite est transformé en évaluant la deuxième intégrale avec la condition $u(y=0) = 0$. Le terme turbulent du membre de droite est pour sa part transformé par intégration par parties pour la troisième intégrale :

$$\begin{aligned} & - \underbrace{\left[\frac{(y-\delta)^2}{2} \left(\int_0^y (\partial_t \langle u \rangle + \overline{I_x}) dy_2 \right) \right]_{y=0}^{y=\delta}}_{=0} + \int_0^\delta \frac{(y-\delta)^2}{2} (\partial_t \langle u \rangle + \overline{I_x}) dy = \\ & \int_0^\delta \nu \langle u \rangle dy - \nu \partial_y \langle u \rangle (0) \frac{\delta^2}{2} + \underbrace{\left[(y-\delta) \int_0^y -\langle u'v' \rangle (y_1) dy_1 \right]_{y=0}^{y=\delta}}_{=0} + \int_0^\delta (y-\delta) \langle u'v' \rangle dy \end{aligned} \quad (5.6)$$

En réarrangeant cette équation et en introduisant le nombre de Reynolds $Re_\delta = \delta U_\infty / \nu$ et l'épaisseur de déplacement $\delta_1 = \int_0^\delta \left(1 - \frac{\langle u \rangle}{U_\infty} \right) dy$ (cette définition limite la borne supérieure de l'intégrale à $y =$

1. L'hypothèse sur la composante transverse ($w(y=0) = 0$) semble toutefois inutile pour la dérivation de l'identité FIK, tant que l'écoulement peut être supposé statistiquement homogène dans la direction transverse (z).

δ , contrairement à la définition (1.29)), Fukagata *et al.* [91] obtiennent l'identité FIK décomposant le coefficient de frottement moyen pariétal C_f (1.35)² :

$$C_f = \underbrace{\frac{4(1-\delta_1/\delta)}{Re_\delta}}_{C_{f,I}} + 4 \underbrace{\int_0^1 \frac{\langle -u'v' \rangle}{U_\infty^2} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right) d\left(\frac{y}{\delta}\right)}_{C_{f,II}} + 2 \underbrace{\int_0^1 - \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \left(\partial_t \langle u \rangle + \bar{I}_x\right) \frac{\delta}{U_\infty^2} d\left(\frac{y}{\delta}\right)}_{C_{f,III}} \quad (5.7)$$

$$\bar{I}_x = \partial_x (\langle u \rangle \langle u \rangle) + \partial_y (\langle u \rangle \langle v \rangle) - \partial_x (\nu \partial_x \langle u \rangle - \langle u'^2 \rangle) \quad (5.8)$$

S'il est possible d'appliquer les hypothèses de couche limite (en particulier, si l'éventuel contrôle appliqué au niveau de la paroi est compatible avec ces hypothèses et avec la dérivation des équations de couche limite), les deux derniers termes de l'expression de \bar{I}_x peuvent être négligés, conduisant à la relation approchée suivante :

$$\bar{I}_x = \partial_x (\langle u \rangle \langle u \rangle) + \partial_y (\langle u \rangle \langle v \rangle) \quad (5.9)$$

On note également que les hypothèses de couche limite permettent de justifier l'hypothèse de gradient de pression moyen longitudinal uniformément nul (§1.2.5.1).

L'identité FIK (5.7) décompose le frottement moyen en trois termes. Le terme $C_{f,I}$ est parfois qualifié de contribution laminaire en raison de sa similitude avec les lois de frottement laminaire (table 1.2). Le terme $C_{f,II}$ représente une contribution turbulente au frottement moyen par une intégrale pondérée de la tension croisée de Reynolds. Il indique que les fluctuations turbulentes à toute distance de la paroi au sein de la couche limite peuvent contribuer au frottement moyen, d'autant plus qu'elles sont localisées près de la paroi. Enfin, le terme $C_{f,III}$ est lié à l'hétérogénéité spatiale de la couche limite. Dans un écoulement de canal pleinement développé, symétrique par rapport au plan central et statistiquement stationnaire, ce dernier terme est nul, et la différence entre les coefficients de frottement dans les cas turbulent et laminaire à même nombre de Reynolds est égale au terme $C_{f,II}$. En effet, le terme $C_{f,I}$ coïncide dans les cas laminaire et turbulent de même nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante et sur la hauteur du canal, tandis que le terme $C_{f,II}$ est nul dans le cas laminaire, comme souligné par Fukagata *et al.* [91]. Il apparaît donc naturel, dans le cas du canal, de focaliser l'étude du frottement moyen turbulent sur la tension croisée de Reynolds pondérée illustrée par le terme $C_{f,II}$.

Dans la couche limite en développement spatial, il n'est en revanche pas possible d'affirmer *a priori* que l'étude du frottement moyen turbulent ne doit porter que sur le terme $C_{f,II}$ (5.7). On

2. L'expression (1.35) du coefficient de frottement,

$$C_f = \nu \partial_y \langle u \rangle (y=0) / (1/2 U_\infty^2)$$

est conservée dans le cas d'une paroi lisse avec un contrôle par soufflage/aspiration. En effet, en projetant dans la direction longitudinale le bilan de quantité de mouvement moyenne dans le référentiel lié à la paroi (1.10) écrit sous forme conservative,

$$\partial_t \langle u \rangle = -\partial_x (\langle u \rangle \langle u \rangle + \langle p \rangle / \rho) - \partial_y (\langle u \rangle \langle v \rangle) + \partial_x (2\nu \partial_x \langle u \rangle - \langle u'v' \rangle) + \partial_y (2\nu \cdot 1/2 (\partial_y \langle u \rangle + \partial_x \langle v \rangle) - \langle u'v' \rangle)$$

on identifie le flux moyen local de quantité de mouvement longitudinale à travers la surface $y=0$, défini de sorte à ce qu'il soit positif lorsqu'il est orienté vers la paroi, à l'argument \bullet des termes en $\partial_y(\bullet)$ contribuant aux termes de divergence, *i.e.* le flux est identifié à l'expression suivante, en utilisant l'hypothèse $u(y=0)=0$:

$$-\langle u \rangle (y=0) \langle v \rangle (y=0) + 2\nu \cdot 1/2 (\partial_y \langle u \rangle (y=0) + \partial_x \langle v \rangle (y=0)) - \langle u'v' \rangle (y=0) = \nu (\partial_y \langle u \rangle (y=0) + \partial_x \langle v \rangle (y=0))$$

En supposant de plus que le contrôle est tel que $|\partial_x \langle v \rangle (y=0)| \ll |\partial_y \langle u \rangle (y=0)|$ (ce qui semble en particulier être le cas si l'on suppose que le contrôle est tel que les hypothèses et équations de couche limite restent valides), le flux moyen local de quantité de mouvement longitudinale à travers la surface $y=0$ se réduit approximativement à $\nu \partial_y \langle u \rangle (y=0)$, de façon consistante avec l'expression (1.35) de C_f . En raison de l'hypothèse de vitesse longitudinale nulle du fluide par rapport à la paroi ($u(y=0)=0$), le flux moyen local de quantité de mouvement longitudinale à travers la surface $y=0$ n'est pas modifié par la convection de fluide dans la direction normale à la paroi à travers cette surface (convection fluctuante ($v'(y=0)$) et convection moyenne ($\langle v \rangle (y=0)$), cette dernière étant non nulle dans le cas d'un soufflage ou d'une aspiration uniforme pour lequel Kametani et Fukagata [151] semblent appliquer l'identité FIK avec l'expression (1.35) de C_f).

peut définir un nombre de Reynolds tel que les couches limites laminaire et turbulente de même nombre de Reynolds aient la même valeur du terme $C_{f,I}$ (nombre de Reynolds Re_α (5.15) illustré dans la section 5.3). En revanche, des observations préliminaires de la base de données validée dans le chapitre 4 n'ont pas permis d'identifier une définition de nombre de Reynolds pour laquelle les termes $C_{f,I}$ et $C_{f,III}$ du cas laminaire seraient simultanément égaux aux termes équivalents dans le cas turbulent au même nombre de Reynolds. D'autre part, les fluctuations turbulentes ont un effet significatif sur la croissance spatiale de la couche limite, et donc sur le terme $C_{f,III}$. En particulier, Kametani et Fukagata [151] décomposent le terme $C_{f,III}$ en un terme de convection moyenne (correspondant à la contribution $\partial_y (\langle u \rangle \langle v \rangle)$ à $\overline{I_x}$ (5.8)) et un terme de développement spatial (correspondant aux trois autres contributions à $\overline{I_x}$). Kametani et Fukagata [151] soulignent que leur terme de convection moyenne apporte une contribution négative importante au frottement moyen, à tel point qu'ils recommandent de concentrer les stratégies de réduction de traînée sur ce dernier terme plutôt que sur le terme $C_{f,II}$ associé à la tension croisée de Reynolds (qui pourrait même être augmenté par le contrôle tout en obtenant une réduction de C_f). Cette composante négative de $C_{f,III}$, qui est une contribution majeure à C_f et qui n'est pas explicitement liée à la turbulence elle-même, met en évidence les difficultés d'interprétation du frottement turbulent à l'aide de l'identité FIK causées par le terme $C_{f,III}$ dans la couche limite en développement spatial. Pourtant, les études abordant le cas de la couche limite en développement spatial sont généralement centrées sur la tension croisée de Reynolds, et en particulier sur ses valeurs près de la paroi, de manière consistante avec la pondération introduite dans le terme $C_{f,II}$ (5.7).

L'influence des fluctuations turbulentes sur le terme $C_{f,III}$ est confirmée par sa réécriture à l'aide du cisaillement total $\tau/\rho = \nu \partial_y \langle u \rangle - \langle u'v' \rangle$ proposée par Mehdi et White [210] [209]. En effet, le bilan de quantité de mouvement (5.3), écrit sous la forme $\partial_t \langle u \rangle + \overline{I_x} = \partial_y \tau/\rho$, permet de substituer le gradient du cisaillement total aux termes d'hétérogénéité spatiale dans l'expression de $C_{f,III}$ (5.7) :

$$C_{f,III} = 2 \int_0^1 - \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \left(\partial_t \langle u \rangle + \overline{I_x}\right) \frac{\delta}{U_\infty^2} d\left(\frac{y}{\delta}\right) = 2 \int_0^1 - \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 (\partial_y \tau/\rho) \frac{\delta}{U_\infty^2} d\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (5.10)$$

Le cisaillement total étant la somme des cisaillements visqueux et turbulent, on peut alors identifier la part turbulente $C_{f,III,T}$ du terme $C_{f,III}$ comme suit :

$$C_{f,III,T} = \frac{2}{U_\infty^2} \int_0^1 \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \left(\partial_{y/\delta} \langle u'v' \rangle\right) d\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (5.11)$$

En intégrant par parties, on obtient alors, à l'aide de la propriété $u'(y=0) = 0$:

$$C_{f,III,T} = \underbrace{\frac{2}{U_\infty^2} \left[\left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \langle u'v' \rangle \right]_0^1}_{=0} + \underbrace{\frac{4}{U_\infty^2} \int_0^1 \left(1 - \frac{y}{\delta}\right) \langle u'v' \rangle d\left(\frac{y}{\delta}\right)}_{=-C_{f,II} \text{ (5.7)}} \quad (5.12)$$

La relation $C_{f,III,T} = -C_{f,II}$ montre que l'étude de la part turbulente $C_{f,III,T}$ du terme $C_{f,III}$ n'est pas pertinente car cette part est négative et égale à l'opposé du terme $C_{f,II}$, qui pour sa part décrit une contribution turbulente positive à C_f . Le terme $C_{f,III}$ complique donc singulièrement l'analyse du frottement turbulent à l'aide de l'identité FIK. En effet, seul le terme $C_{f,II}$ décrit une contribution turbulente clairement identifiée, mais le rôle joué par le terme $C_{f,III}$ n'est pas négligeable, comme mentionné précédemment et confirmé dans la section 5.2.

La difficulté d'interprétation du terme $C_{f,III}$ ne semble pas être résolue par les variantes de l'identité FIK ([91]) disponibles dans la littérature, qui incluent l'extension au cas compressible (Gomez *et al.* [108]), à certaines parois non planes (Peet et Sagaut [235], Bannier *et al.* [15]), à des parois de surface périodiquement superhydrophobe (Jelly *et al.* [140]) ou chauffées (Lee *et al.* [176]). Dans le cas du canal, Hasegawa *et al.* [114] réécrivent également l'identité de sorte à raisonner à puissance dépensée ou à gradient de pression imposés plutôt qu'à débit imposé. Bien que l'identité FIK soit employée dans de très nombreuses études d'écoulement de canal, dans lequel elle établit

un lien direct entre le profil de tension croisée de Reynolds pondérée et le frottement turbulent moyen, son application au cas de la couche limite de plaque plane à gradient de pression nul est plus rare. On peut toutefois citer l'étude récente de Bannier *et al.* [15] (jusqu'à $Re_\theta = 1\,450$, avec une discussion et une extension de l'identité FIK), celle de Lee *et al.* [176] jusqu'à $Re_\theta = 2\,060$ et les discussions de Mehdi et White [210] et Mehdi *et al.* [209]. La variante de Kametani et Fukagata [151] décomposant le terme $C_{f,III}$ est appliquée jusqu'à $Re_\theta = 700$ [151], puis par Kametani *et al.* [152] jusqu'à $Re_\theta = 2\,500$ et par Stroh *et al.* [305] jusqu'à $Re_\tau = 660$. La présente application de l'identité à une couche limite turbulente à grand nombre de Reynolds est possible grâce à la base de données présentée dans le chapitre 4.

Pour faciliter l'étude du frottement turbulent à travers la comparaison des cas laminaire et turbulent, il est possible d'évaluer l'identité FIK (5.7) dans le cas d'une couche limite laminaire à gradient de pression nul. On utilise pour cela la solution auto-semblable (1.30) de Blasius ([275]), conduisant au résultat :

$$C_{f,lam} = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}} ; \quad C_{f,I,lam} = \frac{0.529}{\sqrt{Re_x}} ; \quad C_{f,II,lam} = 0 ; \quad C_{f,III,lam} = \frac{0.135}{\sqrt{Re_x}} \quad (5.13)$$

On remarque en particulier que les rapports entre les termes $C_{f,i,lam}$ de l'identité FIK et le $C_{f,lam}$ total ne dépendent pas du nombre de Reynolds pour la couche limite laminaire auto-semblable :

$$C_{f,I,lam} = 0.79604 C_{f,lam} ; \quad C_{f,II,lam} = 0 ; \quad C_{f,III,lam} = 0.20396 C_{f,lam} \quad (5.14)$$

Pour mieux comprendre le comportement des trois termes dans le cas turbulent à grand nombre de Reynolds, l'identité FIK est appliquée à la simulation ZDES (chap. 4) dans la section suivante. Le comportement observé permettra de justifier la concentration de l'étude du frottement turbulent à grand nombre de Reynolds sur le seul terme $C_{f,II}$, apportant ainsi un élément de réponse aux objections relatives au terme $C_{f,III}$ évoquées ci-dessus.

5.2 Évolution à grand nombre de Reynolds des termes de l'identité FIK dans la couche limite de plaque plane à gradient de pression nul

La base de données à grand nombre de Reynolds issue de la simulation ZDES (chap. 4) est utilisée pour étudier l'évolution avec le nombre de Reynolds des trois termes de l'identité FIK (5.7), comme représenté par la figure 5.1. Bien que cette simulation soit une WRLES et non pas une DNS (§4.2.2), on observe que la contribution des tensions croisées de Reynolds modélisées au terme $C_{f,II}$ est négligeable, si bien que les valeurs de $C_{f,II}$ résolu et total sont très proches l'une de l'autre. La part modélisée de $C_{f,II}$ représente moins de 2 % de la valeur totale de C_f aux nombres de Reynolds considérés. Par ailleurs, le coefficient de frottement total évalué par l'intégration numérique des termes de l'identité FIK (5.7) est comparé avec la valeur obtenue par estimation directe basée sur la valeur à la paroi du gradient de vitesse longitudinale dans la direction normale à la paroi. Les deux méthodes sont en très bon accord.

La figure 5.1 met en valeur les faibles valeurs du terme $C_{f,I}$ en comparaison avec les deux autres termes ($C_{f,I}$ est inférieur à 3 % de C_f total sur la plage de nombres de Reynolds considérée). On vérifie de plus que deux des quatre termes contribuant à $C_{f,III}$ sont bien négligeables, comme impliqué par les hypothèses de couche limite (équation 5.9). Par ailleurs, sur la plage de nombres de Reynolds couverte, le terme $C_{f,II}$ est approximativement quatre fois plus grand que le terme $C_{f,III}$. Cela montre que la principale contribution à C_f est apportée par le terme $C_{f,II}$, justifiant donc en partie la focalisation de l'analyse du frottement sur ce terme. Toutefois, le terme $C_{f,III}$ n'est pas suffisamment petit pour justifier qu'il soit simplement négligé devant $C_{f,II}$, car il représente environ 20% de la valeur totale de C_f , comme illustré par la figure 5.1 (b). De plus, à la différence du cas de l'écoulement de canal, les termes $C_{f,I}$ et $C_{f,III}$ (5.7) dépendent des fluctuations turbulentes. En effet, bien que ces termes mettent formellement en jeu, dans le cadre des hypothèses de couche

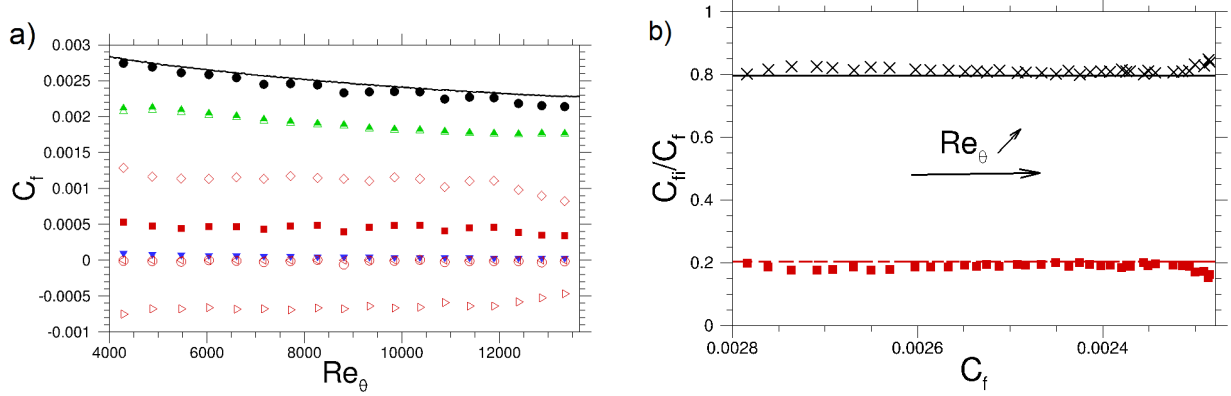


FIGURE 5.1 – Application de l'identité FIK (5.7) à la présente simulation ZDES. (a) Évolution longitudinale des termes $C_{f,i}$ en fonction de Re_θ . — C_f obtenu par le calcul du cisaillement pariétal; \blacktriangledown $C_{f,I}$; \blacktriangle $C_{f,II}$, partie résolue seulement; \blacktriangle $C_{f,II}$, total (parties modélisée et résolue); \blacksquare $C_{f,III}$; \blacklozenge $C_{f,III}$, contribution de $\partial_x(\langle u \rangle \langle u \rangle)$; \blacktriangleright $C_{f,III}$, contribution de $\partial_y(\langle u \rangle \langle v \rangle)$; \blacktriangleleft $C_{f,III}$, contribution de $-\partial_x(\nu \partial_x \langle u \rangle)$; \bullet $C_{f,III}$, contribution de $\partial_x(\langle u'^2 \rangle)$; \bullet $C_{f,I} + C_{f,II} + C_{f,III}$. (b) Évolution longitudinale des termes relatifs $C_{f,i}/C_f$. $\frac{C_{f,I} + C_{f,II}}{C_f}$: \times présente ZDES; — Solution laminaire de Blasius (5.14) pour le même C_f . $\frac{C_{f,III}}{C_f}$: \blacksquare présente ZDES; - - - Solution laminaire de Blasius (5.14) pour le même C_f . L'axe des abscisses est inversé (C_f décroissant et Re_θ croissant). Tiré de [66].

limite, seulement les valeurs moyennes de la vitesse et pas ses moments statistiques d'ordre deux, la vitesse moyenne dépend elle-même de la tension croisée de Reynolds (équation 1.27). Dans l'absolu, l'évaluation de l'impact d'un type donné de structure cohérente turbulente sur le frottement moyen devrait donc couvrir à la fois son impact sur $C_{f,II}$ et sur les deux autres termes.

La figure 5.1 suggère toutefois une raison pour laquelle l'analyse de la contribution des fluctuations turbulentes au seul terme $C_{f,II}$ pourrait être suffisante pour décrire la génération du frottement turbulent. En effet, l'évolution à grand nombre de Reynolds des termes de l'identité FIK semble posséder une propriété remarquable soulignée par la figure 5.1 (b). Cette figure représente le rapport $C_{f,III}/C_f$ pour la présente ZDES, comparé avec sa valeur dans le cas laminaire (5.14). Les termes de l'identité FIK étant rapportés à C_f lors du calcul des rapports $C_{f,i}/C_f$, on choisit de représenter la valeur de C_f en abscisse, mais en échelle inversée de sorte à ce que le nombre de Reynolds augmente vers la droite de la figure. Dans le cas laminaire, les rapports $C_{f,I}/C_f$ et $C_{f,III}/C_f$ restent constants pour tout nombre de Reynolds (5.14).

Une première propriété remarquable observée sur la figure 5.1 est la valeur relativement constante prise par le rapport $C_{f,III}/C_f$ sur la plage de nombres de Reynolds considérée pour la présente couche limite turbulente. De plus, la valeur de ce rapport est étonnamment proche de la valeur prise dans le cas laminaire. Une explication est proposée dans la section 5.4 pour la constance du rapport dans le cas turbulent observée à l'aide de la simulation ZDES. Des considérations théoriques tendent en effet à prédire que $C_{f,III}/C_f$ dans le cas turbulent tend asymptotiquement vers une valeur constante à grand nombre de Reynolds. Une description de la manière dont les cas laminaire et turbulent à grand nombre de Reynolds aboutissent à des valeurs très proches de $C_{f,III}/C_f$ est également fournie dans la section 5.4, bien qu'il n'y ait pas de raison théorique évidente qui impose que ces valeurs soient égales.

Étant donné que le rapport $C_{f,III}/C_f$ semble être quasiment constant et proche de la valeur laminaire, la somme normalisée des deux autres termes de l'identité FIK, $(C_{f,I} + C_{f,II})/C_f = 1 - C_{f,III}/C_f$, doit avoir le même comportement, ce qui est bien observé sur la figure 5.1 (b). Cependant, même si le rapport $(C_{f,I} + C_{f,II})/C_f$ est quasiment constant dans le cas turbulent à grand nombre de Reynolds et prend une valeur proche du cas laminaire, il met en jeu une distribution très différente des termes contributifs $C_{f,I}$ et $C_{f,II}$: dans le cas turbulent à grand nombre de Reynolds,

$(C_{f,I} + C_{f,II})/C_f$ est proche de $C_{f,II}/C_f$, tandis que dans le cas laminaire $(C_{f,I} + C_{f,II})/C_f$ est égal à $C_{f,I}/C_f$.

Ces observations, étayées théoriquement dans la section 5.4, sont exploitées dans la section 5.3 pour justifier la focalisation sur la contribution au seul terme $C_{f,II}$ des structures cohérentes à grand nombre de Reynolds lors de l'analyse du frottement turbulent.

5.3 Lien entre le terme $C_{f,II}$ de l'identité FIK et le frottement turbulent

Pour faciliter la comparaison entre les couches limites laminaire et turbulente, on définit dans un premier temps le nombre de Reynolds Re_α basé sur la longueur caractéristique $\alpha = \frac{\delta}{1-\delta_1/\delta}$ obtenue à partir des épaisseurs utilisées par l'identité FIK (5.7) :

$$Re_\alpha = \frac{Re_\delta}{1 - \delta_1/\delta} \quad (5.15)$$

La définition de ce nombre de Reynolds est motivée par la relation qui en résulte :

$$C_{f,I} = \frac{4}{Re_\alpha} \quad (5.16)$$

Une couche limite laminaire et une couche limite turbulente de même Re_α ont alors, par définition, la même valeur de $C_{f,I}$. Comme le rapport δ_1/δ est constant dans la couche limite laminaire auto-semblable et varie lentement dans le cas turbulent, le comportement de Re_α est relativement proche de celui du nombre de Reynolds Re_δ communément utilisé. L'évolution de Re_θ avec Re_α dans la présente simulation ZDES de couche limite turbulente est présentée sur la figure 5.2 (b), confirmant que ce nouveau nombre de Reynolds Re_α croît bien avec le nombre de Reynolds plus habituel Re_θ . La valeur de C_f dans les cas laminaire et turbulent est tracée en fonction de Re_α sur la figure 5.2 (a). La loi $C_f(Re_\alpha)$ dans le cas laminaire est déduite des équations (5.16) et (5.14) :

$$C_{f,lam} = \frac{5.025}{Re_\alpha} \quad (5.17)$$

On montre à présent que l'excès de frottement moyen pariétal d'une couche limite turbulente à grand nombre de Reynolds en comparaison avec une couche limite laminaire de même nombre de Reynolds Re_α peut être relié au seul terme $C_{f,II}$ si le rapport $C_{f,III}/C_f$ est supposé prendre la même valeur dans le cas turbulent à grand nombre de Reynolds que dans le cas laminaire. Cela rend alors inutile l'étude de l'impact des fluctuations turbulentes sur $C_{f,I}$ et sur $C_{f,III}$. L'hypothèse d'une valeur de $C_{f,III}/C_f$ constante dans le cas turbulent à grand nombre de Reynolds et égale à la valeur laminaire est consistante avec les observations de la section 5.2 et les développements théoriques de la section 5.4. Cette hypothèse implique, comme souligné dans la section précédente, que le rapport $(C_{f,I} + C_{f,II})/C_f$ est également constant dans le cas turbulent à grand nombre de Reynolds et prend la même valeur que dans le cas laminaire.

Pour un nombre de Reynolds Re_α donné, les couches limites laminaire et turbulente ont même $C_{f,I}$, par définition (5.16) :

$$C_{f,I,lam}(Re_\alpha) = C_{f,I,turb}(Re_\alpha) = C_{f,I}(Re_\alpha) \quad (5.18)$$

Par ailleurs, $C_{f,II}$ (5.7) est nul dans le cas laminaire, tandis qu'il est strictement positif dans le cas turbulent en raison du signe observé en pratique pour la tension croisée de Reynolds dans la couche limite turbulente à gradient de pression nul. La somme $C_{f,I}(Re_\alpha) + C_{f,II}(Re_\alpha)$ est donc plus grande dans le cas turbulent que dans le cas laminaire à Re_α donné. Le C_f total est alors obtenu en divisant la somme $C_{f,I} + C_{f,II}$ par le rapport $(C_{f,I} + C_{f,II})/C_f$. Pour une valeur donnée de Re_α , on a donc dans le cas laminaire :

$$C_{f,lam}(Re_\alpha) = \frac{C_f}{C_{f,I} + C_{f,II}} \cdot (C_{f,I}(Re_\alpha) + 0) \quad (5.19)$$

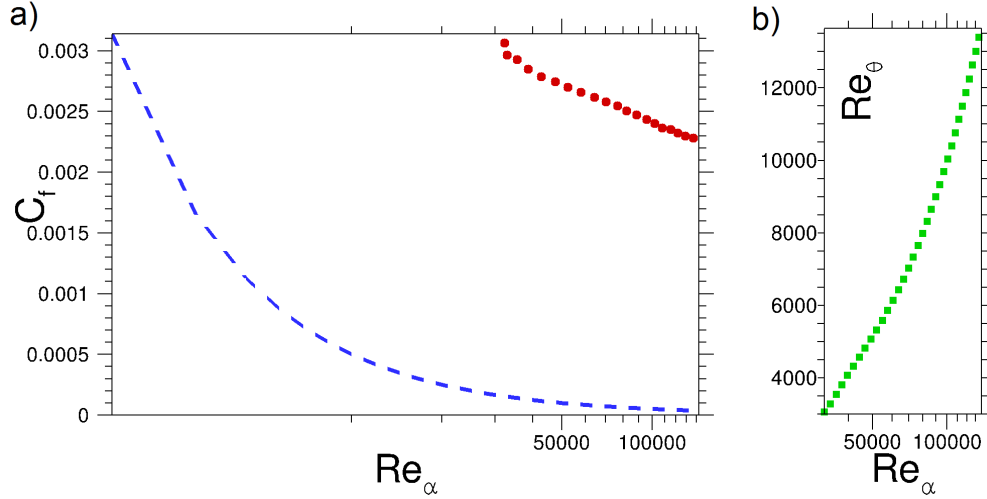


FIGURE 5.2 – (a) Coefficient de frottement C_f en fonction du nombre de Reynolds Re_α défini par l'équation (5.15). — — : cas laminaire (5.17) ($C_f = 5.025/Re_\alpha$) ; • : présente simulation ZDES de couche limite turbulente. (b) ■ : Nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement Re_θ tracé dans le cas turbulent (présente ZDES) en fonction de Re_α . Adapté de [66].

et dans le cas turbulent :

$$C_{f,turb}(Re_\alpha) = \frac{C_f}{C_{f,I} + C_{f,II}} \cdot (C_{f,I}(Re_\alpha) + C_{f,II,turb}(Re_\alpha)) \quad (5.20)$$

où $C_f/(C_{f,I} + C_{f,II})$ est supposé prendre la même valeur constante dans les cas laminaire et turbulent à grand nombre de Reynolds. On peut conclure que l'excès de frottement de la couche limite turbulente à grand nombre de Reynolds en comparaison avec son homologue laminaire de même Re_α est égal à :

$$C_{f,turb}(Re_\alpha) - C_{f,lam}(Re_\alpha) = \frac{C_f}{C_{f,I} + C_{f,II}} \cdot C_{f,II,turb}(Re_\alpha) \quad (5.21)$$

L'excès de frottement est directement proportionnel au terme $C_{f,II}$ de l'identité FIK associé au profil de tension croisée de Reynolds pondérée. Il est donc lié à la seule valeur strictement positive de $C_{f,II}$ dans le cas turbulent (comparée à sa valeur nulle dans le cas laminaire). Cela souligne le rôle clé joué par le terme $C_{f,II}$ de l'identité FIK (5.7) pour décrire la génération du frottement turbulent et justifie que seul ce terme soit étudié pour caractériser le frottement turbulent. L'effet d'un incrément de $C_{f,II}$ sur le frottement à Re_α donné est alors obtenu en multipliant cet incrément par le facteur $C_f/(C_{f,I} + C_{f,II})$, qui d'après les observations rapportées sur la figure 5.1 est proche de $1/0.8 = 1.25$.

Ce raisonnement repose toutefois sur l'hypothèse que la valeur du rapport $C_{f,III}/C_f$ dépend très peu des structures turbulentes présentes dans la couche limite. Cette propriété semble vérifiée dans la couche limite canonique aux grands nombres de Reynolds considérés, mais n'est pas nécessairement valide dans d'autres cas de couches limites turbulentes, par exemple à plus faible nombre de Reynolds ou en présence d'un forçage artificiel. En particulier, les valeurs des termes de l'identité FIK rapportées par Lee *et al.* [176] pour une DNS de couche limite turbulente avec et sans chauffage de la paroi tendent à suggérer que la valeur de $C_{f,III}/C_f$ pourrait être plus élevée à des nombres de Reynolds faibles à modérés ($Re_\theta = 1\,240$ à $2\,060$) que dans les cas laminaire et turbulent à grand nombre de Reynolds. Lee *et al.* [176] suggèrent également que l'impact du chauffage de la paroi sur ce rapport devient moins sensible lorsque le nombre de Reynolds augmente. Cela mène à la conjecture que la tendance observée pour la présente simulation n'est pleinement valide que pour des nombres de Reynolds asymptotiquement grands, ce qui est supporté par les considérations théoriques de la section suivante³.

3. Récemment, l'observation des rapports $C_{f,i}/C_f$ est toutefois reprise par Bannier *et al.* [15], qui notent des valeurs

5.4 Une explication possible du comportement du rapport $C_{f,III}/C_f$ de l'identité FIK basée sur l'auto-similitude de la zone externe à grand nombre de Reynolds

On fournit ici un support théorique aux observations rapportées dans la section 5.2 concernant la tendance du rapport $C_{f,III}/C_f$ à être approximativement constant dans la couche limite turbulente à grand nombre de Reynolds. On illustre incidemment la manière dont ce rapport peut prendre des valeurs proches de celle prise dans le cas laminaire. Ce dernier point est spécialement surprenant si l'on adopte le point de vue classique selon lequel le terme $C_{f,III}$ de l'identité FIK (5.7) décrit la croissance spatiale de la couche limite, car le développement spatial est bien plus rapide dans le cas turbulent que dans le cas laminaire (table 1.1).

Pour cette raison, on adopte le point de vue fourni par la réécriture du terme $C_{f,III}$ en fonction du gradient de cisaillement total (5.10) :

$$C_{f,III} = -2 \int_0^1 \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \frac{\partial(\tau/\rho)}{\partial y} \frac{\delta}{U_\infty^2} d\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (5.22)$$

L'interprétation du terme $C_{f,III}$ est alors significativement différente de sa description classique comme un terme d'hétérogénéité spatiale : $C_{f,III}$ décrit également le profil de gradient normal à la paroi de cisaillement total. Ces deux points de vue sont simplement liés par le bilan de quantité de mouvement longitudinale (5.3).

Il est alors possible de faire appel aux propriétés du gradient de cisaillement total (§1.2.5.3). En particulier, le cisaillement total dans une couche limite turbulente à gradient de pression nul est approximativement constant près de la paroi. A la paroi, le cisaillement total est purement visqueux. En s'éloignant de la paroi, la part visqueuse décroît graduellement, ce qui est compensé par une augmentation simultanée de la tension croisée de Reynolds, si bien que le cisaillement total reste approximativement constant. Plus loin de la paroi, la partie inférieure de la zone logarithmique est elle-même caractérisée par un cisaillement total approximativement constant, et les variations du cisaillement total dans le reste de la zone logarithmique restent modérées (§2.4.3). On peut donc supposer qu'en dehors de la zone externe, $\partial_y \tau/\rho \approx 0$. On suppose donc que l'intégrale fournissant $C_{f,III}$ (5.22) ne dépend quasiment que de la zone externe, voire principalement de la zone de sillage. Cette intégrale est alors réécrite de sorte à introduire l'échelle externe et à faire apparaître la valeur de C_f total :

$$C_{f,III} = -C_f \int_0^1 \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \frac{\partial \tau^+}{\partial(y/\delta)} d\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (5.23)$$

où $\tau^+ = \tau/\tau(y=0)$ est le cisaillement total adimensionné par le cisaillement pariétal $\tau(y=0) = \rho u_\tau^2$. Comme déjà souligné, le cisaillement total ne varie significativement que dans la zone externe de la couche limite turbulente, et en particulier dans la zone de sillage. Par conséquent, comme indiqué par l'équation (5.23), le rapport $C_{f,III}/C_f$ est indépendant du nombre de Reynolds si le profil de cisaillement total adimensionné $\tau^+(y/\delta)$ dans la zone externe ne dépend pas du nombre de Reynolds, ce qui peut être vu comme une propriété d'auto-similitude de la zone externe (§1.2.5.3).

La figure 5.3 met en évidence l'existence (au moins approchée) d'une telle auto-similitude dans les couches limites turbulentes à grand nombre de Reynolds. Des données expérimentales, de simulations DNS et les données de la présente simulation ZDES sont présentées, couvrant une très large plage de grands nombres de Reynolds, approximativement $Re_\theta = 4\,000$ à $Re_\theta = 50\,000$. Hormis la dispersion expérimentale et numérique, les profils semblent coïncider, comme déjà suggéré par la figure 25 de DeGraaff et Eaton [70]. Cela supporte fortement l'existence d'un profil auto-semblable de cisaillement total $\tau^+(y/\delta)$ dans la zone externe (au moins dans la zone de sillage). L'équation (5.23) permet alors de conclure à partir de cette possible auto-similitude que le rapport $C_{f,III}/C_f$ est approximativement constant à grand nombre de Reynolds.

proches de celles indiquées dans la présente étude même en présence de *riblets* et bien qu'une plage de nombres de Reynolds plus faibles soit considérée ($550 \leq Re_\theta \leq 1\,450$).

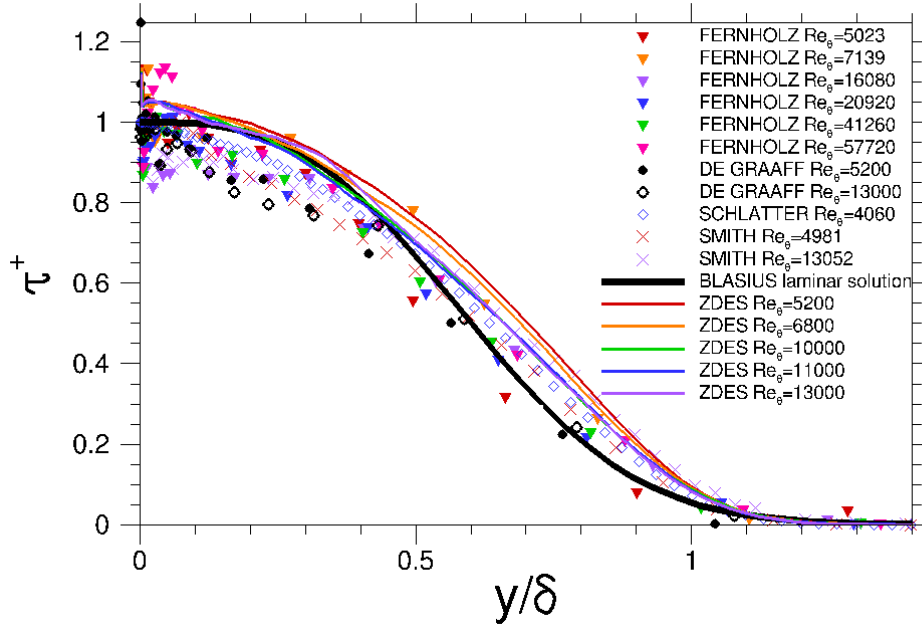


FIGURE 5.3 – Profil de cisaillement total normalisé $\tau^+ = \tau/\tau(y = 0)$ dans des couches limites laminaire et turbulentes à gradient de pression nul. Tiré de [66].

On peut trouver surprenant que le profil de cisaillement total puisse être indépendant du nombre de Reynolds, bien qu'il inclue la contribution du cisaillement visqueux qui dépend explicitement du nombre de Reynolds. Toutefois, la formulation de $C_{f,III}$ (5.23) peut être développée comme suit :

$$C_{f,III} = -C_f \int_0^1 \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \frac{\partial}{\partial(y/\delta)} \left(\frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial \langle u \rangle^+}{\partial y/\delta} - \langle u'v' \rangle^+ \right) d\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (5.24)$$

Le facteur $1/Re_\tau$ souligne la dépendance du cisaillement visqueux par rapport au nombre de Reynolds, mais montre aussi que dans la limite à grand nombre de Reynolds, le cisaillement visqueux dans la zone externe (ou du moins dans la zone de sillage) devient très petit devant la tension croisée de Reynolds. Cela suggère que l'auto-similarité du cisaillement total dans la zone externe résulte simplement de l'auto-similarité de la tension croisée de Reynolds $-\langle u'v' \rangle^+(y/\delta)$ dans la zone externe (ou du moins dans la zone de sillage), qui ne dépend pas explicitement du nombre de Reynolds. L'auto-similarité du profil de tension croisée de Reynolds dans la zone externe (ou du moins dans la zone de sillage) ne semble pas impossible d'un point de vue théorique. En effet, une apparente absence de dépendance au nombre de Reynolds est fréquemment observée pour certaines propriétés des écoulements turbulents, en particulier la dissipation turbulente. L'effet sur cette dernière d'une diminution de la viscosité moléculaire peut être compensé par une diminution de l'échelle de longueur des structures dissipatives. Cela peut permettre le maintien d'un équilibre, malgré l'augmentation du nombre de Reynolds, entre la dissipation turbulente et la production d'énergie cinétique turbulente, bien que cette dernière soit largement associée aux grandes échelles peu affectées par la viscosité. Cette "adaptation" de la turbulence est discutée plus en détail par Cousteix [50]. Un exemple bien connu est celui du coefficient de frottement sur une plaque plane avec des rugosités de type grain de sable dans le régime rugueux pleinement établi, qui dépend seulement de la rugosité relative k_S/x et ne dépend plus du nombre de Reynolds (§2.5.1). Soulignons par ailleurs que l'auto-similarité de $-\langle u'v' \rangle^+(y/\delta)$ était déjà suggérée par DeGraaff et Eaton [70].

Ce raisonnement permet de mieux comprendre pourquoi le rapport $C_{f,III}/C_f$ semble tendre vers une valeur constante dans la limite des grands nombres de Reynolds pour la couche limite turbulente à gradient de pression nul. Toutefois, il n'explique pas pourquoi sa valeur est très proche de celle prise dans le cas laminaire. La reformulation de l'intégrale fournissant $C_{f,III}$ (5.23) reste valide dans

le cas laminaire. Cela implique que pour comprendre la valeur de $C_{f,III}/C_f$ dans le cas laminaire, on peut considérer le profil de cisaillement total adimensionné de la même manière que dans le cas turbulent. A l'aide de la solution de Blasius (1.30), avec le paramètre de similitude $\Xi = y\sqrt{U_\infty/(\nu x)}$ et le profil de vitesse longitudinale $\langle u \rangle / U_\infty = f'(\Xi)$, le cisaillement total adimensionné par le cisaillement pariétal est donné par :

$$\tau^+ = \frac{\nu \partial_y \langle u \rangle (y)}{\nu \partial_y \langle u \rangle (y=0)} = \frac{f''(\Xi)}{f''(0)} \quad (5.25)$$

où les valeurs de la fonction $f''(\Xi)$ sont tabulées dans Schlichting [275] et $\Xi \approx 4.92 y/\delta$.

A l'aide de ces équations, le profil laminaire $\tau^+(y/\delta)$ est tracé sur la figure 5.3 de concert avec les données pour les couches limites turbulentes. Bien que le profil laminaire de cisaillement total soit légèrement différent du profil vers lequel semble tendre le cas turbulent à nombre de Reynolds infini, les deux profils sont étonnamment proches l'un de l'autre. Aucune explication physique n'a pu être trouvée pour cette particularité. Tout porte à croire que l'absence de différence majeure entre les profils a pour conséquence la proximité des valeurs prises par le rapport $C_{f,III}/C_f$ dans les deux cas.

En conclusion de cette section, la valeur supposée constante du rapport $C_{f,III}/C_f$ dans la couche limite turbulente à grand nombre de Reynolds et la proximité de cette valeur avec celle prise dans le cas laminaire semblent trouver un certain fondement théorique. Comme démontré dans la section 5.3, cela motive la focalisation sur le seul terme $C_{f,II}$ de l'identité FIK (5.7), et donc sur la tension croisée de Reynolds pondérée, pour étudier comment les structures cohérentes observées à grand nombre de Reynolds dans la couche limite turbulente de plaque plane incompressible à gradient de pression nul contribuent au frottement moyen pariétal.

5.5 Décomposition du frottement turbulent moyen pariétal selon les échelles de longueur des fluctuations contributives

Comme détaillé dans les sections 5.3 et 5.4, l'étude de la contribution des structures cohérentes au frottement turbulent moyen peut être focalisée sur le terme $C_{f,II}$ de l'identité FIK (5.7). Ce terme peut être réécrit comme suit :

$$C_{f,II} = \int_0^1 F_R d\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (5.26)$$

où F_R représente la contribution pondérée de la tension croisée de Reynolds au frottement moyen pariétal comme décrit par l'identité FIK :

$$F_R = -4 \frac{\langle u'v' \rangle}{U_\infty^2} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right) \quad (5.27)$$

Comme mentionné en introduction au présent chapitre, l'identité FIK semble procurer la seule description publiée par le passé de la contribution turbulente au frottement moyen pariétal à l'aide d'une quantité (F_R) dont l'intégrale sur la distance à la paroi est proportionnelle au frottement turbulent, ce qui motive le choix de l'identité FIK pour la décomposition du frottement turbulent en fonction de l'échelle de longueur des fluctuations turbulentes impliquées.

Si le terme F_R est prémultiplié par y/δ , la contribution à $C_{f,II}$ est proportionnelle à l'aire sous la courbe représentant $y/\delta F_R$ en fonction de y/δ tracé en échelle logarithmique :

$$C_{f,II} = \int_{-\infty}^0 \frac{y}{\delta} F_R d\left(\ln\left(\frac{y}{\delta}\right)\right) \quad (5.28)$$

Une telle représentation est proposée sur la figure 5.4, où la simulation ZDES est comparée à des données expérimentales. On constate que la contribution à $C_{f,II}$ est très bien résolue par la présente

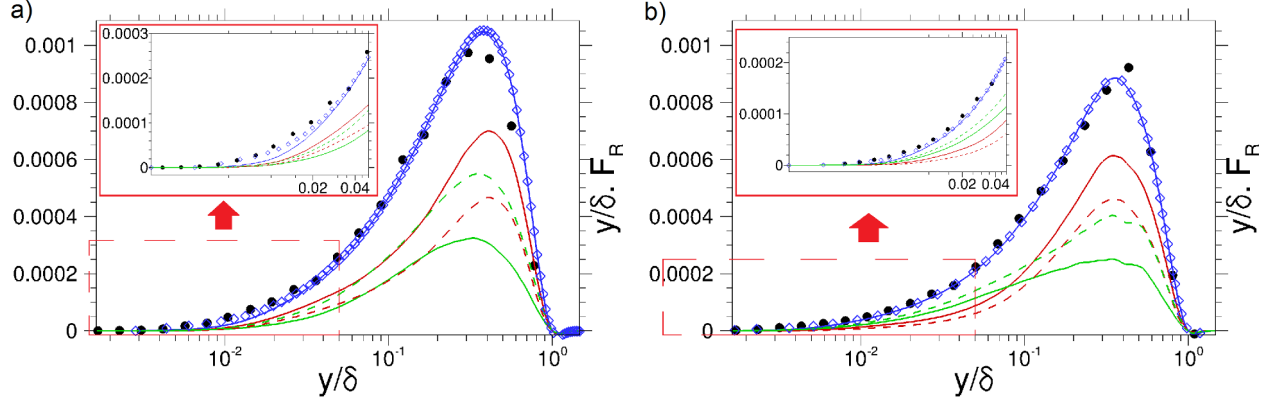


FIGURE 5.4 – Contribution des grandes et petites échelles à $\frac{y}{\delta} F_R$ ($F_R = -4 \frac{\langle u'v' \rangle}{U_\infty^2} (1 - \frac{y}{\delta})$ (5.27)) à $Re_\theta = 5\,200$ (a) et $Re_\theta = 13\,000$ (b). • Exp. DeGraaff et Eaton [70]; — $\frac{y}{\delta} F_R$ résolu (présente ZDES); — $\lambda_x < \delta$; — $\lambda_x \geq \delta$; - - $\lambda_x < 2\delta$; - - $\lambda_x \geq 2\delta$; ◇ $\frac{y}{\delta} F_R$ total (parties résolue et modélisée, présente ZDES). Tiré de [66].

simulation. De plus, la zone externe apporte la contribution la plus importante à $C_{f,II}$, ce qui était une motivation du raffinement du maillage dans la zone externe au détriment de la pleine résolution de la zone interne, comme discuté §4.2.2. La figure 5.4 présente également la valeur reconstruite de $\frac{y}{\delta} F_R$ total, pour laquelle les tensions croisées de Reynolds résolue et modélisée sont additionnées. La partie modélisée est négligeable dans la zone où $\frac{y}{\delta} F_R$ prend des valeurs significatives, ce qui implique que les fluctuations résolues peuvent être utilisées directement pour l'analyse du frottement dans le cadre de l'identité FIK. La contribution la plus significative se situe dans la zone externe, où la validation de la simulation a confirmé le bon accord du spectre de vitesse longitudinale avec les données expérimentales (§4.3.4). Cela suggère que la présente base de données fournit une bonne résolution de la contribution à $C_{f,II}$. La décomposition en échelles également présentée sur la figure 5.4 sera discutée dans la section 5.5.2.

Dans ce qui suit, le terme F_R est décomposé selon les échelles de longueur des fluctuations turbulentes contributives. Pour ce faire, une analyse spectrale de F_R est présentée dans la prochaine section. Les spectres peuvent alors être intégrés sur la longueur d'onde et sur la distance à la paroi pour estimer la contribution locale et globale des plus grandes échelles au frottement turbulent.

5.5.1 Analyse spectrale de la tension croisée de Reynolds pondérée

L'analyse spectrale du terme F_R (5.27) est équivalente à celle de la tension croisée de Reynolds à une distance donnée de la paroi (y), car la tension de Reynolds est le seul moment statistique apparaissant dans la définition de F_R . L'objectif de l'analyse est donc de déterminer la contribution des fluctuations turbulentes d'échelle donnée à la valeur moyenne $\langle u'v' \rangle$. Cette analyse diffère légèrement de celle de $\langle u'^2 \rangle$ présentée dans la section 4.3.4, car deux signaux différents sont mis en jeu simultanément. La méthode proposée repose sur le calcul de l'interspectre des signaux u' et v' et est très proche de la méthode de calcul du spectre de u' , permettant ainsi la comparaison des spectres et interspectres. Cela autorise par exemple l'évaluation de la contribution au frottement moyen pariétal des grandes échelles qui ont été visualisées et soulignées par les spectres de vitesse longitudinale. Pour cette raison, la reconstruction de l'interspectre spatial à partir de signaux temporels à l'aide de l'hypothèse de turbulence gelée de Taylor utilise la vitesse moyenne longitudinale locale comme vitesse de convection U_c , comme dans la section 4.3.4. Comme souligné précédemment, ce choix permettant la comparaison du spectre de u' à des données expérimentales peut mener à la sous-estimation de la taille des plus grandes structures près de la paroi. Cela implique que la contribution des plus grandes échelles au frottement moyen pariétal pourrait être sous-estimée par la présente analyse.

L'analyse spectrale de la tension croisée de Reynolds est réalisée à partir des signaux temporels de vitesse longitudinale $u(t)$ et normale à la paroi $v(t)$ en un point donné (x, y, z) de la couche limite. Comme précédemment, les signaux sont considérés comme aléatoires (fluctuations turbulentes), statistiquement stationnaires dans le temps et homogènes dans la direction transverse (z). La corrélation croisée temporelle de u' et de v' est définie par :

$$R_{uv}(\tau) = E(u'(t)v'(t + \tau)) \quad (5.29)$$

La densité spectrale de puissance croisée de u' et de v' est égale à la transformée de Fourier de la corrélation croisée :

$$S_{uv}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{uv}(\tau) e^{-2i\pi f\tau} d\tau \quad (5.30)$$

La corrélation croisée peut être exprimée comme la transformée de Fourier inverse de la densité spectrale de puissance croisée :

$$R_{uv}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{uv}(f) e^{2i\pi f\tau} df \quad (5.31)$$

Par définition, $R_{uv}(\tau = 0) = \langle u'v' \rangle$, ce qui permet d'obtenir la décomposition suivante de la tension croisée de Reynolds :

$$\langle u'v' \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} S_{uv}(f) df \quad (5.32)$$

De plus, on montre à partir de l'équation (5.30) que $S_{uv}(f)$ et $S_{uv}(-f)$ sont complexes conjugués, ce qui permet de simplifier l'équation (5.32) comme suit :

$$\langle u'v' \rangle = \int_0^{\infty} (S_{uv}(-f) + S_{uv}(f)) df \quad (5.33)$$

$$\langle u'v' \rangle = \int_0^{\infty} 2\text{Re}(S_{uv}(f)) df \quad (5.34)$$

où $\text{Re}(\cdot)$ dénote la partie réelle.

La densité spectrale de puissance croisée est liée à la notion de filtrage passe-bande des signaux. On note $u'(f, \Delta f, t)$ et $v'(f, \Delta f, t)$ les signaux temporels résultant du filtrage passe-bande de $u'(t)$ et de $v'(t)$ sur une bande de fréquence centrée sur la fréquence $f > 0$ et de largeur Δf (en termes de transformée de Fourier, le filtrage retient les bandes centrées en f et en $-f$, chacune de largeur Δf , si bien que $u'(f, \Delta f, t)$ et $v'(f, \Delta f, t)$ sont bien des signaux réels). L'égalité suivante peut alors être établie pour la partie réelle de la densité spectrale de puissance croisée ([17]) :

$$2\text{Re}(S_{uv}(f)) = \lim_{T \rightarrow \infty, \Delta f \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta f T} E \left(\int_0^T u'(f, \Delta f, t) v'(f, \Delta f, t) dt \right) \quad (5.35)$$

Cette égalité confirme que $2\text{Re}(S_{uv}(f))$ représente la densité de contribution à la valeur moyenne $\langle u'v' \rangle$ portée par les fluctuations $u'(t)$ et $v'(t)$ à la fréquence f ,⁴ et facilite l'interprétation de la partie réelle de la densité spectrale de puissance croisée en comparaison avec l'égalité faisant intervenir la corrélation croisée (5.30).

La simulation numérique ou l'expérience ne pouvant fournir que des signaux temporels de durée finie, on introduit la transformée de Fourier de durée finie (4.14), à laquelle la densité spectrale de puissance croisée est liée par la relation suivante ([17]) :

$$S_{uv}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \left(\hat{u}'(f, T)^* \hat{v}'(f, T) \right) \quad (5.36)$$

4. Une telle décomposition ne peut pas être directement obtenue par analyse spectrale du signal $u'v'(t)$. En effet, les fréquences non nulles portent les fluctuations de $u'v'$ autour de sa valeur moyenne $\langle u'v' \rangle$, tandis que cette dernière résulte seulement de la composante de fréquence nulle du signal $u'v'(t)$.

où \bullet^* désigne le complexe conjugué. L'estimation de la densité spectrale de puissance croisée est réalisée à l'aide de la méthode de Welch [331] (moyenne de périodogrammes modifiés, comme détaillé dans [331] et [58]). La DSP croisée obtenue est de plus moyennée dans la direction transverse (z), qui est statistiquement homogène.

La partie réelle de l'interspectre spatial est alors reconstruite à partir de l'hypothèse de Taylor avec la vitesse de convection locale $U_c = \langle u \rangle(y)$ comme dans la section 4.3.4. Le nombre d'onde est fourni par la relation ⁵ :

$$k_x = \frac{2\pi f}{U_c} \quad (5.37)$$

On introduit la fonction Φ_{uv} telle que :

$$\frac{\langle u'v' \rangle}{u_\tau^2} = \int_0^\infty \frac{\Phi_{uv}(k_x)}{u_\tau^2} dk_x \quad (5.38)$$

La reconstruction de Φ_{uv} est obtenue en rapprochant les équations (5.34) et (5.38) :

$$k_x \Phi_{uv}(k_x) = 2f \operatorname{Re}(S_{uv}(f)) \quad (5.39)$$

La contribution de la bande de nombres d'onde $[k_{x,1}, k_{x,2}]$ à $\langle u'v' \rangle$ peut alors être calculée en tronquant l'intégrale (5.38) :

$$\frac{\langle u'v' \rangle_{[k_{x,1}, k_{x,2}]}}{u_\tau^2} = \int_{k_{x,1}}^{k_{x,2}} \frac{\Phi_{uv}}{u_\tau^2} dk_x \quad (5.40)$$

Le spectre prémultiplié $k_x \Phi_{uv}$, représenté en fonction du nombre d'onde k_x tracé en échelle logarithmique, indique alors la contribution de chaque bande de nombres d'onde proportionnellement à l'aire située sous la courbe :

$$\frac{\langle u'v' \rangle}{u_\tau^2} = \int_{-\infty}^\infty \frac{k_x \Phi_{uv}}{u_\tau^2} d(\ln(k_x)) \quad (5.41)$$

Concernant l'identité FIK, le spectre Φ_{F_R} de F_R (5.27) est alors fourni par :

$$\Phi_{F_R} = -4 \frac{\Phi_{uv}}{U_\infty^2} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right) \quad (5.42)$$

ce qui assure la relation suivante :

$$F_R = \int_{-\infty}^\infty k_x \Phi_{F_R} d(\ln(k_x)) \quad (5.43)$$

On obtient alors la décomposition finale suivante :

$$C_{f,II} = \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^\infty k_x \frac{y}{\delta} \Phi_{F_R} d(\ln(k_x)) d\left(\ln\left(\frac{y}{\delta}\right)\right) \quad (5.44)$$

La représentation de $k_x y/\delta \Phi_{F_R}$ dans le plan (λ_x, y) (où l'on rappelle que $\lambda_x = 2\pi/k_x$) avec des échelles logarithmiques pour la longueur d'onde longitudinale et pour la distance à la paroi procure une cartographie de la contribution locale d'une échelle donnée à une distance donnée de la paroi au frottement turbulent moyen pariétal. La contribution est proportionnelle au volume situé sous la surface $k_x y/\delta \Phi_{F_R}$. Une telle représentation est proposée sur la figure 5.5 pour la présente simulation à deux nombres de Reynolds différents ($Re_\theta = 5\,200$ et $Re_\theta = 13\,000$). La densité spectrale de puissance des fluctuations de vitesse longitudinale est également indiquée par des lignes de niveau (tirets) pour permettre une comparaison.

La caractéristique la plus remarquable de la figure 5.5 est la très faible contribution à $C_{f,II}$ du site d'énergie interne visible sur les spectres de vitesse longitudinale, à tel point que le site interne n'est pas visible à partir des contours de $k_x y/\delta \Phi_{F_R}$. Cette propriété résulte en particulier

5. Par souci de simplification, on fait correspondre les fréquences positives à des nombres d'onde positifs, la fonction $2\operatorname{Re}(S_{uv}(f))$ étant paire.

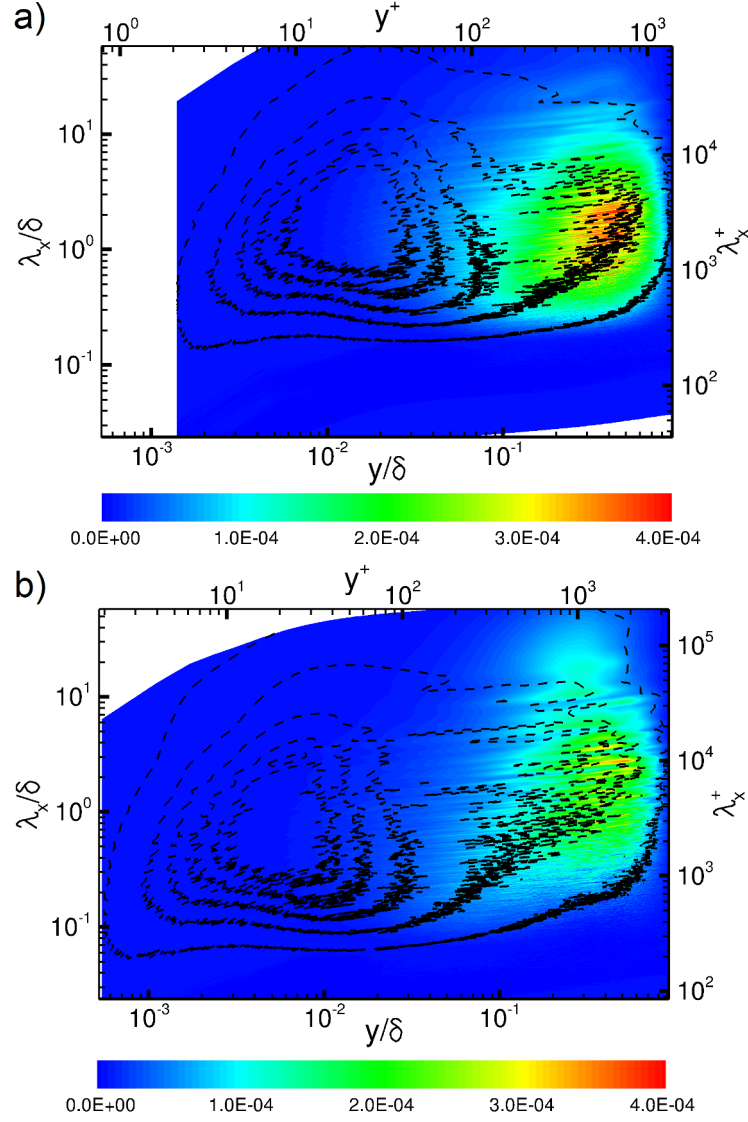


FIGURE 5.5 – Contribution locale prémultipliée $k_x \frac{y}{\delta} \Phi_{F_R}$ au frottement moyen pariétal (terme $C_{f,II}$ (5.44) de l'identité FIK (5.7)) à $Re_\theta = 5200$ (a) et $Re_\theta = 13000$ (b). La nappe colorée représente la simulation ZDES. Les lignes de niveau (tirets) sont associées aux spectres de vitesse longitudinale (présente simulation) représentés sur la figure 4.10. Tiré de [66].

de la pondération introduite par l'identité FIK (5.7) et de la prémultiplication adoptée pour la représentation en échelle logarithmique. Au contraire, le site externe, correspondant aux grandes échelles situées dans la zone externe, apporte la principale contribution à $C_{f,II}$. On note la très bonne coïncidence entre les spectres de vitesse longitudinale et de la contribution au frottement pariétal dans la zone externe. Il faut toutefois souligner que cette décomposition du frottement moyen pariétal basée sur l'identité FIK (5.7) repose sur une transformation mathématique des équations régissant le problème (dérivation de Fukagata *et al.* [91] détaillée §5.1), et non pas sur un raisonnement physique. Par conséquent, la cartographie des contributions au frottement moyen présentée sur la figure 5.5 ne doit pas être interprétée comme l'indication des causes premières de la génération du frottement moyen. En particulier, même si la présente cartographie suggère la faible contribution de la zone interne au frottement turbulent moyen, certains phénomènes propres à la zone interne pourraient par exemple être nécessaires pour l'apparition de certaines structures porteuses de tension croisée de Reynolds dans la zone externe (§2.4). Citons également la modulation de la dynamique turbulente de la zone externe d'une couche limite de plaque plane en régime rugueux pleinement établi. Même s'il est alors possible, sous certaines conditions (§2.5.1), que le profil des tensions de Reynolds dans la zone externe soit auto-semblable et que la nature de la dynamique turbulente soit altérée par les rugosités seulement dans la zone interne, le niveau turbulent dans la zone externe est toutefois adapté dans ce cas à la valeur de la vitesse de frottement u_τ liée au frottement moyen pariétal, ce dernier étant notablement augmenté par les rugosités en comparaison avec une paroi lisse. L'accent mis par l'identité FIK sur la zone externe n'est donc pas incompatible avec une dépendance, éventuellement indirecte, à l'égard de la zone interne à travers l'effet de cette dernière (au moins de modulation) sur la zone externe. La décomposition de la génération du frottement moyen pariétal en phénomènes physiques locaux et de nature clairement identifiée discutée dans le chapitre 6 peut constituer un premier élément de réponse à ces réserves.

Le site de la principale contribution à $C_{f,II}$ (5.7) présente une faible dépendance au nombre de Reynolds sur la figure 5.5, si ce n'est que les niveaux sont globalement plus faibles à plus grand nombre de Reynolds en raison de la plus faible valeur de C_f total. En effet, une représentation en échelles externes est choisie, qui est bien adaptée à la formulation de l'identité FIK (5.7) et à la description des phénomènes ayant lieu dans la zone externe. Ce résultat est pleinement consistant avec la possible auto-similarité du profil de tension croisée de Reynolds dans la zone externe évoquée dans la section 5.4. On note toutefois qu'au plus grand nombre de Reynolds considéré, la contribution à $C_{f,II}$ semble mettre en jeu des échelles plus grandes, bien que sa valeur relative intégrée sur toutes les échelles pourrait être inchangée dans la zone externe. La figure 5.5 suggère également que les superstructures visualisées dans la section 4.3.1 et suggérées par les spectres de vitesse longitudinale dans la section 4.3.4 pourraient également apporter une contribution significative au frottement moyen pariétal, avec en particulier une contribution non négligeable des longueurs d'onde supérieures à 10δ au plus grand nombre de Reynolds présenté. Dans la prochaine section, plusieurs décompositions du frottement turbulent moyen pariétal en échelles sont estimées.

5.5.2 Estimation de la contribution des grandes échelles au frottement moyen

La contribution à $C_{f,II}$ des grandes et petites échelles peut être évaluée à partir de la cartographie présentée sur la figure 5.5 en intégrant sur la longueur d'onde, comme suggéré par l'équation (5.40). Cette opération est l'analogue de la discussion du spectre de vitesse longitudinale pour laquelle une longueur d'onde de coupure a été choisie (§4.3.4). La figure 5.4 présente la décomposition de la contribution prémultipliée $y/\delta F_R$ (équation (5.27)) à $C_{f,II}$ avec les mêmes longueurs d'onde de coupure $\lambda_c = \delta$ et 2δ que dans la section 4.3.4. Comme souligné précédemment, au nombre de Reynolds le plus faible, les petites longueurs d'onde associées à l'échelle interne ne sont pas bien séparées des grandes longueurs d'onde associées à l'échelle externe, ce qui rend la décomposition très sensible au choix de la longueur d'onde de coupure. Cette sensibilité est plus faible à plus grand nombre de Reynolds.

La comparaison avec la décomposition similaire de l'intensité turbulente longitudinale réalisée

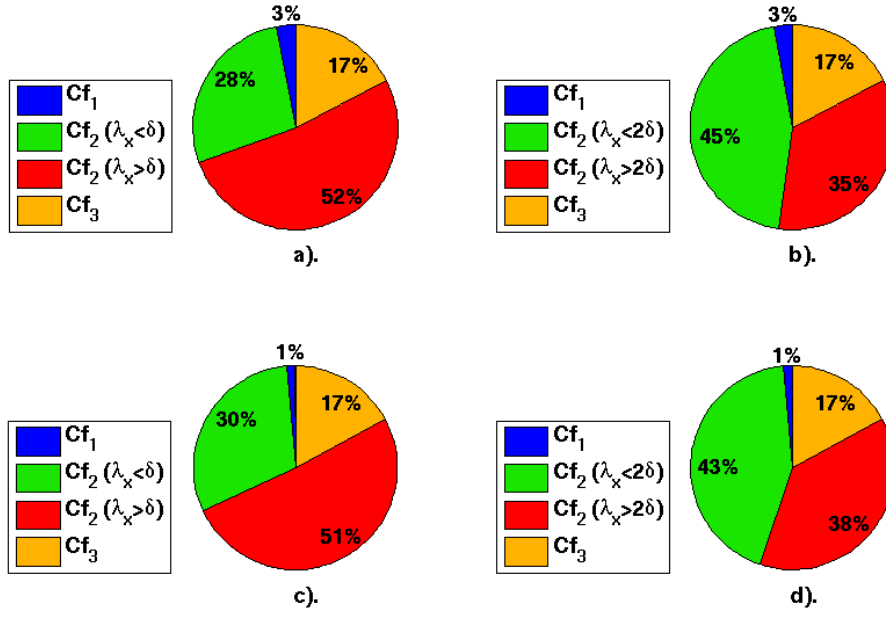


FIGURE 5.6 – Décomposition de C_f (présente simulation ZDES) selon l'identité FIK (5.7) avec une décomposition de $C_{f,II}$ en échelles pour une longueur d'onde de coupure $\lambda_x = \lambda_c$. (a) $Re_\theta = 5\,200$, $\lambda_c = \delta$; (b) $Re_\theta = 5\,200$, $\lambda_c = 2\delta$; (c) $Re_\theta = 13\,000$, $\lambda_c = \delta$; (d) $Re_\theta = 13\,000$, $\lambda_c = 2\delta$. Tiré de [66].

sur la figure 4.11 révèle que vers les grands nombres de Reynolds, bien que les grandes longueurs d'onde contribuent significativement à l'intensité turbulente longitudinale dans la zone interne, leur contribution à $C_{f,II}$ devient relativement petite dans la zone interne en comparaison avec la contribution des petites échelles. Cela suggère que les grandes échelles qui sont visibles contribuent beaucoup au frottement moyen pariétal par leur activité dans la zone externe, mais que leur empreinte dans la zone interne, qui est significative en termes de fluctuations de vitesse longitudinale, ne contribue pas significativement au frottement moyen pariétal. Ceci n'est pas vérifié au plus faible nombre de Reynolds considéré, suggérant que les "pieds" des très grandes structures peuvent être vus comme inactifs au sens de Townsend [314] seulement dans la limite de nombres de Reynolds asymptotiquement grands. Inversement, les plus grandes échelles ($\lambda_x \geq 2\delta$) apportent une contribution d'importance croissante à la tension croisée de Reynolds dans la zone externe.

On peut alors évaluer la contribution globale des grandes et des petites échelles à $C_{f,II}$ en intégrant les profils de la figure 5.4 par rapport à la distance à la paroi. La décomposition totale de C_f selon l'identité FIK (5.7) et pour deux valeurs différentes de la longueur d'onde de coupure est présentée sur la figure 5.6 aux deux nombres de Reynolds considérés. La part relative de $C_{f,I}$ et de $C_{f,III}$ a déjà été discutée dans la section 5.2. On constate que les plus grandes échelles contribuent significativement à C_f total. A $Re_\theta = 5\,200$, selon la longueur d'onde de coupure, la contribution des plus grandes échelles à $C_{f,II}$ est comprise entre 65 % ($\lambda_c = \delta$) et 44 % ($\lambda_c = 2\delta$). A $Re_\theta = 13\,000$, cette part devient 63 % et 47 % avec les mêmes longueurs d'onde de coupure. Rappelons que ces pourcentages sont relatifs au seul terme $C_{f,II}$ de l'identité FIK, tandis que les valeurs fournies dans la figure 5.6 font référence à C_f total. On note que la contribution relative des grandes échelles augmente avec le nombre de Reynolds si une longueur d'onde de coupure suffisamment grande est employée, mais que cette contribution décroît légèrement avec le nombre de Reynolds si la longueur d'onde de coupure $\lambda_c = \delta$ est retenue. Cela peut être facilement expliqué par le manque de séparation d'échelles au plus faible nombre de Reynolds, comme souligné précédemment. On peut conclure que les grandes échelles semblent contribuer à environ la moitié du frottement

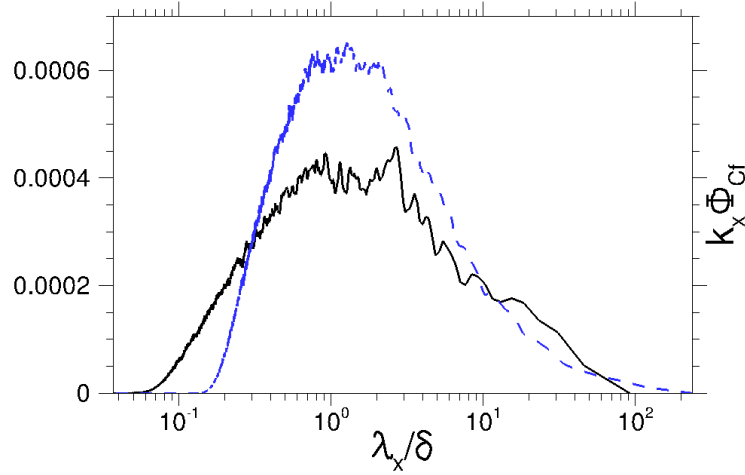


FIGURE 5.7 – Contribution $k_x \Phi_{C_f}$ (5.45) à $C_{f,II}$ (5.7) de chaque échelle de longueur des fluctuations turbulentes. — — — $Re_\theta = 5\,200$; — $Re_\theta = 13\,000$. Tiré de [66].

moyen pariétal dans la plage de nombres de Reynolds considérée, et que cette part pourrait encore augmenter à des nombres de Reynolds plus élevés. En effet, comme déjà mentionné au sujet des fluctuations de vitesse longitudinale, les spectres fournissent des informations bien plus fiables que de telles valeurs intégrées, en raison de la séparation d'échelles limitée aux nombres de Reynolds considérés. Rappelons également que la détermination de la vitesse de convection pour l'application de l'hypothèse de Taylor tend à entraîner une sous-estimation de la contribution des grandes échelles près de la paroi, comme expliqué précédemment, si bien que leur contribution exacte au frottement moyen pariétal pourrait être encore plus élevée que sa présente estimation.

L'intégrale par rapport à la distance à la paroi dans l'équation (5.44) peut être évaluée de sorte à estimer la contribution globale à $C_{f,II}$ d'une bande spécifique de longueurs d'onde. Cela conduit à la définition d'une fonction Φ_{C_f} s'apparentant à une densité spectrale de $C_{f,II}$ dépendant de la longueur d'onde des fluctuations turbulentes contributives à travers la couche limite, définie comme :

$$k_x \Phi_{C_f} = \int_0^1 k_x \Phi_{F_R} d\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (5.45)$$

La décomposition de $C_{f,II}$ est alors illustrée par la relation suivante :

$$C_{f,II} = \int_{-\infty}^{\infty} k_x \Phi_{C_f} d(\ln(k_x)) \quad (5.46)$$

Notons que Φ_{C_f} n'est pas définie comme la densité spectrale de puissance d'un signal. En particulier, elle ne résulte pas du post-traitement du signal temporel de frottement pariétal instantané $C_f(t)$, qui conduirait à un spectre différent et aurait un sens physique tout à fait différent. La grandeur Φ_{C_f} n'est qu'une manière indirecte d'évaluer la contribution des longueurs d'onde à $C_{f,II}$ selon l'identité FIK, et donc à la valeur moyenne du frottement pariétal et non pas aux fluctuations de ce dernier. La contribution relative est directement proportionnelle à l'aire sous la courbe représentant $k_x \Phi_{C_f}$ en fonction de la longueur d'onde en échelle logarithmique. Les résultats aux deux nombres de Reynolds considérés sont présentés sur la figure 5.7.

Le niveau global de $k_x \Phi_{C_f}$ diminue avec le nombre de Reynolds en raison de l'évolution du coefficient de frottement total. La contribution relative des structures les plus grandes augmente légèrement avec le nombre de Reynolds. La localisation du maximum de contribution locale reste proche de longueurs d'onde de l'ordre de 1 à 2δ , ce qui confirme que la contribution la plus significative à $C_{f,II}$ est portée par des échelles suivant l'échelle externe. On peut également noter que la part du spectre associée aux plus petites longueurs d'onde est beaucoup plus large au nombre de Reynolds le plus élevé. Cela correspond à la séparation d'échelles qui apparaît entre les deux nombres de

Reynolds considérés. Les échelles internes deviennent en effet beaucoup plus petites lorsqu'elles sont adimensionnées par l'échelle externe pour des nombres de Reynolds croissants. Comme souligné par l'équation (5.21), l'estimation de la contribution à $C_{f,II}$ procure un bon aperçu de la contribution à l'excès total de C_f dans le cas turbulent en comparaison avec le cas laminaire de même nombre de Reynolds Re_α (5.15) (le raisonnement est détaillé dans la section 5.3). La figure 5.7 confirme l'importance de la contribution des grandes échelles au frottement moyen pariétal aux nombres de Reynolds considérés et suggère que cette contribution pourrait devenir encore plus significative à plus grand nombre de Reynolds.

5.6 Au sujet de l'application de cette méthode d'analyse du frottement moyen à une simulation des grandes échelles avec modèle de paroi

La méthode d'analyse du frottement moyen pariétal présentée dans ce chapitre est particulièrement adaptée à l'étude d'une base de données très bien résolue, fournie par exemple par une simulation numérique directe ou par une simulation des grandes échelles résolue à la paroi, permettant alors l'analyse spectrale du terme $C_{f,II}$ de l'identité FIK (5.7). Toutefois, cette méthode permet également l'analyse spectrale de la contribution au frottement moyen pariétal des fluctuations turbulentes résolues par une simulation des grandes échelles avec modèle de paroi (WMLES). La finalité d'une telle analyse est la quantification de la part du modèle et de la part du champ résolu dans le niveau de frottement moyen, ainsi que l'évaluation de la fidélité du champ résolu au regard de la reproduction des propriétés de l'identité FIK établies à partir de bases de données très bien résolues. Cette méthode a donc été appliquée à l'analyse spectrale de simulations WMLES de couches limites turbulentes réalisées à l'aide du mode III de la méthode ZDES (3.3.4), dans le prolongement des travaux de Laraufie [170]. Les résultats de cette analyse sont détaillés par Deck *et al.* [65].

La part modélisée de la tension croisée de Reynolds n'étant pas négligeable dans le cas d'une WMLES, il est nécessaire de décomposer le terme $C_{f,II}$ de l'identité FIK (5.7) en fonction du champ résolu (les variables primitives résolues dans une simulation incompressible sont notées $\bar{\bullet}$) et de la contribution du modèle de turbulence. Cette décomposition initiée par Laraufie [170] conduit à l'expression suivante, dont l'obtention formelle est détaillée par Deck *et al.* [65] :

$$C_{f,II} = \underbrace{4 \int_0^1 \left(1 - \frac{y}{\delta}\right) \left(\frac{-\langle \bar{u}'\bar{v}' \rangle}{U_\infty^2}\right) d\left(\frac{y}{\delta}\right)}_{\text{résolu}} + \underbrace{4 \int_0^1 \left(1 - \frac{y}{\delta}\right) \left(\frac{\langle \nu_t \rangle (\partial_y \langle u \rangle + \partial_x \langle v \rangle)}{U_\infty^2}\right) d\left(\frac{y}{\delta}\right)}_{\text{modélisé}} + \underbrace{4 \int_0^1 \left(1 - \frac{y}{\delta}\right) \left(\frac{\langle \nu_t' (\partial_y \bar{u}' + \partial_x \bar{v}') \rangle}{U_\infty^2}\right) d\left(\frac{y}{\delta}\right)}_{\text{additionnel}} \quad (5.47)$$

où l'on a supposé que $\langle \bar{\bullet} \rangle = \langle \bullet \rangle$ et que le filtrage $\bar{\bullet}$ est un projecteur commutant avec les dérivations en temps et en espace. Dans les simulations présentées par Deck *et al.* [65], la part additionnelle liée aux fluctuations de la viscosité turbulente est négligeable, et seules les parts résolue et modélisée de $C_{f,II}$ sont étudiées. En particulier, seule la part résolue fait l'objet d'une analyse spectrale. Par ailleurs, l'analyse à l'aide de l'identité FIK permet de montrer que la part modélisée de $C_{f,II}$ ne représente que 11% de C_f total dans des simulations WMLES [65] faisant appel au mode III de la ZDES (maillage de résolution $\Delta x^+ = 200$, $\Delta z^+ = 100$) pour traiter une couche limite de caractéristiques proches de celle abordée dans le présent chapitre. Cette faible contribution avait déjà été soulignée par Laraufie [170] et est consistante avec la pondération de la zone externe (où la simulation WMLES est relativement bien résolue) dans la décomposition du frottement turbulent moyen à l'aide de l'identité FIK (fig. 5.4). La variabilité des propriétés observées avec le positionnement vertical de l'interface RANS/LES permet de plus de supposer que la prédiction

du frottement moyen est d'autant meilleure que les grandes échelles sont bien résolues et ont des propriétés proches des données expérimentales ([65]).

Le potentiel d'amélioration de la modélisation pour un usage WMLES du mode III de la ZDES, souligné par exemple sur la figure 3.16, est confirmé par la valeur 0.29 prise par le rapport $C_{f,III}/C_f$ à grand nombre de Reynolds dans une des simulations WMLES étudiées par Deck *et al.* [65], qui est supérieure à la valeur proche de 0.2 suggérée par l'étude dans le présent chapitre d'une base de données très bien résolue. L'amélioration de la valeur de $C_{f,III}/C_f$ et la maximisation de la fraction résolue de $C_{f,II}$ (et donc de la fraction résolue de l'excès de frottement moyen induit par la turbulence, d'après l'équation (5.21)) constituent donc des critères guidant les modifications envisagées du mode III de la méthode ZDES, dont certaines sont présentées dans l'annexe A.

De plus, Deck *et al.* [65] décrivent la possible résolution de superstructures dans des simulations WMLES avec un positionnement approprié de l'interface RANS/LES. L'analyse basée sur l'identité FIK contribue à la vérification de la fidélité physique de ces structures résolues, afin de s'assurer que ce ne sont pas des artefacts de modélisation. Une telle vérification nécessite toutefois une investigation poussée, motivant en partie l'étude spectrale de la vitesse de convection présentée dans la partie IV. Si la résolution de telles structures cohérentes en l'absence de résolution de la dynamique de la zone proche paroi devait être confirmée, un tel résultat constituerait une nouvelle catégorie d'expériences numériques portant sur les interactions entre zones externe et interne, dont des exemples sont fournis dans la section 2.5.2. L'utilisation d'une méthode hybride RANS/LES permet en effet d'affecter toutes les fluctuations turbulentes (y compris celles de grandes longueurs d'onde) au voisinage immédiat de la paroi grâce au mode RANS du modèle hybride. Au contraire, une expérience de simulation des grandes échelles de viscosité sous-maille volontairement surestimée de manière uniforme dans tout l'espace permet la suppression des petites échelles, en particulier près de la paroi, mais n'affecte pas nécessairement de manière significative les grandes échelles près de la paroi. L'approche zonale hybride RANS/LES pourrait donc fournir des éléments de réponse concernant la viabilité de la dynamique turbulente de la zone externe en l'absence de dynamique turbulente résolue dans la zone interne, que ce soit la dynamique propre à la zone interne (petites échelles) ou la trace de la dynamique de la zone externe au niveau de la zone interne (en particulier les grandes échelles). Une question proche est celle de la possibilité de résoudre la partie des superstructures située dans la zone externe sans pour autant résoudre leurs "pieds" situés dans la zone interne. Soulignons toutefois que le mode III de la méthode ZDES ne permet pas de réaliser une expérience aussi schématique, car la fraction résolue de la tension croisée de Reynolds n'atteint la valeur nulle qu'au voisinage immédiat de la paroi tandis que la zone "RANS" située sous l'interface RANS/LES est en réalité caractérisée par des fluctuations turbulentes résolues dont l'importance relative (en comparaison avec le modèle) croît graduellement de la paroi jusque dans la zone LES externe, comme illustré par la figure 3.13. Plutôt que l'absence totale de résolution des "pieds" des superstructures dans la zone interne, l'utilisation WMLES du mode III de la ZDES peut donc en permettre l'altération, d'autant plus forte que la distance à la paroi est faible. Une telle expérience numérique est d'autant plus intéressante que les résultats concernant la couche limite de plaque plane en développement spatial sont plus rares que ceux relatifs à l'écoulement de canal, malgré les différences significatives entre les deux écoulements.

Points clés :

- Identité **FIK** (Fukagata *et al.* [91] (5.7)) :
 - Permet la **décomposition** du **frottement turbulent** moyen en fonction des fluctuations présentes dans la couche limite
 - Terme $C_{f,I}$ analogue au cas **laminaire** (coïncide à Re_α (5.15) donné)
 - Terme $C_{f,II}$ explicitement lié aux fluctuations **turbulentes**
 - Dernier terme ($C_{f,III}$, lié à l'**hétérogénéité spatiale**) problématique dans la couche

limite : **non négligeable**, lié **indirectement** aux fluctuations **turbulentes**

- **Analyse FIK** d'une base de données à **grand** nombre de **Reynolds** (base de données validée dans le chap. 4) :
 - $C_{f,III}/C_f$, et donc $(C_{f,I} + C_{f,II})/C_f$, semblent devenir **constants** (proches de 0.2 et 0.8 respectivement) à **grand** nombre de **Reynolds** et prendre des valeurs **proches** du cas **laminaire**
 - Adoption d'une perspective différente de l'interprétation classique de $C_{f,III}$ comme terme d'hétérogénéité spatiale
 - La propriété asymptotique de $C_{f,III}/C_f$ semble trouver alors un fondement **théorique** (**auto-similitude** de la zone **externe** à grand nombre de Reynolds)
 - La proximité des valeurs de $C_{f,III}/C_f$ dans les cas laminaire et turbulent à grand nombre de Reynolds semble résulter de l'absence de différence majeure entre les profils de **cisaillement total** adimensionnés
 - On déduit de ces propriétés que l'**excès** de C_f dans le cas **turbulent** à grand nombre de Reynolds en comparaison avec le cas laminaire à même Re_α (5.15) est approximativement **proportionnel** (facteur proche de 1.25) à $C_{f,II}$
 - L'analyse du frottement turbulent moyen est donc **focalisée** sur le terme $C_{f,II}$
- **Décomposition du frottement turbulent moyen** selon les **échelles** de longueur des fluctuations contributives :
 - Analyse **spectrale** de $\langle u'v' \rangle$ (mis en jeu dans $C_{f,II}$)
 - Cartographie de la **contribution** des **fluctuations** turbulentes à $C_{f,II}$ en fonction de leur **longueur d'onde** et de la **distance à la paroi**
 - Contribution **dominante** de la zone **externe** à $C_{f,II}$ (\hookrightarrow intérêt de la stratégie WMLES)
 - Les **grandes échelles** ($\lambda_x > \delta$) contribuent à environ la **moitié** de C_f vers $Re_\theta = 10^4$
 - La contribution des **très grandes échelles** au **frottement turbulent moyen** semble **croître** avec Re_θ
 - **Méthode d'analyse** applicable à une **WMLES**
- **Limitations** de l'approche proposée :
 - **Reconstruction** de l'information spatiale à partir de signaux temporels : importance de l'estimation de la **vitesse de convection** \hookrightarrow Partie IV
 - **Lien indirect** entre $C_{f,II}$ et l'excès de frottement lié à la turbulence (facteur de proportionnalité différent de 1, universalité malgré un éventuel contrôle actif de l'écoulement ?) \hookrightarrow Chapitre 6
 - Dérivation de l'**identité FIK** par des transformations **mathématiques**. Un raisonnement simple associant des **processus physiques** à chaque terme est préférable \hookrightarrow Chapitre 6
 - La notion de décomposition n'implique pas nécessairement l'identification des **causes premières** de la **génération du frottement turbulent moyen** \hookrightarrow Chapitre 6
 - La faible contribution de la zone interne au frottement turbulent moyen selon l'identité FIK est modérée par la remarque sur les causes premières \hookrightarrow En particulier, importance de la notion d'**interaction** entre zones **interne** et **externe**
 - Utilité d'une analyse à **plus grand** nombre de **Reynolds** (séparation d'échelles)

Dérivation d'une nouvelle décomposition pour l'analyse physique de la génération du frottement moyen pariétal

« Il n'y a que les questions sans intérêt qui ont une réponse définitive. »

- Éric-Emmanuel Schmitt -

L'analyse du frottement moyen pariétal à l'aide de l'identité FIK (Fukagata-Iwamoto-Kasagi [91]) présentée dans le chapitre 5 montre l'utilité d'une décomposition de la contribution au frottement moyen pariétal en fonction de la nature et de la distance à la paroi des fluctuations turbulentes au sein de la couche limite. Toutefois, cette analyse a également mis en évidence certaines limitations de l'approche basée sur l'identité FIK pour analyser l'excès de frottement induit par la turbulence. En particulier, à grand nombre de Reynolds cet excès de frottement est lié de manière indirecte au terme $C_{f,II}$ de l'identité (5.7), avec un facteur de proportionnalité approchée différent de 1 et dont l'universalité en présence d'un éventuel contrôle actif de l'écoulement n'est pas établie. De plus, la complexité de la dérivation mathématique de l'identité FIK en rend l'interprétation physique difficile.

Ces difficultés ont motivé une réflexion sur la génération de l'excès de frottement moyen pariétal induit par la turbulence, que l'on peut définir comme la différence entre les coefficients de frottement moyen pariétal C_f (1.35) dans les cas turbulent et laminaire au même nombre de Reynolds :

$$\mathcal{E} \{C_f(Re_{\text{def}})\} = C_{f,turb}(Re_{\text{def}}) - C_{f,lam}(Re_{\text{def}}) \quad (6.1)$$

où le choix de la définition du nombre de Reynolds (*e.g.* $Re_{\text{def}} = Re_\tau$, Re_θ ou Re_x) utilisée pour la comparaison des couches limites laminaire et turbulente est capital, puisque les lois d'évolution ($Re_\tau(Re_x)$, $Re_\theta(Re_x)$, $Re_\tau(Re_\theta)$, etc.) sont différentes dans les cas laminaire et turbulent.

Pour permettre l'analyse physique de l'excès de frottement induit par la turbulence, une nouvelle décomposition du frottement moyen pariétal dans la couche limite incompressible de plaque plane à gradient de pression nul a été dérivée (les hypothèses et le raisonnement sont détaillés dans l'article

inclus ci-après, publié dans le *Journal of Fluid Mechanics*) :

$$C_f = \underbrace{\frac{2}{U_\infty^3} \int_0^\infty \nu \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right)^2 dy}_{C_{f,a}} + \underbrace{\frac{2}{U_\infty^3} \int_0^\infty -\langle u'v' \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} dy}_{C_{f,b}} + \underbrace{\frac{2}{U_\infty^3} \int_0^\infty (\langle u \rangle - U_\infty) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau}{\rho} \right) dy}_{C_{f,c}} \quad (6.2)$$

Cette nouvelle identité décompose le frottement moyen pariétal en fonction des contributions situées à différentes distances de la paroi, à l'instar de l'identité FIK. Elle repose sur un bilan d'énergie cinétique moyenne longitudinale dans un référentiel lié au fluide extérieur non perturbé par la présence de la paroi (référentiel absolu), et non pas dans un référentiel lié à la paroi comme d'ordinaire. Cette nouvelle décomposition est interprétée de manière directe selon trois processus physiques distribués dans tout le profil de couche limite. En effet, le terme $C_{f,a}$ est lié à la dissipation directe (d'énergie cinétique moyenne longitudinale en chaleur), le terme $C_{f,b}$ est lié à la production d'énergie cinétique turbulente, et le terme $C_{f,c}$ représente le taux de gain d'énergie cinétique moyenne longitudinale par le fluide dans le référentiel absolu. Contrairement à l'identité FIK qui repose essentiellement sur un bilan de quantité de mouvement, la nouvelle identité (6.2) traduit la décomposition de l'énergie moyenne fournie par la paroi au fluide par travail du frottement moyen dans le référentiel absolu, sous forme de chaleur (par unité de temps, $C_{f,a}$), sous forme d'énergie cinétique turbulente (par unité de temps, $C_{f,b}$) et sous forme d'énergie cinétique moyenne longitudinale dans le référentiel absolu (par unité de temps, $C_{f,c}$).

Grâce à son interprétation physique directe, la nouvelle décomposition (6.2) permet de compléter l'approche fournie par l'identité FIK en évitant certaines des difficultés discutées dans le chapitre 5. En particulier, on montre dans l'article ci-après que l'excès de frottement induit par la turbulence est directement lié au terme $C_{f,b}$ à grand nombre de Reynolds, et en particulier à la production d'énergie cinétique turbulente dans la zone logarithmique. En complément de l'article qui suit, quelques remarques relatives aux bilans d'énergie classiques présentés dans le chapitre 1 sont finalement proposées.

A theoretical decomposition of mean skin friction generation into physical phenomena across the boundary layer

Nicolas Renard¹ and Sébastien Deck^{1,†}

¹ONERA, The French Aerospace Lab, F-92190 Meudon, France

(Received 26 March 2015; revised 18 December 2015; accepted 5 January 2016)

A theoretical decomposition of mean skin friction generation into physical phenomena across the whole profile of the incompressible zero-pressure-gradient smooth-flat-plate boundary layer is derived from a mean streamwise kinetic-energy budget in an absolute reference frame (in which the undisturbed fluid is not moving). The Reynolds-number dependences in the laminar and turbulent cases are investigated from direct numerical simulation datasets and Reynolds-averaged Navier–Stokes simulations, and the asymptotic trends are consistently predicted by theory. The generation of the difference between the mean friction in the turbulent and laminar cases is identified with the total production of turbulent kinetic energy (TKE) in the boundary layer, represented by the second term of the proposed decomposition of the mean skin friction coefficient. In contrast, the analysis introduced by Fukagata *et al.* (*Phys. Fluids*, vol. 14 (11), 2002, pp. 73–76), based on a streamwise momentum budget in the wall reference frame, relates the turbulence-induced excess friction to the Reynolds shear stress weighted by a linear function of the wall distance. The wall-normal distribution of the linearly-weighted Reynolds shear stress differs from the distribution of TKE production involved in the present discussion, which consequently draws different conclusions on the contribution of each layer to the mean skin friction coefficient. At low Reynolds numbers, the importance of the buffer-layer dynamics is confirmed. At high Reynolds numbers, the present decomposition quantitatively shows for the first time that the generation of the turbulence-induced excess friction is dominated by the logarithmic layer. This is caused by the well-known decay of the relative contributions of the buffer layer and wake region to TKE production with increasing Reynolds numbers. This result on mean skin friction, with a physical interpretation relying on an energy budget, is consistent with the well-established general importance of the logarithmic layer at high Reynolds numbers, contrary to the friction breakdown obtained from the approach of Fukagata *et al.* (*Phys. Fluids*, vol. 14 (11), 2002, pp. 73–76), essentially based on a momentum budget. The new decomposition suggests that it may be worth investigating new drag reduction strategies focusing on TKE production and on the nature of the logarithmic layer dynamics. The decomposition is finally extended to the pressure-gradient case and to channel and pipe flows.

Key words: boundary layer structure, turbulence theory, turbulent boundary layers

† Email address for correspondence: sebastien.deck@onera.fr

1. Introduction

Understanding the turbulent generation of mean skin friction is needed in many industrial and environmental flows. Qualitatively, turbulent mixing results in a steeper near-wall velocity profile than the laminar one. The excess of mean skin friction induced by turbulence may be defined as the difference between the mean skin friction coefficient in the turbulent and in the laminar case at the same Reynolds number, where the mean skin friction coefficient C_f is defined from the Reynolds-averaged streamwise velocity $\langle u \rangle$ as:

$$C_f = \frac{\nu \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}(y=0)}{\frac{1}{2} U_\infty^2}. \quad (1.1)$$

The definition of the Reynolds number (e.g. $Re_{def} = Re_\tau$, Re_θ or Re_x) used to compare the laminar and turbulent boundary layers matters, since the evolution laws ($Re_\tau(Re_x)$, $Re_\theta(Re_x)$, $Re_\tau(Re_\theta)$, etc.) are different in the turbulent and in the laminar cases. For a given Reynolds-number definition Re_{def} , the turbulence-induced excess mean skin friction may be defined as:

$$\mathcal{E}\{C_f(Re_{def})\} = C_{f,turb}(Re_{def}) - C_{f,lam}(Re_{def}). \quad (1.2)$$

Because skin friction is a wall property, it is expected to depend on the inner layer of the turbulent boundary layer. Orlandi & Jiménez (1994) indeed showed the impact of the buffer-layer dynamics on skin friction, but they did not quantify the contribution of turbulent fluctuations to the mean skin friction coefficient as a function of their nature and distance from the wall. Besides, it has been shown that the outer layer plays a growing role in wall-bounded turbulence when the Reynolds number increases (see Marusic, Mathis & Hutchins (2010) and reviews by Smits, McKeon & Marusic (2011) and Jiménez (2013) among others). However, the extent to which the increasingly prominent outer layer physical phenomena contribute to mean skin friction has not been explicitly quantified. A better understanding of this issue may be gained in simple wall-bounded incompressible flows, such as a flat-plate boundary layer. In these simple cases, there is a need for a decomposition of the generation of mean skin friction at a given streamwise location x into physical phenomena occurring at each wall distance y and at the same x . The decomposition should be local (in x) to be compatible with spatially-developing flows representative of those encountered in external aerodynamics. In order to obtain a decomposition of skin friction into clearly identified contributing physical phenomena, the derivation should avoid mathematical transformations if they do not have a physical interpretation.

Aerodynamic forces may be decomposed by far-field drag extraction methods (Destarac 2003; van der Vooren & Destarac 2004; Toubin & Bailly 2015; among others), but these methods are non-local and in some cases rely on the spatial isolation of global physical processes which however tend to overlap within the boundary layer. Sometimes, thermodynamic considerations are inserted together with mathematical transformations which may have no physical interpretation, so that the final decomposition is not always intuitive or straightforwardly related to simple physical phenomena. For these reasons, far-field methods are not retained to address the present question.

In incompressible flows, turbulent friction directly depends on the mean velocity only, whose turbulent mixing may be represented by $-\partial \langle u'v' \rangle / \partial y$ in the boundary layer. This term decelerates the mean flow in the wake region of the boundary-layer

profile but accelerates it near the wall (see its spectral study by Balakumar & Adrian (2007)). It is not appropriate to undertake turbulent friction decomposition since its integral over the wall distance (y) vanishes (Deck *et al.* 2014) (assuming $u(y=0)=0$):

$$\int_0^\infty \frac{\partial}{\partial y} (-\langle u'v' \rangle) dy = -\langle u'v' \rangle(y \rightarrow \infty) - (-\langle u'v' \rangle(y=0)) = 0. \quad (1.3)$$

The irrelevance of a decomposition based on $-\partial\langle u'v' \rangle/\partial y$ is confirmed by the following relation between the mean wall shear stress, which coincides with the total shear stress at the wall, and the integral of the total shear-stress gradient over y , where the turbulent contribution vanishes:

$$\begin{aligned} \nu \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}(y=0) &= - \left[\nu \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} - \langle u'v' \rangle \right]_{y=0}^{y \rightarrow \infty} \\ &= - \int_0^\infty \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} - \langle u'v' \rangle \right) dy \\ &= - \int_0^\infty \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right) dy - \underbrace{\int_0^\infty \frac{\partial}{\partial y} (-\langle u'v' \rangle) dy}_{=0 \text{ (1.3)}}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

The Reynolds shear stress distribution is however related by the FIK decomposition (named after its authors Fukagata, Iwamoto & Kasagi (2002)) in the zero-pressure-gradient flat-plate boundary layer to the skin friction coefficient C_f defined in (1.1). Fukagata *et al.* (2002) integrate the mean streamwise momentum equation three times by parts to obtain the following identity (the assumptions and the derivation are detailed in appendix A):

$$\begin{aligned} C_f &= \underbrace{\frac{4(1-\delta_1/\delta)}{Re_\delta}}_{C_{f,I}} + \underbrace{4 \int_0^1 \frac{\langle -u'v' \rangle}{U_\infty^2} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right) d\left(\frac{y}{\delta}\right)}_{C_{f,II}} \\ &\quad + \underbrace{2 \int_0^1 - \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \left(\bar{I}_x + \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t}\right) \frac{\delta}{U_\infty^2} d\left(\frac{y}{\delta}\right)}_{C_{f,III}}, \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\bar{I}_x = \frac{\partial}{\partial x} (\langle u \rangle^2) + \frac{\partial}{\partial y} (\langle u \rangle \langle v \rangle) - \nu \frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} (\langle u'^2 \rangle), \quad (1.6)$$

where δ is the boundary-layer thickness (on which Re_δ is based and defined for instance as the 99% thickness) and $\delta_1 = \int_0^\delta (1 - \langle u \rangle/U_\infty) dy$ is the displacement thickness. In order to avoid the explicit presence of streamwise derivatives in the $C_{f,III}$ term, the momentum equation may be used again to obtain (Mehdi *et al.* 2014):

$$C_f = \underbrace{\frac{4(1-\delta_1/\delta)}{Re_\delta}}_{C_{f,I}} + \underbrace{4 \int_0^1 \frac{\langle -u'v' \rangle}{U_\infty^2} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right) d\left(\frac{y}{\delta}\right)}_{C_{f,II}} + \underbrace{\frac{2}{U_\infty^2} \int_0^1 - \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \frac{\partial(\tau/\rho)}{\partial(y/\delta)} d\left(\frac{y}{\delta}\right)}_{C_{f,III}}, \quad (1.7)$$

where $\tau/\rho = \nu (\partial \langle u \rangle / \partial y) - \langle u'v' \rangle$. This makes it possible to evaluate the decomposition using data which are local in x in spatially-developing flows, but which do not have to be differentiated in the streamwise direction. This last form is especially suited to invoke self-similar profiles, as in Deck *et al.* (2014). This decomposition has

been extensively and successfully used in turbulent flow analysis and control, see e.g. Iwamoto *et al.* (2005), Kametani & Fukagata (2011), Kametani *et al.* (2015) and Stroh *et al.* (2015), with $C_{f,II}$ typically representing the effect of the turbulent fluctuations on C_f whereas $C_{f,I}$ has a Reynolds-number dependence similar to laminar friction. However, several issues arise.

Firstly, to the authors' knowledge, there is no simple physical interpretation of the three successive integrations (by parts) involved in the derivation of the FIK decomposition (appendix A). For instance, Fukagata *et al.* (2002) mention that the mean velocity profile is obtained from the force balance by the second integration (over the wall distance). This is permitted by the non-dimensionalisation of the equations, but it is not intuitive since the product of a force by a length has the dimension of an energy rather than of a velocity.

A second difficulty is the integrand of $C_{f,II}$. The Reynolds shear stress is weighted by $(1 - y/\delta)$, leading to the intuitive result that the influence of a given Reynolds-shear-stress-carrying fluctuation is larger when it is closer to the wall. However, the linear nature of the weight function $(1 - y/\delta)$ results from the mathematical derivation of the decomposition (appendix A) and has no simple explanation in terms of physical processes, especially in the zero-pressure-gradient boundary layer where no mean or turbulent profile is linear and the resulting weighted distribution resembles the profile of no physical quantity known to the authors.

Another issue is the spatial heterogeneity term $C_{f,III}$ (1.5), which is not negligible in zero-pressure-gradient boundary layers, contrary to the channel (parallel) flow case where $C_{f,III} = 0$. Since turbulent fluctuations impact both $C_{f,II}$ and $C_{f,III}$, the relation between $C_{f,II}$ and the turbulence-induced excess friction is indirect.

The term $C_{f,III}$ may be written as a function of the total shear stress (1.7). Since the latter is the sum of the viscous and Reynolds shear stresses, one may isolate the turbulent contribution $C_{f,III,T}$ to $C_{f,III}$ as:

$$C_{f,III,T} = \frac{2}{U_\infty^2} \int_0^1 \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \frac{\partial \langle u'v' \rangle}{\partial (y/\delta)} d\left(\frac{y}{\delta}\right). \quad (1.8)$$

Integrating by parts this equation with the condition $u'(y=0) = 0$ leads to:

$$C_{f,III,T} = \underbrace{\frac{2}{U_\infty^2} \left[\left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \langle u'v' \rangle \right]_0^1}_{=0} + \underbrace{\frac{4}{U_\infty^2} \int_0^1 \left(1 - \frac{y}{\delta}\right) \langle u'v' \rangle d\left(\frac{y}{\delta}\right)}_{=-C_{f,II} \text{ (1.7)}}. \quad (1.9)$$

The identity $C_{f,III,T} = -C_{f,II}$ shows that studying the turbulent part $C_{f,III,T}$ of the term $C_{f,III}$ is not relevant, since this part is negative and equal to the opposite of the term $C_{f,II}$ which on the contrary represents a positive turbulent contribution to C_f . Consequently, the $C_{f,III}$ term (which is positive) is addressed as a whole.

Deck *et al.* (2014) showed that in both the laminar and the high-Reynolds-number turbulent zero-pressure-gradient boundary layers, the ratio $C_{f,III}/C_f$ approximately tends to a constant value close to 0.2, whereas the ratio $(C_{f,I} + C_{f,II})/C_f$ approximately tends to 0.8. This implies that the turbulence-induced excess friction $\mathcal{E}\{C_f(Re_\alpha)\}$ (1.2) is approximately equal to $\mathcal{G} \cdot C_{f,II}(Re_\alpha)$, where \mathcal{G} is a constant close to $1/0.8 = 1.25$ (this relies on the comparison of the turbulent and laminar boundary layers at the same Reynolds number $Re_\alpha = Re_\delta/(1 - \delta_1/\delta)$ introduced by Deck *et al.* (2014) so that equal values of Re_α imply equal values of $C_{f,I}$ (1.5)). This suggests that $\mathcal{E}\{C_f\}$ is proportional but not equal to $C_{f,II}$.

Kametani & Fukagata (2011) further decompose $C_{f,III}$ (1.5) in their equation (2.1) into a mean convection term (corresponding to the $\partial/\partial y(\langle u \rangle \langle v \rangle)$ term of \bar{I}_x (1.6), as may be seen by integrating by parts) and into a spatial development term (corresponding to the three remaining terms in \bar{I}_x (1.6)). They emphasize that their mean convection term has a strong negative contribution to mean skin friction, to such an extent that they recommend focusing drag reduction strategies on this term rather than on the Reynolds-stress term $C_{f,II}$ (which may even be increased by the control). This negatively contributing term, which is a major contribution to C_f and is not directly related to turbulence itself, further emphasizes how problematic the understanding of turbulent friction is made by the $C_{f,III}$ term of (1.5) in spatially-developing flows.

Lastly, the $C_{f,II}$ term explicitly relates C_f to $-\langle u'v' \rangle$ only for $y \leq \delta$, even though non-zero $-\langle u'v' \rangle$ may exist for $y > \delta$. This is not a major difficulty, because the Reynolds shear stress above $y = \delta$ has values that are small, if not zero. However, simply disregarding a direct contribution of the turbulent fluctuations located above the conventional boundary-layer edge is not intellectually satisfying, especially because the definition of the boundary-layer thickness δ is somewhat arbitrary. This might be addressed using the formulation of Mehdi *et al.* (2014), who vary the upper integration bound y_{max} , but their study is restricted to $y_{max} \leq \delta$. If their formulation is extended to $y_{max} > \delta$, the term replacing $C_{f,I}$ no longer involves easily interpreted thicknesses.

To the authors' knowledge, these difficulties of interpretation are not addressed by the numerous studies using and extending the FIK identity. These issues suggest that there is a need for a different and complementary decomposition.

Turbulent friction is successfully related to irreversible entropy creation by turbulent dissipation in channel and pipe flows, but only approximate extrapolations are made for spatially-developing boundary layers (Laadhari 2007). In a non-local analysis for far-field drag extraction, Arntz, Atinault & Merlen (2015) relate aerodynamic drag to irreversible entropy sources by combining momentum balance, thermodynamic laws and mathematical transformations. Nevertheless, mean skin friction is determined by the mean velocity profile, and the energetic interaction between the mean flow and turbulence is turbulent kinetic-energy production, not turbulent dissipation. In some regions of wall-bounded flows, the local turbulent kinetic-energy production and the local turbulent dissipation are not in equilibrium (e.g. in the buffer layer, Pope 2000). Further, even though the integrals of turbulent production and turbulent dissipation over the wall distance may be equal in the case of channel or pipe flows, a global production–dissipation equilibrium does not hold in the case of spatially-developing boundary layers (Sreenivasan 1995; Adeyinka & Naterer 2004). The total (mean and turbulent) kinetic-energy budget includes the energy cascade down to turbulent dissipation, whereas mean skin friction is directly related to the mean flow only. Moreover, entropy definition is problematic in incompressible flows. Because of these difficulties of relating mean skin friction to irreversible entropy creation by turbulent dissipation in incompressible spatially-developing flows, resorting to the mean kinetic-energy equation is preferred. Using the latter equation, Drela (2009) globally assesses physical contributions to far-field drag extraction. However, Drela (2009) writes the energy budget in the body reference frame, where the force does zero work (still walls). The (virtual) power against the motion of the body is mathematically obtained by multiplying the force balance by the free-stream velocity U_∞ , although the body is not moving in the body reference frame. This introduces quantities not straightforwardly interpreted (although the perturbation

velocities involved in the equation can be easily seen as the actual velocities in a reference frame attached to the undisturbed fluid in the free stream). Indeed, the notions of kinetic-energy excess and kinetic-energy defect used by Drela (2009) are not easily related to the simpler notion of kinetic energy in one well-chosen reference frame (at least such a discussion is not included in Drela (2009)).

To identify skin friction in an energy budget while sticking to physical first principles, the budget should be written in a reference frame where the wall is moving so that the power developed by skin friction is non-zero. Defining such a frame is problematic in the complex geometries treated by Drela (2009) or Arntz *et al.* (2015). In the geometrically much simpler flat-plate boundary layer, DeGraaff & Eaton (2000) suggest that the product of turbulent friction by U_∞ is of the same order of magnitude as the total turbulent kinetic-energy production. This relies on a mean kinetic-energy budget written in the wall reference frame, where skin friction develops zero power. For this reason, the budget has to be restricted to a constant total shear-stress layer, where the product of skin friction (matching the constant total shear stress) by the outer velocity can be isolated. This restricted budget is not compatible with an exact quantitative decomposition across the whole boundary layer, and only the order of magnitude of the product of turbulent friction by U_∞ is obtained.

The present study decomposes local mean skin friction generation into physical phenomena across the whole boundary-layer profile, based on a mean streamwise kinetic-energy budget in a reference frame where the wall is moving. This highlights the turbulent kinetic-energy production distribution, as opposed to the linearly-weighted Reynolds shear-stress distribution obtained in the FIK decomposition (1.7), which is derived from a momentum budget in the wall reference frame. The zero-pressure-gradient smooth-flat-plate boundary layer is first addressed (§ 2). The Reynolds-number dependence is assessed in the laminar and turbulent cases (§ 3), emphasizing the role turbulent kinetic-energy production within the logarithmic layer plays in the turbulence-induced excess friction (§ 4). This is consistent with the well-established general importance of the logarithmic layer in high-Reynolds-number dynamics, and the specific case of mean skin friction is quantified here for the first time by the new decomposition. It is noted that a significantly smaller role is suggested by the FIK identity (1.7). Some implications for drag reduction strategies are discussed. Finally, the decomposition is generalised in appendix C to the pressure-gradient case, and to channel and pipe flows.

2. Physical decomposition of mean skin friction generation in zero-pressure-gradient boundary layers

An incompressible zero-pressure-gradient smooth-flat-plate boundary layer is considered here, with free-stream velocity U_∞ towards $x > 0$ and zero instantaneous streamwise velocity at the wall ($u(y=0) = 0$), but free wall-normal and spanwise velocities $v(y=0)$ and $w(y=0)$ (allowing blowing/suction). The flow is assumed to be statistically stationary in time (in the reference frame of the wall) and statistically homogeneous along the spanwise direction (z). A reference frame where the wall is moving is sought so that the skin friction develops a non-zero power visible in a mean kinetic-energy budget (see the Introduction). Further, this budget should not be restricted to the conventional boundary-layer thickness, because directly taking into account the turbulent fluctuations even if they are located above $y = \delta$ is one of the motivations for a decomposition different from the FIK identity (1.7). To involve all wall distances in the budget, a finite (per unit wall area) mean streamwise kinetic

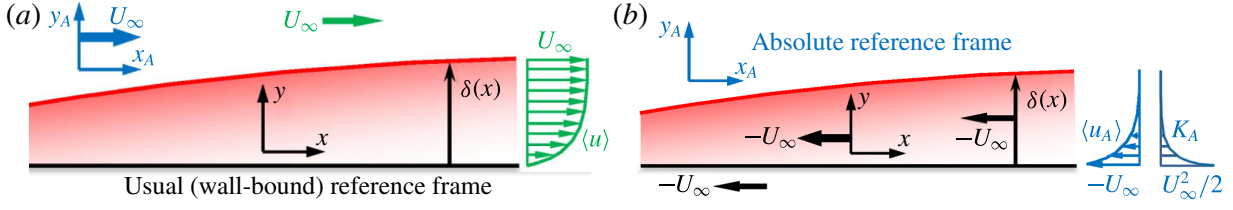


FIGURE 1. (Colour online) Sketch of mean streamwise kinetic energy (K_A) in an absolute reference frame.

energy should be contained above the wall. This is the case in an absolute reference frame moving together with the undisturbed fluid at U_∞ towards $x > 0$ with respect to the wall (see figure 1). The absolute-frame coordinates x_A, y_A, t_A and velocities u_A, v_A are related to the coordinates x, y, t and velocities u, v in the usual frame (attached to the wall) by the following equations:

$$x_A = x - U_\infty t, \quad y_A = y, \quad t_A = t, \quad u_A = u - U_\infty, \quad v_A = v. \quad (2.1a-e)$$

In the absolute frame, the wall is moving at $-U_\infty$ along x_A and the undisturbed fluid outside the boundary layer has no streamwise velocity ($u_A = 0$). Since U_∞ is constant, the absolute frame is inertial and pressure coincides in both frames ($p_A = p$).

Assuming the boundary-layer hypothesis and the validity of the boundary-layer equations (also with a possible wall blowing/suction), the mean streamwise momentum equation in the usual frame reads:

$$\frac{\overline{D}\langle u \rangle}{\overline{D}t} = \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} - \langle u'v' \rangle \right), \quad (2.2)$$

where the Reynolds average $\langle \cdot \rangle$, seen as an ensemble average, coincides in both frames, and \cdot' is the fluctuation. The mean material derivative, if applied to mean quantities, is $\overline{D}/\overline{D}t = \langle u \rangle \partial/\partial x + \langle v \rangle \partial/\partial y$, as the mean flow is steady in the usual frame. The mean material derivative coincides in both frames, by definition and because time is not affected by the frame transformation ($t_A = t$). When applied to mean quantities, it can be written as:

$$\frac{\overline{D}}{\overline{D}t} = \langle u \rangle \frac{\partial}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial t_A} + \langle u_A \rangle \frac{\partial}{\partial x_A} + \langle v_A \rangle \frac{\partial}{\partial y_A}, \quad (2.3)$$

where it is emphasized that the mean flow is unsteady in the absolute frame because of its streamwise heterogeneity.

In the absolute frame, the momentum equation (2.2) becomes:

$$\frac{\overline{D}\langle u_A \rangle}{\overline{D}t} = \frac{\partial}{\partial y_A} \left(v \frac{\partial \langle u_A \rangle}{\partial y_A} - \langle u'_A v'_A \rangle \right) = \frac{\partial}{\partial y_A} \left(\frac{\tau}{\rho} \right), \quad (2.4)$$

where the total shear stress is $\tau/\rho = v(\partial \langle u \rangle/\partial y) - \langle u'v' \rangle = v(\partial \langle u_A \rangle/\partial y_A) - \langle u'_A v'_A \rangle$. Multiplying by $\langle u_A \rangle$ brings the budget of the absolute-frame mean streamwise kinetic energy $K_A = \langle u_A \rangle^2/2$:

$$\underbrace{\frac{\overline{D}K_A}{\overline{D}t}}_{\substack{\text{variation of } K_A \\ \text{with boundary} \\ \text{layer growth} \\ \hookrightarrow C_{f,c}(2.6)}} = \underbrace{\langle u_A \rangle \frac{\partial}{\partial y_A} \left(\frac{\tau}{\rho} \right)}_{\substack{\text{power of viscous} \\ \text{and turbulent efforts} \\ \hookrightarrow C_{f,c}(2.8)}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y_A} \left(\langle u_A \rangle \frac{\tau}{\rho} \right)}_{\substack{\text{viscous and turbulent} \\ \text{diffusion of } K_A \\ \hookrightarrow C_{f,d}(2.6), (2.8)}} - \underbrace{v \left(\frac{\partial \langle u_A \rangle}{\partial y_A} \right)^2}_{\substack{\text{direct dissipation} \\ \text{of } K_A \\ \hookrightarrow C_{f,a}(2.6), (2.8)}} + \underbrace{\langle u'_A v'_A \rangle \frac{\partial \langle u_A \rangle}{\partial y_A}}_{\substack{\text{'dissipation' of } K_A \\ \text{by turbulent kinetic} \\ \text{energy production} \\ \hookrightarrow C_{f,b}(2.6), (2.8)}}, \quad (2.5)$$

where diffusive and dissipative terms have been split. The mean streamwise kinetic-energy budget (2.5) is integrated over all $y_A \geq 0$ (using the conditions $\langle u_A \rangle(y_A = 0) = -U_\infty$ and $u'_A(y_A = 0) = 0$ implied by the assumption $u(y = 0) = 0$) and non-dimensionalised by $U_\infty^3/2$ to obtain a local (in x_A) decomposition of the mean skin friction coefficient $C_f = \tau(y_A = 0)/(1/2\rho U_\infty^2)$ (1.1), involving physical phenomena occurring at all wall distances:

$$C_f = \underbrace{\frac{2}{U_\infty^3} \int_0^\infty \nu \left(\frac{\partial \langle u_A \rangle}{\partial y_A} \right)^2 dy_A}_{C_{f,a}} + \underbrace{\frac{2}{U_\infty^3} \int_0^\infty -\langle u'_A v'_A \rangle \frac{\partial \langle u_A \rangle}{\partial y_A} dy_A}_{C_{f,b}} + \underbrace{\frac{2}{U_\infty^3} \int_0^\infty \frac{\overline{DK}_A}{\overline{Dt}} dy_A}_{C_{f,c}}. \quad (2.6)$$

The origin of each term is emphasized in the mean streamwise kinetic energy budget (2.5). The energy transfers seen here in the absolute reference frame (attached to the undisturbed outer fluid) differ significantly from the common analysis performed in the usual reference frame (attached to the wall). C_f represents the mean power supplied by the wall to the fluid in the absolute frame, diffusing through the boundary-layer profile with a direct (i.e. viscous) dissipation ($C_{f,a}$) and with ‘dissipation’ by all the production of turbulent kinetic energy at x_A ($C_{f,b}$). The term $C_{f,b}$ does not necessarily coincide with turbulent dissipation, and it is not properly speaking a dissipation term, since turbulent kinetic energy (TKE) production is not associated with irreversible entropy creation. $C_{f,c}$ represents the rate at which absolute-frame mean streamwise kinetic energy is gained by the fluid, i.e. the part of mean skin friction power not dissipated into heat and turbulent kinetic energy. Consequently, $C_{f,c}/C_f$ is the efficiency of the wall supplying mean streamwise kinetic energy to the fluid in the absolute frame. $C_{f,a}$ and $C_{f,c}$ directly depend on the mean field only, whereas $C_{f,b}$ explicitly depends on the turbulent fluctuations, suggesting that $C_{f,b}$ represents the turbulence-induced excess friction (but the other terms indirectly depend on turbulence through its effect on the mean field). If integrated over x_A , the decomposition with zero pressure gradient is consistent with the global drag decomposition mathematically derived by Drela (2009) with perturbation velocities in the usual (wall) frame.

Although the decomposition (2.6) has its physical interpretation rooted in the absolute reference frame, for its practical use, it is more conveniently rewritten as a function of the usual (wall) reference frame variables. Invoking (2.3) together with the definitions $K_A = 1/2\langle u_A \rangle^2$ and $u_A = u - U_\infty$ leads to:

$$C_f = \underbrace{\frac{2}{U_\infty^3} \int_0^\infty \nu \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right)^2 dy}_{C_{f,a}} + \underbrace{\frac{2}{U_\infty^3} \int_0^\infty -\langle u'v' \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} dy}_{C_{f,b}} + \underbrace{\frac{2}{U_\infty^3} \int_0^\infty (\langle u \rangle - U_\infty) \left(\langle u \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right) dy}_{C_{f,c}}, \quad (2.7)$$

where it clearly appears that $C_{f,c}$ represents the spatial growth of the flow, which is interpreted as the rate of gain of mean streamwise kinetic energy by the fluid in the absolute frame. However, the numerical assessment of the explicit streamwise

derivative contained in $C_{f,c}$ (2.7) may cause difficulties, and the needed x -dependent information is not always included in experimental or numerical datasets. Moreover, most of the established self-similarity properties describe local (in x) profiles rather than their streamwise evolution. The explicit dependence of $C_{f,c}$ on x -derivatives may be avoided, using (2.5) to relate the spatial growth to the wall-normal variations of total shear stress. Equation (2.6) is finally rewritten as a function of the usual frame variables in a form that only depends on well-documented profiles at the considered streamwise station (the origin of each term is indicated in (2.5)):

$$C_f = \underbrace{\frac{2}{U_\infty^3} \int_0^\infty \nu \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right)^2 dy}_{C_{f,a}} + \underbrace{\frac{2}{U_\infty^3} \int_0^\infty -\langle u'v' \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} dy}_{C_{f,b}} + \underbrace{\frac{2}{U_\infty^3} \int_0^\infty (\langle u \rangle - U_\infty) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau}{\rho} \right) dy}_{C_{f,c}}. \quad (2.8)$$

The resulting decomposition (2.8) is purely local in x since the term $C_{f,c}$ (2.8) no longer explicitly involves a streamwise derivative. The spatial growth of the flow is still represented by $C_{f,c}$ (2.8), since it may also be written as in (2.7) (using (2.5) or (2.2)). Moreover, the integrands vary in the streamwise direction, and so does C_f . Equations (2.6)–(2.8) are three ways of writing the same decomposition $C_f = C_{f,a} + C_{f,b} + C_{f,c}$ and may be used equivalently, as the integrands of each term locally coincide (note that this is similar to the FIK identity which has two equivalent forms (1.5) and (1.7)). The last form (2.8) will be preferred for the practical evaluation of the decomposition, while the first form (2.6) should be kept in mind when the physical interpretation of the decomposition is considered. Assuming that the TKE production term is non-negative and that the total shear stress is a non-increasing function of wall distance (so that $(U_\infty - \langle u \rangle)(\partial/\partial y)(\tau/\rho) \leq 0$), the form (2.8) involving usual flow variables may be used to conclude that the integrands of all three terms are non-negative at all y , as will be seen in figures 2 and 5, so that the efficiency $C_{f,c}/C_f$ satisfies:

$$0 \leq C_{f,c}/C_f \leq 1. \quad (2.9)$$

In its (2.8) form, the decomposition could be directly derived from the second equation (2.5) relating shear stresses (total, viscous and Reynolds stresses). This short route, enabling a very quick and simple derivation of the present decomposition, is established in appendix B. However, the physical interpretation requires the explicit consideration of the absolute-frame mean streamwise kinetic energy K_A , whose budget (2.5) naturally leads to the first form (2.6) of the decomposition.

Considering the global budgets of mean streamwise kinetic energy in the usual frame (attached to the wall) $K = \langle u \rangle^2/2$, as found in textbooks such as Hinze (1959), and also in the absolute frame $K_A = \langle u_A \rangle^2/2$ (2.6), leads to the following relation:

$$C_f = \underbrace{-\frac{2}{U_\infty^3} \int_0^\infty \frac{\overline{DK}}{\overline{Dt}} dy}_{C_{f,a}+C_{f,b}} + \underbrace{\frac{2}{U_\infty^3} \int_0^\infty \frac{\overline{DK}_A}{\overline{Dt}} dy}_{C_{f,c}} = \frac{2}{U_\infty^3} \int_0^\infty \frac{\overline{D}}{\overline{Dt}} (K_A - K) dy, \quad (2.10)$$

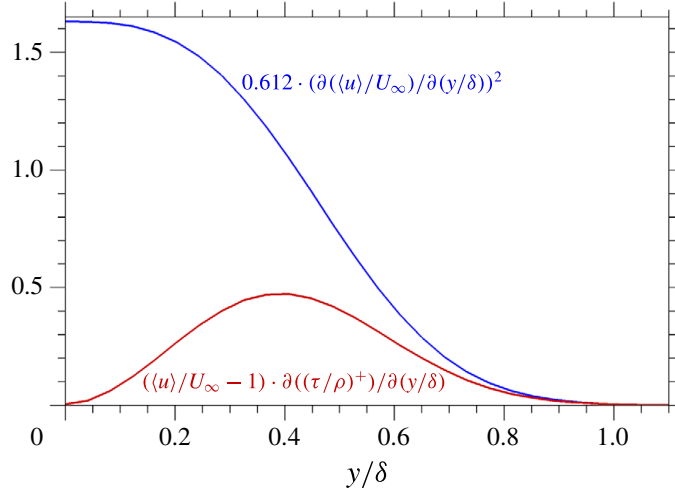


FIGURE 2. (Colour online) Integrands of the mean skin friction generation decomposition (2.8) rewritten in the laminar zero-pressure-gradient boundary layer (3.1) from the Blasius solution (Schlichting 1968). $0.612(\partial(\langle u \rangle/U_\infty)/\partial(y/\delta))^2$: integrand of $C_{f,a,lam}$ (blue); $(\langle u \rangle/U_\infty - 1)(\partial/\partial(y/\delta))((\tau/\rho)^+)$: integrand of $C_{f,c,lam}$ (red); both normalised by the total $C_{f,lam}$.

where the fact that direct dissipation and TKE production are the same in both frames has been used. This equation illustrates the importance of the choice of the reference frame. Indeed, mean skin friction does not appear in the usual-frame budget of K (Hinze 1959) but it is present in the absolute-frame budget of K_A (2.6).

Even though the FIK identity (1.7) and the present decomposition (2.8) share undeniable similarities, their derivations are fundamentally different. The FIK decomposition results from integrating by parts three times a momentum budget in the usual frame (appendix A), whereas the present decomposition is obtained by only one integration of a kinetic-energy budget in an absolute frame. The physical interpretation of this unique integration is straightforward, as it provides the global budget for the whole boundary-layer profile from the local (in y_A) budget (2.5). Moreover, splitting the diffusive and dissipative terms before integrating the local budget is equivalent to integrating $\langle u_A \rangle (\partial/\partial y_A)(\tau/\rho)$ by parts, showing that this integration by parts mathematically represents the derivation of the present decomposition and has the clear physical meaning of distinguishing between diffusive and dissipative contributions to the global budget.

The upper bound of the integrals of the present decomposition (2.8) is not limited to $y = \delta$, contrary to the FIK identity (1.7), meaning that the turbulent fluctuations located in the whole boundary-layer profile are explicitly taken into account by $C_{f,b}$ in (2.8), whereas only the fluctuations at $y \leq \delta$ are present in $C_{f,II}$ (1.7). Besides, $C_{f,b}$ (2.8) represents the integral of the turbulent kinetic-energy production distribution, which may also be seen as the distribution of Reynolds shear stress weighted by the mean velocity gradient. This weight increases when the wall distance decreases, so that the closer to the wall, the larger the effect of a Reynolds-shear-stress-carrying turbulent fluctuation on mean skin friction. This conclusion was already obtained from the $C_{f,II}$ term of the FIK identity (1.7), but with a different (linear) increase of the weight function when the wall distance decreases. The mean velocity gradient weight in the present $C_{f,b}$ (2.8) has an obvious physical interpretation since the product is equal to turbulent kinetic-energy production, contrary to the linearly-weighted Reynolds shear

stress involved in $C_{f,II}$ (1.7) where neither the linear weight function $(1 - y/\delta)$ nor the obtained distribution correspond to the profile of a physical quantity known to the authors in a zero-pressure-gradient flat-plate turbulent boundary layer.

The above discussion shows that the present decomposition (2.8) addresses some of the issues raised in the introduction related to the FIK identity (1.7). However, at first sight the difficulties to use the FIK identity in spatially-developing flows, related to the $C_{f,III}$ (1.7) term and to the indirect relation between the turbulence-induced excess friction and $C_{f,II}$ (1.7), as discussed in the introduction, may similarly be encountered with the present decomposition. The term $C_{f,c}$ (2.8), which represents the spatial growth of the boundary layer (as seen in the form (2.7)), depends on the turbulent fluctuations (even though this dependence is only implicit if $C_{f,c}$ is written in the forms (2.6) or (2.7)). Consequently, a direct and explicit link between the term $C_{f,b}$ (2.8) and the turbulence-induced excess friction cannot be established without further analysis. In the case of the FIK identity (1.7), the difficulty cannot be fully overcome because $C_{f,III}$ (1.7) does not become negligible compared with $C_{f,II}$ at high Reynolds numbers, as shown by Deck *et al.* (2014). In order to better understand the relative importance of $C_{f,b}$ and $C_{f,c}$ (2.8), the Reynolds-number dependence of the present decomposition (2.8) is discussed in the following. It will then be shown how the issue related to the term $C_{f,c}$ may be addressed.

3. Reynolds-number effect on mean skin friction generation

We investigate here the Reynolds-number effect on the skin friction decomposition (2.8) in the smooth-flat-plate zero-pressure-gradient laminar and turbulent boundary layers, with no-slip velocities at the impermeable wall ($u = v = w = 0$ at $y = 0$).

3.1. Laminar zero-pressure-gradient boundary layer

In the laminar zero-pressure-gradient case, assuming that the flow is the self-similar Blasius solution and using its numerical approximation by Schlichting (1968), (2.8) becomes:

$$C_{f,lam} = \underbrace{C_{f,lam} \cdot \int_0^\infty 0.612 \left(\frac{\partial(\langle u \rangle / U_\infty)}{\partial(y/\delta)} \right)^2 d(y/\delta)}_{C_{f,a,lam}} + \underbrace{C_{f,lam} \cdot \int_0^\infty \left(\frac{\langle u \rangle}{U_\infty} - 1 \right) \frac{\partial}{\partial(y/\delta)} \left(\left(\frac{\tau}{\rho} \right)^+ \right) d(y/\delta)}_{C_{f,c,lam}}, \quad (3.1)$$

where quantities non-dimensionalised by the wall values are denoted by \bullet^+ , the expression for $C_{f,a,lam}$ is obtained using the relation $C_{f,lam} \approx 3.267/Re_\delta$, leading to the factor $0.612 \approx 2/3.267$ and the expression for $C_{f,c,lam}$ is obtained using the relation $C_{f,lam} = (\tau/\rho)(y=0)/(1/2 U_\infty^2)$. Figure 2 shows the normalised integrands of $C_{f,a,lam}$ and $C_{f,c,lam}$. The area below the integrand of $C_{f,a,lam}$ is proportional to the rate of heat gained by the fluid by direct dissipation in this laminar flow. The area below the integrand of $C_{f,c,lam}$ is proportional to the rate of absolute-frame mean streamwise kinetic energy gained by the fluid. The total area below both laminar integrands is proportional to the power supplied by the wall to the fluid in the absolute frame, through skin friction. The Reynolds-number invariance of the laminar integrands of (3.1), illustrated by figure 2 (which represents the profiles at any

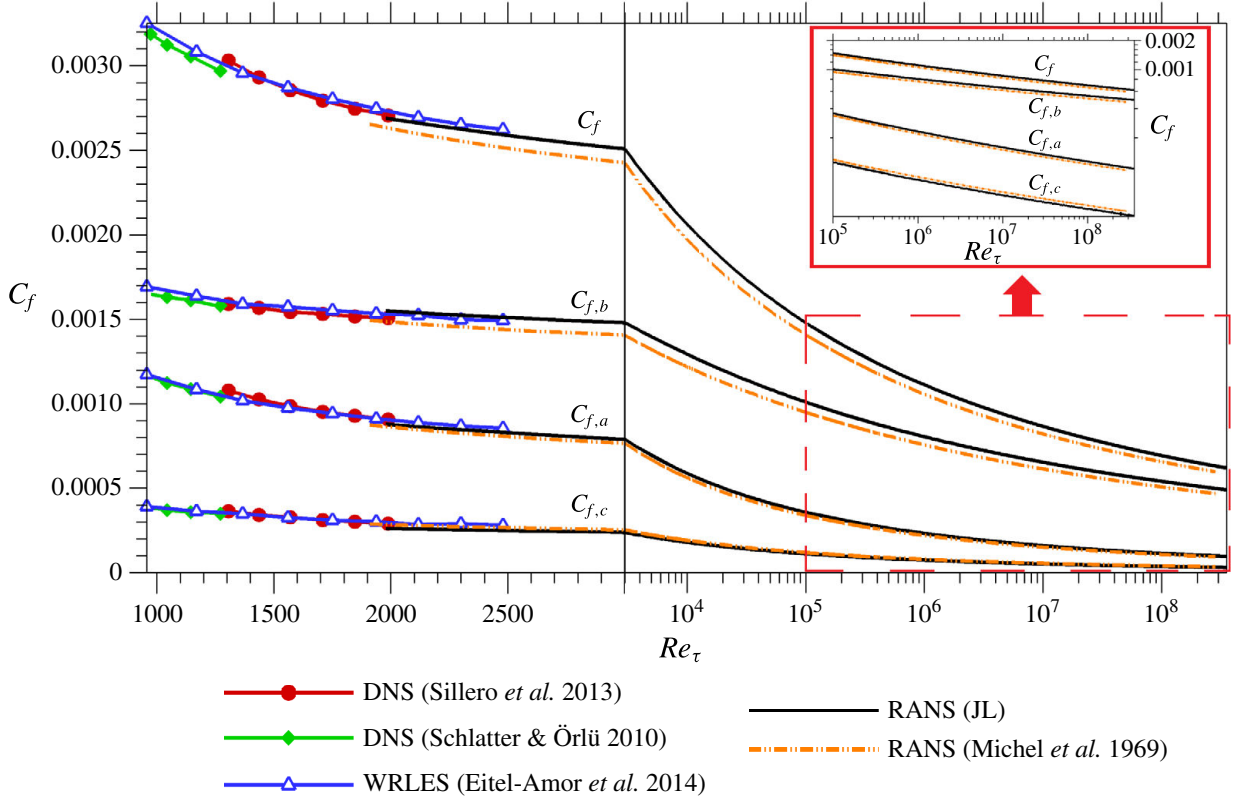


FIGURE 3. (Colour online) Dependence of the decomposition of C_f (2.8) on the friction Reynolds number Re_τ in the turbulent zero-pressure-gradient boundary layer. DNS by Sillero, Jimenez & Moser (2013) (see also Sillero, Jimenez & Moser 2014) and Schlatter & Örlü (2010). Wall-resolved LES by Eitel-Amor, Örlü & Schlatter (2014). RANS simulations with Jones & Launder (1972) $k-\epsilon$ (JL) model and Michel, Quémard & Durant (1969) model. C_f plotted in logarithmic scale in the inset.

Reynolds number), implies that the ratio $C_{f,c,lam}/C_{f,lam}$ is constant. Consequently, the laminar efficiency ($C_{f,c,lam}/C_{f,lam} \approx 0.214$) at which the fluid gains mean streamwise kinetic energy from the work done in the absolute reference frame by the friction force exerted by the moving wall is Reynolds-number invariant, consistent with the assumption of a self-similar flow. It is low, which is not surprising for viscous entrainment. Little kinetic energy is gained near the wall, and more in the core of the profile (see the integrand of $C_{f,c,lam}$ in figure 2). The direct dissipation of the lost fraction ($C_{f,a,lam}/C_{f,lam} \approx 0.786$) is especially high near the wall, but both processes widely overlap (figure 2).

3.2. Turbulent zero-pressure-gradient boundary layer

The impact of the friction Reynolds number ($Re_\tau = \delta u_\tau/\nu$, τ/ρ ($y=0$) = u_τ^2) on the decomposition (2.8) is assessed in the turbulent case in figure 3. Direct numerical simulation (DNS) and wall-resolved large-eddy simulation datasets are used together with high-Reynolds-number Reynolds-averaged Navier–Stokes (RANS) simulations from the ONERA boundary-layer code CLICET (Aupoix 2010). This code has been used in studies such as Aupoix & Spalart (2003) and the grid convergence is checked. Two very different RANS modelling strategies are considered, the Jones & Launder (1972) $k-\epsilon$ (JL) model and the Michel *et al.* (1969) mixing-length model further described in Cousteix (1989).

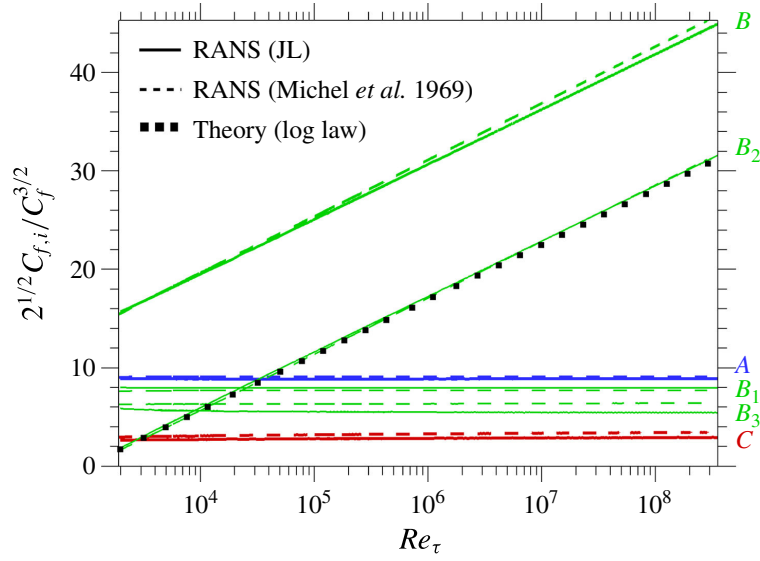


FIGURE 4. (Colour online) Dependence on the friction Reynolds number Re_τ of the functions $A(Re_\tau)$ (blue), $B(Re_\tau)$ (green) and $C(Re_\tau)$ (red) defined in the form (3.2) of (2.8), and of the zonal functions $B_1(Re_\tau)$, $B_2(Re_\tau)$, $B_3(Re_\tau)$ defined in (3.3), as predicted by the RANS simulations with the Jones & Launder (1972) $k-\epsilon$ (JL) model and the Michel *et al.* (1969) model. The theoretical prediction shown for $B_2(Re_\tau)$ represents (3.4).

Figure 3 shows that the efficiency $C_{f,c}/C_f$ is smaller than in the laminar case (it is even smaller than 0.15 at all the Reynolds numbers shown in this figure). The production term $C_{f,b}$ has the slowest decay and gets close to C_f at very high Reynolds numbers, as may be seen in the inset where C_f is plotted in logarithmic scale.

The integrands of (2.8) are non-dimensionalised according to high-Reynolds-number self-similarity in the inner layer (in wall units) and in the outer layer (commonly assumed universal profiles $(U_\infty - \langle u \rangle)/u_\tau(y/\delta)$ and $\tau^+(y/\delta)$ at high Reynolds numbers, George (2006)), using the relations $\sqrt{C_f/2} = u_\tau/U_\infty$ and $\tau/\rho(y=0) = u_\tau^2$:

$$C_f = C_f \sqrt{\frac{C_f}{2}} \left(\underbrace{\int_0^\infty \left(\frac{\partial \langle u \rangle^+}{\partial y^+} \right)^2 dy^+}_{A(Re_\tau)} + \underbrace{\int_0^\infty -\langle u'v' \rangle^+ \frac{\partial \langle u \rangle^+}{\partial y^+} dy^+}_{B(Re_\tau)} + \underbrace{\int_0^\infty \frac{\langle u \rangle - U_\infty}{u_\tau} \frac{\partial}{\partial (y/\delta)} \left(\left(\frac{\tau}{\rho} \right)^+ \right) d(y/\delta)}_{C(Re_\tau)} \right). \quad (3.2)$$

Direct dissipation (represented by $C_{f,a}$ in (2.8), i.e. $C_f \sqrt{C_f/2} A(Re_\tau)$ in (3.2)) occurs mostly in the inner layer where most of the mean gradients are concentrated, as will be seen in figure 5. The inner-layer universal wall law $\langle u \rangle^+(y^+)$ implies that $A(Re_\tau) \xrightarrow{Re_\tau \rightarrow \infty} A_\infty$, as will be illustrated by figure 4. As for $C_{f,c}$ (i.e. $C_f \sqrt{C_f/2} C(Re_\tau)$ in (3.2)), the total shear stress significantly varies only in the outer layer, where the assumed universal laws $(U_\infty - \langle u \rangle)/u_\tau(y/\delta)$ and $\tau^+(y/\delta)$ imply that $C(Re_\tau) \xrightarrow{Re_\tau \rightarrow \infty} C_\infty$ (figure 4).

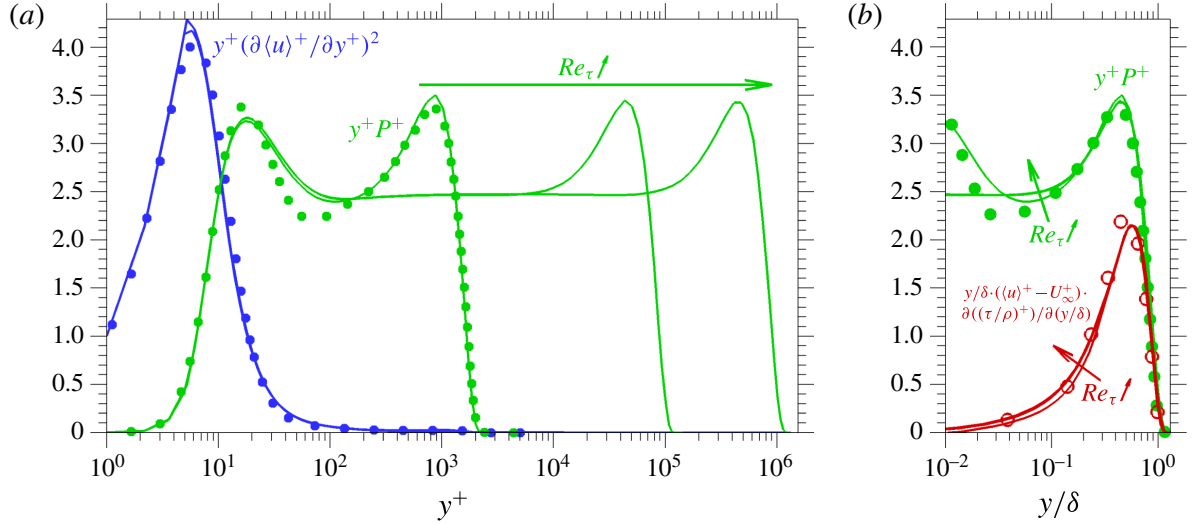


FIGURE 5. (Colour online) Premultiplied integrands of the friction generation decomposition (2.8) non-dimensionalised in (3.2), in the zero-pressure-gradient turbulent boundary layer. $y^+(\partial\langle u \rangle^+/\partial y^+)^2$: premultiplied integrand of $C_{f,a}$ (blue); $y^+P^+ = -y^+\langle u'v' \rangle^+(\partial\langle u \rangle^+/\partial y^+) = -y/\delta \langle u'v' \rangle^+(\partial\langle u \rangle^+/\partial(y/\delta))$: premultiplied integrand of $C_{f,b}$ (green); $(y/\delta)((\langle u \rangle - U_\infty)/u_\tau)(\partial/\partial(y/\delta))((\tau/\rho)^+)$: premultiplied integrand of $C_{f,c}$ (red); all three integrands normalised by $C_f\sqrt{C_f/2}$. Symbols: DNS by Sillero *et al.* (2013) at $Re_\theta = 6500$ ($Re_\tau = 1989$). Lines: RANS simulations at $Re_\tau = 2000$, $Re_\tau = 10^5$ and $Re_\tau = 10^6$ (Michel *et al.* (1969) model).

Concerning $C_{f,b}$ (i.e. $C_f\sqrt{C_f/2}B(Re_\tau)$ in (3.2)), since turbulent kinetic-energy production is significantly present in both the inner and outer layers, this term is split into three zones separated by $y^+ = 100$ and $y/\delta = 0.1$:

$$\begin{aligned}
 B(Re_\tau) = & \underbrace{\int_0^{100} -\langle u'v' \rangle^+ \frac{\partial\langle u \rangle^+}{\partial y^+} dy^+}_{B_1(Re_\tau)} + \underbrace{\int_{100}^{0.1Re_\tau} -\langle u'v' \rangle^+ \frac{\partial\langle u \rangle^+}{\partial y^+} dy^+}_{B_2(Re_\tau)} \\
 & + \underbrace{\int_{0.1}^{\infty} -\langle u'v' \rangle^+ \frac{\partial\langle u \rangle^+}{\partial(y/\delta)} d(y/\delta)}_{B_3(Re_\tau)}. \quad (3.3)
 \end{aligned}$$

The assumed inner-layer universal law implies that $B_1(Re_\tau) \xrightarrow{Re_\tau \rightarrow \infty} B_{1\infty}$ whereas the assumed outer-layer universal laws imply that $B_3(Re_\tau) \xrightarrow{Re_\tau \rightarrow \infty} B_{3\infty}$. As for the layer $100 \leq y^+ \leq 0.1Re_\tau$, assuming that a logarithmic velocity profile $\partial\langle u \rangle^+/\partial y^+ = 1/(\kappa y^+)$ exists at least in this region together with an approximately constant Reynolds shear stress $-\langle u'v' \rangle^+ \approx 1$ leads to $B_2(Re_\tau) \approx 1/\kappa(\ln(0.1Re_\tau) - \ln(100))$, that is:

$$B_2(Re_\tau) \approx \frac{1}{\kappa} \ln(Re_\tau) + B_{2\infty} \quad (B_{2\infty} = -16.8 \text{ for } \kappa = 0.41). \quad (3.4)$$

The theoretical trends predicted for the functions $A(Re_\tau)$, $B(Re_\tau)$, $B_1(Re_\tau)$, $B_2(Re_\tau)$, $B_3(Re_\tau)$ and $C(Re_\tau)$ defined in (3.2) and (3.3) are in excellent agreement with both RANS models, as illustrated by figure 4. This is not a surprising result, because the construction of the RANS models involves the same assumptions as some of

the assumptions used here to analyse (3.2). However, different assumptions could be used for the study of (2.8), such as the existence of a power law rather than of a logarithmic law, because these assumptions are not needed to derive the decomposition (2.8) and have been invoked only when discussing the theoretical high-Reynolds-number trends of the decomposition. If a RANS model based on a power-law assumption was used, one may expect the results to be in agreement with a theoretical analysis of the trends of (2.8) based on a power-law assumption. This has however not been tested here because of the wide agreement on the existence of a logarithmic law in flat-plate boundary layers, and because RANS models are usually based on the logarithmic-law assumption, not on a power law.

The asymptotic trends of (3.2) predicted by theory and illustrated in figure 4 suggest that $C_{f,a}$, $C_{f,b,1}$ (part of $C_{f,b}$ corresponding to $0 \leq y^+ \leq 100$), $C_{f,b,3}$ (part of $C_{f,b}$ corresponding to $y/\delta \geq 0.1$) and $C_{f,c}$ behave proportionally to $C_f^{3/2}$ for $Re_\tau \rightarrow \infty$, while the dominant term $C_{f,b,2}$ behaves as C_f , consistent with figure 3. $C_{f,c}/C_f$ vanishes for $Re_\tau \rightarrow \infty$, contrary to the constant laminar efficiency. The almost invariant B_1 in figure 4 represents turbulent kinetic energy production in the buffer layer, which is the zone of largest contribution to $C_{f,b}$ at low Reynolds numbers, consistent with Orlandi & Jiménez (1994), but is dominated by the logarithmic layer (B_2) at high Reynolds numbers, whose increasing relative contribution to turbulent kinetic-energy production has been emphasized by Marusic *et al.* (2010) (see further discussions by Smits *et al.* (2011) and Jiménez (2013)).

The wall-normal decomposition of skin friction (2.8) is detailed in figure 5 with the non-dimensionalisation adopted in (3.2). The area below the premultiplied integrands of the normalised $C_{f,a}$, $C_{f,b}$ and $C_{f,c}$ in semi-logarithmic scale is proportional to the contribution to C_f . These areas represent the rate of heat gained by the fluid because of the strain rate of mean velocity, the rate of turbulent kinetic energy gained by the fluid by production and the rate of absolute-frame mean streamwise kinetic energy K_A gained by the fluid, respectively. The total area below all three integrands represents the mean power supplied by the wall to the fluid through skin friction in the absolute frame. Some of it is dissipated by viscous mean gradients (rate of heat gained by the fluid because of the strain rate of mean velocity) mostly near the wall. It is also dissipated by turbulent kinetic-energy production in the buffer layer and in the logarithmic layer (rate of turbulent kinetic energy gained by the fluid) during its diffusion in near-constant total shear-stress layers towards the wake region. In the wake region, further dissipation occurs (mainly into turbulent kinetic energy). The remaining mean streamwise kinetic energy K_A is gained by the fluid at a non-zero rate wherever the total shear stress varies, i.e. in particular in the wake region. Figure 5 illustrates the inner and outer-layer self-similarity (quasi-invariance of normalised integrands with respect to the Reynolds number). Contrasting with the overlapping areas of significant direct dissipation and rate of gain of K_A in the laminar case (figure 2), in the turbulent case there is a widening separation, when the Reynolds number increases, between direct dissipation, occurring mostly near the wall, and the rate of gain of K_A , a significant part of which occurs in the wake region. In between, the inner-scaled width of the logarithmic layer increases with Re_τ and results in the evolution of $B_2(Re_\tau)$ shown in figure 4. The logarithmic layer may be seen as a widening intermediate zone where the rate of gain of K_A is small (because the total shear stress is nearly constant) while K_A is dissipated during its diffusion towards the wake region, where the rate of gain of K_A is significant. This emphasizes the role of the logarithmic layer in the vanishing efficiency $C_{f,c}/C_f \xrightarrow{Re_\tau \rightarrow \infty} 0$ at which K_A is supplied to the fluid by the wall in the turbulent case, unlike its finite constant value in the laminar boundary layer.

4. On the relation between the generation of the turbulence-induced excess friction and turbulent kinetic-energy production in the logarithmic layer

Dividing (3.2) by $C_f \sqrt{C_f/2}$ and using the relation $\sqrt{C_f/2} = u_\tau/U_\infty$, the asymptotic trends obtained in § 3.2 lead to:

$$\sqrt{\frac{2}{C_f}} = U_\infty^+ \underset{Re_\tau \rightarrow \infty}{=} A_\infty + B_{1\infty} + \frac{1}{\kappa} \ln(Re_\tau) + B_{2\infty} + B_{3\infty} + C_\infty + o(1) \quad (4.1)$$

consistent with the Coles–Fernholz correlation for skin friction and with the logarithmic/wake outer law $\langle u \rangle^+ = 1/\kappa \ln(y^+) + \mathcal{B} + (\Pi/\kappa)W(y/\delta)$ assessed at $y = \delta$ (Nagib, Chauhan & Monkewitz (2007), where δ is specifically defined from the wake law, only here, and such that $\langle u \rangle(y = \delta) = U_\infty$, excluding definitions such as the 99 % thickness that may be considered in the rest of the paper).

The fact that a logarithmic friction law is obtained again illustrates the consistency of the decomposition (2.8) with assumptions made to analyse its integrands (e.g. logarithmic law). Any assumption can be made in the analysis of the decomposition (2.8), because no such assumption has been made to obtain (2.8). Moreover, the straightforward physical interpretation of the decomposition explains the close relation between the assumption (logarithmic growth of the inner-scaled turbulent kinetic-energy production contained within the logarithmic layer) and the resulting logarithmic friction law. On the contrary, it does not seem possible to the authors to predict a logarithmic friction law by inserting the assumption of the existence of a logarithmic layer into the FIK decomposition (1.7), especially because $C_{f,II}$ (1.7) does not explicitly involve the mean velocity profile.

Equation (4.1) is dominated by the behaviour of the production of turbulent kinetic energy in the logarithmic layer represented by $B_2(Re_\tau) \underset{Re_\tau \rightarrow \infty}{=} 1/\kappa \ln(Re_\tau) + B_{2\infty} + o(1)$, leading to $C_f/2 \underset{Re_\tau \rightarrow \infty}{\sim} (\kappa/\ln(Re_\tau))^2$, showing together with (3.2) and (3.3) that $C_{f,a}/C_f$, $C_{f,b,1}/C_f$, $C_{f,b,3}/C_f$ and $C_{f,c}/C_f$ vanish when $Re_\tau \rightarrow \infty$ whereas $C_f \underset{Re_\tau \rightarrow \infty}{\sim} C_{f,b} \underset{Re_\tau \rightarrow \infty}{\sim} C_{f,b,2}$.

As mentioned in the introduction, the turbulence-induced excess friction may be seen as the difference between the mean skin friction coefficient in the turbulent and in the laminar cases at the same Reynolds number Re_{def} (1.2). The turbulent and laminar boundary layers may be compared at the same Re_τ (chosen as Re_{def}). The friction coefficient in the laminar case is given by $C_{f,lam} = 5.34/Re_\tau^2$, as estimated from Schlichting (1968). From the previous conclusions (especially $C_{f,turb}/2 \underset{Re_\tau \rightarrow \infty}{\sim} (\kappa/\ln(Re_\tau))^2$), the turbulence-induced excess friction $\mathcal{E}\{C_f(Re_\tau)\}$ (1.2) becomes:

$$\mathcal{E}\{C_f(Re_\tau)\} \underset{Re_\tau \rightarrow \infty}{\sim} C_{f,turb}(Re_\tau) \underset{Re_\tau \rightarrow \infty}{\sim} C_{f,b}(Re_\tau) \underset{Re_\tau \rightarrow \infty}{\sim} C_{f,b,2}(Re_\tau). \quad (4.2)$$

This suggests that $\mathcal{E}\{C_f(Re_\tau)\}$ is directly equivalent at very high Reynolds numbers to $C_{f,b,2}$, representing turbulent kinetic-energy production in the logarithmic layer. Consequently, the relation between $\mathcal{E}\{C_f\}$ and $C_{f,b}$ (2.8) is direct. On the contrary, the largest term of the FIK decomposition (1.7), $C_{f,II}$, approximately amounts to only 80 % of $\mathcal{E}\{C_f\}$ (Deck *et al.* 2014), so that the relation between $\mathcal{E}\{C_f\}$ and $C_{f,II}$ is only indirect and involves $C_{f,III}$ (1.7). Since the behaviour of $C_{f,a}$, $C_{f,b,1}$, $C_{f,b,3}$ and $C_{f,c}$ (2.8) is approximately proportional to $C_f^{3/2}$ (see § 3.2), their contribution to $\mathcal{E}\{C_f\}$ becomes much smaller than the contribution from $C_{f,b,2}$ at very high Reynolds numbers. However, each of these terms is itself much larger than the laminar skin friction $C_{f,lam}$ at the same high value of Re_τ .

From an applicative point of view, the turbulence-induced excess friction should rather be considered by comparing the turbulent and laminar cases at the same Reynolds number Re_x based on the streamwise distance from the (possibly virtual) origin. The laminar coefficient $C_{f,lam} = 0.664/\sqrt{Re_x}$ decreases with Re_x much faster than the turbulent coefficient $C_{f,turb}$ (one can show that $C_{f,turb}/2 \underset{Re_x \rightarrow \infty}{\sim} (\kappa/\ln(Re_x))^2$, consistent with Monkewitz, Chauhan & Nagib (2007), by applying results of Nagib *et al.* (2007) to the $C_f(Re_\tau)$ law (4.1)). Since $C_{f,turb}(Re_x)$ dominates $C_{f,lam}(Re_x)$, one may conclude that $\mathcal{E}\{C_f(Re_x)\}$ (1.2) is equivalent to:

$$\mathcal{E}\{C_f(Re_x)\} \underset{Re_x \rightarrow \infty}{\sim} C_{f,turb}(Re_x) \underset{Re_x \rightarrow \infty}{\sim} C_{f,b}(Re_x) \underset{Re_x \rightarrow \infty}{\sim} C_{f,b,2}(Re_x) \quad (4.3)$$

showing again that the turbulence-induced excess friction at very high Reynolds numbers is associated with turbulent kinetic-energy production in the logarithmic layer. However, for the same reasons as with the $Re_{def} = Re_\tau$ reasoning, the other terms $C_{f,a}(Re_x)$, $C_{f,b,1}(Re_x)$, $C_{f,b,3}(Re_x)$ and $C_{f,c}(Re_x)$, even though negligible compared with $C_{f,b,2}(Re_x)$, dominate $C_{f,lam}(Re_x)$ at the same Re_x when $Re_x \rightarrow \infty$. This suggests the relevance of seeking a Reynolds-number definition other than Re_τ or Re_x to compare the laminar and turbulent values of C_f .

The turbulent and laminar cases may be considered at the same Reynolds number $Re_{\delta_a} = (U_\infty \delta_a)/\nu$ based on the direct dissipation thickness $\delta_a = 1/(\int_0^\infty (\partial(\langle u \rangle/U_\infty)/\partial y)^2 dy)$ defined by Hinze (1959). Having the same Re_{δ_a} is equivalent to having the same $C_{f,a} = 2/Re_{\delta_a}$ by definition of δ_a and of $C_{f,a}$ (2.8). Moreover, the ratio $C_{f,c}/C_{f,a}$ is constant in the laminar boundary layer, $C_{f,c,lam}/C_{f,a,lam} = 0.27$, as may be seen from the results of § 3.1. In the turbulent case, figure 4 suggests that this ratio has a finite high-Reynolds-number limit $C_{f,c,turb}/C_{f,a,turb} \underset{Re_\tau \rightarrow \infty}{\rightarrow} C_\infty/A_\infty \approx 0.35$. Consequently, in a

laminar or in a turbulent boundary layer at the same very high Re_{δ_a} , $C_{f,a}$ (2.8) is the same by definition, and $C_{f,c}$ (2.8) is of the same order of magnitude, because the constants 0.27 and 0.35 are of the same order of magnitude. The turbulent $C_{f,a}$ and $C_{f,c}$ are dominated by $C_{f,b}$ (2.8) and are comparable to $C_{f,a,lam}$ and to $C_{f,c,lam}$ at the same Re_{δ_a} . Consequently, $\mathcal{E}\{C_f(Re_{\delta_a})\}$ is close to $C_{f,b,turb}(Re_{\delta_a})$, and the difference between them ($\mathcal{E}\{C_f(Re_{\delta_a})\} - C_{f,b,turb}(Re_{\delta_a})$) does not dominate $C_{f,lam}(Re_{\delta_a})$, contrary to the comparisons for $Re_{def} = Re_\tau$ or Re_x . The comparison of the laminar and turbulent cases with the Reynolds-number definition $Re_{def} = Re_{\delta_a}$ suggests that the essential physical cause of the turbulence-induced excess friction is the total turbulent kinetic-energy production represented by $C_{f,b}$ (2.8), which is itself equivalent at high Reynolds numbers to the turbulent kinetic-energy production within the logarithmic layer, represented by $C_{f,b,2}$ (the difference $(C_{f,b,turb}(Re_{\delta_a}) - C_{f,b,2,turb}(Re_{\delta_a}))$ does not dominate $C_{f,lam}(Re_{\delta_a})$ either).

The established direct relation between $C_{f,b}$ (2.8) and $\mathcal{E}\{C_f\}$ addresses the issue identified in the introduction regarding the indirect relation between $C_{f,II}$ and $\mathcal{E}\{C_f\}$ by the FIK decomposition (1.7). The term $C_{f,III}$ of the FIK identity (1.7) is non-zero in spatially-developing flows and does not become negligible compared with $C_{f,II}$ at high Reynolds numbers (see Deck *et al.* 2014). In the present decomposition (2.8) on the contrary, $C_{f,b}$ dominates at high Reynolds numbers the other terms of the decomposition, including the non-zero $C_{f,c}$ term associated with spatial growth.

The dominant role played by the logarithmic-layer dynamics in mean skin friction generation predicted by the present decomposition (2.8) is consistent with the general importance of the logarithmic layer in high Reynolds-number wall-bounded turbulence studied and reviewed by Marusic *et al.* (2010), Smits *et al.* (2011) and Jiménez (2013)

among others. The present study quantifies for the first time the role of the logarithmic layer in the specific question of mean skin friction. The conclusions agree with the literature on high-Reynolds-number boundary layers, which focused on quantities such as total turbulent kinetic energy production or total turbulent dissipation, not on mean skin friction.

It should be noted that a very different conclusion is obtained from the FIK decomposition (1.7). The relative contribution of the logarithmic layer to the turbulence-induced excess friction at high Reynolds numbers may be assessed according to the FIK identity by decomposing $C_{f,II}$ (1.7). Indeed, Deck *et al.* (2014) showed that the turbulence-induced excess friction at high Reynolds number is approximately equal to $1.25 C_{f,II}$. This is a consequence of the ratio $(C_{f,I} + C_{f,II})/C_f$ being close to 0.8 in both the laminar and the high-Reynolds-number turbulent cases, as discussed by Deck *et al.* (2014), leading to $\mathcal{E}\{C_f(Re_\alpha)\} = C_{f,turb}(Re_\alpha) - C_{f,lam}(Re_\alpha) \approx \mathcal{G} \cdot C_{f,II}(Re_\alpha)$ with $\mathcal{G} \approx 1/0.8 = 1.25$ as already mentioned in the introduction. The turbulence-induced excess friction may consequently be related to $C_{f,II}$ only, in an indirect manner. The contribution $C_{f,II,2}$ of the zone $100 \leq y^+ \leq 0.1Re_\tau$ to $C_{f,II}$ (1.7) is defined as follows:

$$C_{f,II,2} = 4 \int_{100/Re_\tau}^{0.1} \frac{\langle -u'v' \rangle}{U_\infty^2} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right) d\left(\frac{y}{\delta}\right). \quad (4.4)$$

At high Reynolds numbers, assuming an almost constant Reynolds shear stress $-\langle u'v' \rangle \approx u_\tau^2$ within this zone, one may write, using the relation $C_f/2 = u_\tau^2/U_\infty^2$:

$$C_{f,II,2} \underset{Re_\tau \rightarrow \infty}{\approx} 4 \int_0^{0.1} \frac{u_\tau^2}{U_\infty^2} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right) d\left(\frac{y}{\delta}\right) = 0.19 C_f. \quad (4.5)$$

Besides, since $C_{f,I}$ is negligible compared with $C_{f,II}$ in the high-Reynolds-number turbulent boundary layer, the ratio $C_{f,II}/C_f$ is very close to $(C_{f,I} + C_{f,II})/C_f$, itself close to 0.8. From this result and (4.5), one concludes that the ratio $C_{f,II,2}/C_{f,II}$ is close to $0.19/0.8$ at high Reynolds numbers. The zone $100 \leq y^+ \leq 0.1Re_\tau$, whose lower and upper bounds coincide with values typically accepted to define the logarithmic-layer range, consequently contributes only approximately 24 % of $C_{f,II}$ (1.7) at high Reynolds numbers. Thus the FIK identity predicts that the logarithmic layer is responsible for only one quarter of the turbulence-induced excess friction at asymptotically high Reynolds numbers. The remaining three quarters are mostly contributed by the wake region (this is clearly suggested by figure 16 of Deck *et al.* (2014), with the premultiplied integrand of $C_{f,II}$ (1.7), $y/\delta \cdot F_R = 4y/\delta (\langle -u'v' \rangle / U_\infty^2) (1 - y/\delta)$, plotted in semi-logarithmic scales so that the relative contribution to $C_{f,II}$ is proportional to the area below the curve). The very different wall-normal distributions of the contributions to the turbulence-induced excess friction obtained using the FIK identity (1.7) and the present decomposition (2.8) are related to the significant difference between the linearly-weighted Reynolds shear-stress profile constituting the integrand of $C_{f,II}$ in the FIK relation (1.7) and the turbulent kinetic-energy production profile which is the integrand of $C_{f,b}$ in the present decomposition (2.8). The prediction from the FIK decomposition (1.7) that the logarithmic layer would contribute only one quarter of the turbulence-induced excess friction at high Reynolds numbers is not consistent with the well-established dominant role of the logarithmic-layer dynamics at high Reynolds numbers, contrary to the results obtained with the present decomposition (2.8). The straightforward

physical interpretation of the present relation (2.8) and the explicit representation of the spatial distribution of the physical phenomena by the integral of the quantities locally representing these phenomena is probably the key to the consistency between the predictions obtained and the known physical properties of high-Reynolds-number boundary layers. These advantages show the interest of the present decomposition as a complementary approach to the FIK identity.

In the presence of an inner-scaled very-near-wall flow control, a new inner law should arise, while the outer universal laws should not be modified. Considering which results of the discussion in § 3.2 are related to the inner law and which are related to the outer laws suggests that only A_∞ and $B_{1\infty}$ are affected in (4.1), and become $A_\infty + \Delta A_\infty$ and $B_{1\infty} + \Delta B_{1\infty}$. Because the control is assumed to be inner scaled, ΔA_∞ and $\Delta B_{1\infty}$ are Reynolds-number invariant. At the same Re_τ , U_∞^+ becomes $U_\infty^+ + \Delta U^+$, where $\Delta U^+ = \Delta A_\infty + \Delta B_{1\infty}$ is Reynolds-number invariant, a prediction from the present decomposition coinciding with the observed behaviour of inner-scaled roughness or riblets (Jiménez 2004; García-Mayoral & Jiménez 2011; Spalart & McLean 2011; Aupoix, Pailhas & Houdeville 2012; Bannier, Garnier & Sagaut 2015). Note that strictly speaking, the present decomposition (2.8) does not apply to a non-smooth wall, but it is compatible with blowing/suction. The predicted behaviour results in the decay of the relative friction reduction, as $\Delta U^+/U_\infty^+$ decreases with the Reynolds number, a very well-known property of inner scaled very-near-wall drag-reduction flow controls (see e.g. Spalart & McLean 2011; Aupoix *et al.* 2012). This suggests that a more dramatic impact on high-Reynolds-number friction could require changing the nature of the logarithmic term in (4.1), i.e. altering the logarithmic-layer dynamics, whereas only its amplitude (related to u_τ) is modulated by the buffer-layer dynamics modification with inner-scaled roughness or riblets. Applying the present decomposition (2.8) to drag reduction could suggest new strategies of flow control, in the same way as the FIK decomposition (1.7) has enabled significant achievements in this field (see e.g. Iwamoto *et al.* (2005) in high-Reynolds-number channel flows, Kametani & Fukagata (2011), Kametani *et al.* (2015) and Stroh *et al.* (2015) in spatially-developing boundary layers, as well as Bannier *et al.* (2015) with their extended FIK identity). Alternatively to the FIK strategy which focuses on the Reynolds shear-stress intensity, the present decomposition suggests that a flow control focusing on the turbulent kinetic-energy production level might be of interest. Reducing the Reynolds shear-stress intensity does reduce the turbulent kinetic energy production only if the mean velocity gradient is not significantly increased, showing the difference between both strategies. In that respect, the practical use of the FIK strategy is probably simpler than the present strategy, because measuring and controlling the Reynolds shear stress alone may be simpler than having to measure the mean velocity gradient as well, or having to measure the turbulent kinetic-energy production. The control should be focused mainly on the logarithmic layer rather than on the wake region or buffer layer at very high Reynolds numbers according to the present decomposition (2.8), an unsurprising result (although not obtained with the FIK identity) given the importance of the logarithmic-layer dynamics at high Reynolds numbers.

5. Conclusion and further discussion

Mean skin friction generation has been decomposed into physical phenomena across the whole profile of the incompressible, zero-pressure-gradient smooth-flat-plate boundary layer. The derivation is based on a mean streamwise kinetic-energy budget

in an absolute reference frame (attached to the undisturbed outer fluid) and enables a straightforward physical interpretation of the decomposition. Turbulent kinetic-energy production (the integrand of the $C_{f,b}$ (2.8) term) is identified as the local source of the turbulence-induced excess friction, i.e. the excess friction in the turbulent case compared with the laminar case (1.2). This contrasts with the usual focus on Reynolds shear stress resulting from the widely used FIK decomposition (1.7) by Fukagata *et al.* (2002), where this profile is weighted by a linear function (resembling no mean or turbulent profile in the boundary layer). On the contrary, the present decomposition focuses on turbulent kinetic-energy production, which may also be seen as the Reynolds shear-stress profile weighted by the mean velocity gradient. Furthermore, the FIK identity results from a complex derivation involving three integrations by parts of a momentum budget established in the usual wall reference frame, whereas the present decomposition is intuitively obtained by integrating only once over all wall distances the local energy budget (after splitting diffusive and dissipative terms) to obtain a global budget for the whole boundary-layer profile. Contrary to the FIK identity, the present decomposition explicitly takes into account the turbulent fluctuations even if they are located above the conventional boundary-layer edge $y = \delta$ (even if the latter contribution may be small, disregarding it would not be intellectually satisfying).

The Reynolds-number dependence of the decomposition is investigated in the laminar and turbulent cases (up to $Re_\tau = 10^8$) using DNS, WRLES and RANS data. It is consistently predicted by theory if assumptions on the phenomena involved are made (e.g. logarithmic-law assumption, which is not needed to derive the decomposition but can be invoked later in the analysis). It is suggested that high-Reynolds-number mean skin friction is dominated by turbulent kinetic-energy production within the logarithmic layer, contrasting with the low-Reynolds-number role of the buffer-layer dynamics. This result differs from the conclusions that may be drawn from the FIK identity, where the role of the wake region is larger than the logarithmic layer, the latter contributing only approximately a quarter of the high-Reynolds-number turbulence-induced excess friction. The difference is related to the different profiles of the linearly-weighted Reynolds shear stress involved in the FIK identity and of the turbulent kinetic-energy production involved in the present decomposition. The discrepancy between the contribution assessments obtained with the present and with the FIK identities may find an explanation in the fact that the FIK identity is essentially based on a momentum budget whereas the present decomposition relies on an energy budget and has a straightforward physical interpretation. The relative importance of a given turbulent fluctuation may vary if its contribution to energy is considered instead of its contribution to momentum. It may be added that obtaining a different friction breakdown when reasoning in energy or in momentum terms is reminiscent of the conclusions of Drela (2009), who emphasizes the different build-up of excrescence and interference drag obtained depending on whether it is based on energy dissipation or on forces. One may also note that considering energy rather than momentum makes sense for applications such as flow control and friction drag reduction where the control energy consumption and the engine fuel consumption are involved, showing the interest of the present new decomposition. Besides, Bannier *et al.* (2015) indicate that variants of the FIK identity may be obtained, for instance by integrating the momentum equation four times instead of three, leading to a different weighting of each zone of the boundary layer. This is reminiscent of the very mathematical nature of the derivation of the original FIK identity. It should be emphasized that the dominant role of the logarithmic layer

in mean skin friction predicted with the new decomposition (in contrast with the FIK decomposition) is consistent with the well-established general dominance of the logarithmic layer in high-Reynolds-number wall-bounded turbulence. For the first time, its contribution to mean skin friction is quantified, using the new decomposition in relating the properties of skin friction generation to the previous studies which typically focused on other quantities such as total turbulent kinetic-energy production or total turbulent dissipation. The direct relation between the turbulence-induced excess friction and the $C_{f,b}$ term of the new decomposition, representing turbulent kinetic energy production, is demonstrated. Because this term dominates the other terms of the decomposition at high Reynolds numbers, there is no issue similar to the difficulty encountered with the FIK identity in spatially-developing flows. Indeed, the $C_{f,III}$ term of the FIK identity, which is non-zero in spatially-developing flows, is not negligible compared with the $C_{f,II}$ term at high Reynolds numbers, thus making the relation between the turbulence-induced excess friction and the term $C_{f,II}$ of the FIK identity indirect, as demonstrated by Deck *et al.* (2014). In the present decomposition on the contrary, the $C_{f,c}$ (2.8) term, representing spatial growth, becomes negligible compared with $C_{f,b}$ at high Reynolds numbers. The decomposition is also generalised to the pressure gradient case, as well as to channel and pipe flows where it gives a totally different physical interpretation of the classical decomposition of pressure drop into dissipation sources.

It is suggested that similarly to the extensive and highly successful use of the FIK identity in the field of flow control, the present new decomposition may prove useful to devise new drag reduction strategies, all the more as it easily predicts the Reynolds-number evolution of the effect of an inner-scaled near-wall control. The turbulent kinetic energy production would be controlled, rather than the Reynolds shear stress, which is not equivalent since the mean velocity gradient may be modified by the control. This may be a drawback compared with the FIK strategy, because measuring and controlling the turbulent kinetic energy production term, or equivalently, adding the mean velocity gradient to the problem, could be more difficult than the simple Reynolds shear-stress focus motivated by the FIK identity. Thus, even though both identities are based on fundamentally different theoretical grounds, both may be of interest for flow control applications. Concerning the zones of focus, a strategy based on the present decomposition would control first the logarithmic layer at high Reynolds numbers, consistent with the known importance of this layer in the overall turbulent dynamics, whereas the wake region plays a more important role in the framework of the FIK decomposition. It is suggested that modifying the nature of the turbulent dynamics within the logarithmic layer might be needed to obtain a more dramatic drag reduction at high Reynolds numbers than what is achieved by inner scaled near-wall devices. Besides, considering in the present simple case the absolute-frame mean streamwise kinetic energy may also shed new light on the nature of the aeropropulsive benefits obtained when the propulsor of an aircraft is positioned so that it ingests the airframe boundary layer (a discussion of boundary-layer ingestion is included in the drag extraction study of Drela (2009), among several studies devoted to this aircraft engine configuration such as the work by Arntz & Atinault (2015)).

Coming back to the first question raised in the introduction, a key to understanding the high-Reynolds-number generation of the turbulence-induced excess friction might be the description of turbulent kinetic-energy production. The root cause of the turbulence-induced excess friction would consequently relate to the origin of turbulent kinetic-energy production, hence to the dynamics of Reynolds shear stress and mean velocity gradient. The problem may alternatively be addressed in terms of vorticity

dynamics, because of the relation between turbulent kinetic-energy production and vortex stretching occurring in a mean shear (discussed by Tennekes & Lumley (1972) among others). In any case, it is complex to identify a cause and its consequences. Note for instance that the mean velocity gradient is one of the ingredients for turbulent kinetic energy production, which itself plays a key role in mean skin friction generation, which is itself directly linked to the mean velocity gradient in the vicinity of the wall. In that respect, even though the present decomposition gives no definitive answer to the question of the origin of the turbulence-induced excess friction, it puts a new perspective on this problem.

Acknowledgements

The authors gratefully acknowledge the stimulating exchange with the editor and with the reviewers, especially the suggestion by one anonymous reviewer to consider (2.10). The authors also warmly thank A. Arntz and A. Bannier for fruitful discussions. The thesis of N. Renard is partly funded by DGA (French defence procurement agency).

Appendix A. Detailed derivation of the FIK decomposition (Fukagata *et al.* 2002)

The FIK identity is derived by Fukagata *et al.* (2002) for an incompressible zero-pressure-gradient flat-plate boundary-layer flow, starting from the mean streamwise momentum budget, assuming spanwise statistical homogeneity and a uniformly zero mean streamwise pressure gradient, leading to the following equation:

$$\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} + \bar{I}_x = \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} - \langle u'v' \rangle \right), \quad (\text{A } 1)$$

where \bar{I}_x is defined by (1.6). The instantaneous streamwise velocity is assumed to vanish at the smooth wall ($u(y=0)=0$), and a blowing/suction control is not excluded. Equation (A 1) is integrated with respect to the wall distance twice from 0 to y and a third time from 0 to the boundary-layer thickness δ :

$$\begin{aligned} & \int_0^\delta \left(\int_0^y \left(\int_0^{y_1} \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} + \bar{I}_x \right) dy_2 \right) dy_1 \right) dy \\ &= \int_0^\delta \left(\int_0^y \left(\int_0^{y_1} \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} - \langle u'v' \rangle \right) dy_2 \right) dy_1 \right) dy. \end{aligned} \quad (\text{A } 2)$$

The third integral of the left-hand side of this equation is transformed by integration by parts whereas the first integral of the right-hand side is evaluated with the condition $u'(y=0)=0$ (implied by the assumption $u(y=0)=0$):

$$\begin{aligned} & \underbrace{\left[(y-\delta) \left(\int_0^y \left(\int_0^{y_1} \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} + \bar{I}_x \right) dy_2 \right) dy_1 \right) \right]_{y=0}}_{=0} \\ & - \int_0^\delta (y-\delta) \left(\int_0^y \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} + \bar{I}_x \right) dy_2 \right) dy \\ &= \int_0^\delta \left(\int_0^y \left(v \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}(y_1) - v \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}(0) - \langle u'v' \rangle(y_1) \right) dy_1 \right) dy. \end{aligned} \quad (\text{A } 3)$$

The third integral of the left-hand side is again transformed by integration by parts, the second integral of the viscous term of the right-hand side is evaluated with the condition $u(y=0)=0$, and the third integral of the turbulent term of the right-hand side is transformed by integration by parts:

$$\begin{aligned}
& - \underbrace{\left[\frac{(y-\delta)^2}{2} \left(\int_0^y \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} + \bar{I}_x \right) dy_2 \right) \right]_{y=0}}_{=0}^{y=\delta} + \int_0^\delta \frac{(y-\delta)^2}{2} \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} + \bar{I}_x \right) dy \\
& = \int_0^\delta \nu \langle u \rangle dy - \nu \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}(0) \frac{\delta^2}{2} + \underbrace{\left[(y-\delta) \int_0^y -\langle u'v' \rangle(y_1) dy_1 \right]_{y=0}}_{=0}^{y=\delta} \\
& + \int_0^\delta (y-\delta) \langle u'v' \rangle dy. \tag{A 4}
\end{aligned}$$

This equation is rearranged and the Reynolds number $Re_\delta = \delta U_\infty / \nu$ and displacement thickness $\delta_1 = \int_0^\delta (1 - \langle u \rangle / U_\infty) dy$ are introduced to obtain the FIK decomposition of the friction coefficient C_f defined in (1.1):

$$\begin{aligned}
C_f = & \underbrace{\frac{4(1 - \delta_1/\delta)}{Re_\delta}}_{C_{f,I}} + \underbrace{4 \int_0^1 \frac{\langle -u'v' \rangle}{U_\infty^2} \left(1 - \frac{y}{\delta} \right) d\left(\frac{y}{\delta}\right)}_{C_{f,II}} \\
& + \underbrace{2 \int_0^1 - \left(1 - \frac{y}{\delta} \right)^2 \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} + \bar{I}_x \right) \frac{\delta}{U_\infty^2} d\left(\frac{y}{\delta}\right)}_{C_{f,III}}, \tag{A 5}
\end{aligned}$$

where \bar{I}_x is defined by (1.6).

Appendix B. A short route to the present decomposition

The present decomposition of mean skin friction, (2.8), may be derived in a very quick way illustrated here. The total shear stress defined as $\tau/\rho = \nu(\partial \langle u \rangle / \partial y) - \langle u'v' \rangle$ is differentiated with respect to y , then multiplied by $(\langle u \rangle - U_\infty)$, and finally integrated by parts over y from 0 to infinity:

$$\int_0^\infty (\langle u \rangle - U_\infty) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau}{\rho} \right) dy = \left[(\langle u \rangle - U_\infty) \frac{\tau}{\rho} \right]_0^\infty - \int_0^\infty \frac{\tau}{\rho} \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} dy. \tag{B 1}$$

Assuming $u(y=0)=0$ and splitting the viscous and turbulent contributions to the total shear stress in the right-hand side integral leads to:

$$\begin{aligned}
\int_0^\infty (\langle u \rangle - U_\infty) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau}{\rho} \right) dy = & U_\infty \nu \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}(y=0) - \int_0^\infty \nu \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right)^2 dy \\
& - \int_0^\infty -\langle u'v' \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} dy. \tag{B 2}
\end{aligned}$$

Non-dimensionalising the equation by $U_\infty^3/2$ and grouping together the three integrals leads to (2.8) for the mean skin friction coefficient C_f defined in (1.1):

$$C_f = \underbrace{\frac{2}{U_\infty^3} \int_0^\infty \nu \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right)^2 dy}_{C_{f,a}} + \underbrace{\frac{2}{U_\infty^3} \int_0^\infty -\langle u' v' \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} dy}_{C_{f,b}} + \underbrace{\frac{2}{U_\infty^3} \int_0^\infty (\langle u \rangle - U_\infty) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau}{\rho} \right) dy}_{C_{f,c}}. \quad (\text{B } 3)$$

This route to the present decomposition of skin friction is very simple, in contrast with the derivation of the FIK identity detailed in appendix A. The operations involved in this quick mathematical derivation could be guessed when trying to establish a link between skin friction and the turbulent kinetic-energy production within the boundary layer. Indeed, the possibility that such a relation might exist was suggested by DeGraaff & Eaton (2000), but they considered only the order of magnitude of the terms and did not include the $C_{f,c}$ term. No exact quantitative decomposition was reached by DeGraaff & Eaton (2000), as mentioned in the introduction. The interpretation of the three terms of the present decomposition in terms of simple physical processes and the rigorous motivation of the derivation are best understood in an absolute reference frame. This is the reason why a somewhat longer and mathematically more complex route has been adopted in § 2 in comparison with the present short route. In the absolute reference frame considered in § 2, the decomposition simply is the global form of a mean streamwise kinetic-energy budget written within the boundary-layer equations framework. It should be noted that the present derivation does not resort to the boundary-layer hypothesis, contrary to its physical interpretation (§ 2) and to the motivation of the chosen definition of the total shear stress.

Appendix C. Generalization to three other classes of wall-bounded flows

Section 2 is generalised here to other classes of geometrically-simple incompressible flows with the same wall conditions and the same assumptions, especially regarding statistical time stationarity in the wall reference frame and statistical homogeneity in the spanwise direction (or circumferential direction in the pipe flow).

C.1. Flat-plate boundary layer with pressure gradient

In the flat-plate boundary layer with pressure gradient, the friction coefficient is defined from the local free-stream velocity as follows:

$$C_f(x=x_0) = \frac{\nu \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}(x_0, y=0)}{1/2 U_\infty^2(x_0)}. \quad (\text{C } 1)$$

In the usual reference frame attached to the wall, the mean streamwise momentum equation from the boundary-layer equations reads:

$$\frac{\overline{D} \langle u \rangle}{\overline{D} t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_0}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau}{\rho} \right), \quad (\text{C } 2)$$

where p_0 is the free-stream pressure and $\tau/\rho = \nu(\partial \langle u \rangle / \partial y) - \langle u' v' \rangle$ is the total shear stress. A coincident absolute reference frame is associated with x_0 . In this inertial

reference frame, which is moving along x at the constant velocity $U_\infty(x_0)$, the free-stream streamwise velocity vanishes at $x = x_0$, and one defines a mean streamwise kinetic energy,

$$K_A(x_0; x, y) = \frac{1}{2}(\langle u \rangle(x, y) - U_\infty(x_0))^2 \quad (\text{C } 3)$$

whose evolution is obtained by multiplying the momentum equation (C 2) by $(\langle u \rangle(x, y) - U_\infty(x_0))$:

$$\frac{\overline{DK}_A(x_0; x, y)}{\overline{Dt}} = -\frac{\langle u \rangle(x, y) - U_\infty(x_0)}{\rho} \frac{\partial p_0}{\partial x} + (\langle u \rangle(x, y) - U_\infty(x_0)) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau}{\rho} \right). \quad (\text{C } 4)$$

This budget is integrated over all wall distances and non-dimensionalised to obtain a decomposition of mean skin friction in the same manner as in § 2:

$$\begin{aligned} C_f(x_0) = & \underbrace{\frac{2}{U_\infty^3(x_0)} \int_0^\infty \nu \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right)^2 dy}_{C_{f,a}} + \underbrace{\frac{2}{U_\infty^3(x_0)} \int_0^\infty -\langle u'v' \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} dy}_{C_{f,b}} \\ & + \underbrace{\frac{2}{U_\infty^3(x_0)} \int_0^\infty (\langle u \rangle - U_\infty(x_0)) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau}{\rho} \right) dy}_{C_{f,c}} \end{aligned} \quad (\text{C } 5)$$

$$C_{f,c} = \frac{2}{U_\infty^3(x_0)} \int_0^\infty \frac{\overline{DK}_A(x_0; x, y)}{\overline{Dt}} dy - \frac{\delta_1(x_0)}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2(x_0)} \frac{\partial p_0}{\partial x}, \quad (\text{C } 6)$$

where the last term of (C 4) has been split, before the integration providing (C 5), into a diffusive term (whose integral gives the overall C_f) and a dissipative term, the latter term being itself split into a viscous (giving $C_{f,a}$) and a turbulent (giving $C_{f,b}$) contribution. δ_1 is the displacement thickness defined as $\delta_1 = \int_0^\infty (1 - \langle u \rangle/U_\infty) dy$ (see Hinze 1959). Even though (C 5) is similar to the zero-pressure-gradient case (2.8), it does include the effect of the mean pressure-gradient power, as emphasized by the equivalent way of writing $C_{f,c}$ given in (C 6). The physical interpretation, relying on the notion of coincident reference frame, is not as obvious as in the zero-pressure-gradient case. However, the extension to the non-zero pressure gradient is rooted to the zero-pressure-gradient decomposition which has a clear physical interpretation.

C.2. Channel flow

In a channel of height $2H$ with statistical streamwise homogeneity of the velocity field (including for a possible wall blowing/suction) and statistically symmetrical walls, the mean streamwise momentum equation in the usual (wall) reference frame is:

$$\frac{\overline{D}\langle u \rangle}{\overline{Dt}} = 0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_w}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} - \langle u'v' \rangle \right), \quad (\text{C } 7)$$

where p_w is the mean wall pressure, obtained because $(\partial/\partial y)(\partial \langle p \rangle/\partial x)$ uniformly vanishes, as seen by deriving with respect to x the mean wall-normal momentum equation and invoking the statistical streamwise homogeneity of the velocity field. Note also that $\langle v \rangle$ uniformly vanishes because of the statistical homogeneity along x and z , the statistical symmetry of the walls and the continuity equation. The skin friction coefficient $C_f = (\nu(\partial \langle u \rangle/\partial y)(y=0))/(U_b^2/2)$ is defined from the bulk velocity

$U_b = 1/H \int_0^H \langle u \rangle dy$. In the usual frame, the mean skin friction power vanishes (still walls), whereas the mean pressure gradient develops an average power at the bulk velocity U_b . This power is related to direct and turbulent dissipation in the flow (Laadhari 2007). This is viewed differently in an inertial reference frame (B) moving at the bulk velocity U_b towards $x > 0$. In frame (B), the mean mass flux is by definition zero and the mean pressure gradient power consequently vanishes. On the other hand, the walls are moving in frame (B) at $-U_b$ along x_B . Reference frame (B) plays a role similar to the absolute reference frame considered in the case of spatially-developing boundary layers, but these frames are different since U_b is not the equivalent in the channel case of U_∞ in the boundary layer. The budget of mean streamwise kinetic energy $K_B = (\langle u \rangle - U_b)^2/2$ in frame (B) is obtained by multiplying the momentum equation (C7) by $(\langle u \rangle - U_b)$:

$$\frac{\overline{DK}_B}{\overline{Dt}} = 0 = -(\langle u \rangle - U_b) \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_w}{\partial x} + (\langle u \rangle - U_b) \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} - \langle u'v' \rangle \right). \quad (\text{C } 8)$$

Similarly to the flat-plate case, this energy budget is integrated over all wall distances (i.e. the channel half height since the walls are statistically symmetrical) and non-dimensionalised, leading to the following decomposition of mean skin friction:

$$C_f = \underbrace{\frac{2}{U_b^3} \int_0^H \nu \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right)^2 dy}_{C_{f,a}} + \underbrace{\frac{2}{U_b^3} \int_0^H -\langle u'v' \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} dy}_{C_{f,b}} + C_{f,c} \quad (\text{C } 9)$$

$$\begin{aligned} C_{f,c} &= \underbrace{\frac{2}{U_b^3} \int_0^H \frac{\overline{DK}_B}{\overline{Dt}} dy}_{=0} - \underbrace{\frac{2}{U_b^3} \int_0^H (U_b - \langle u \rangle) \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_w}{\partial x} dy}_{=0} \\ &= \frac{2}{U_b^3} \int_0^H (\langle u \rangle - U_b) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau}{\rho} \right) dy = 0, \end{aligned} \quad (\text{C } 10)$$

where $\tau/\rho = \nu(\partial \langle u \rangle / \partial y) - \langle u'v' \rangle$ is the total shear stress, and the last term of (C8) has been split, before the integration providing (C9), into a diffusive term (whose integral gives C_f) and a dissipative term, the latter term being itself split into a viscous (giving $C_{f,a}$) and a turbulent (giving $C_{f,b}$) contribution. C_f represents the mean power supplied in frame (B) by the wall to the fluid through skin friction. It is transformed into heat by direct dissipation ($C_{f,a}$) and into turbulent kinetic energy by production ($C_{f,b}$). None is gained as mean streamwise kinetic energy because of statistical streamwise homogeneity and statistical time stationarity (in the wall reference frame and also in frame (B) as a consequence of the absence of spatial growth) and because the mean wall-normal velocity is zero. The mean pressure drop develops zero power because the mean mass flux vanishes in frame (B). These two facts result in $C_{f,c} = 0$. Because of the global equilibrium between turbulent production and turbulent dissipation in the channel flow, and because mean skin friction and the mean pressure drop are related by the momentum balance, (C9) coincides with the well-known relation between the mean pressure drop and dissipation (viscous and turbulent) obtained in the usual reference frame. The novelty of equations (C9) and (C10) is the unusual physical interpretation in frame (B) which they illustrate. The coincidence between the final relations obtained in both frames in the channel-flow

case explains the similarity between some figures of Laadhari (2007) and the present figure 4 although they describe different phenomena. One especially striking similarity is that Laadhari (2007) concludes that the logarithmic friction in a turbulent channel flow is related to the logarithmic evolution of the total turbulent dissipation within the channel profile.

The decomposition obtained here coincides with a well-known identity for channel flows which significantly differs from the FIK decomposition for a channel flow (Fukagata *et al.* 2002). The weight of the Reynolds shear-stress profile (mean velocity gradient) is indeed significantly different from the linear weight in the FIK decomposition (Fukagata *et al.* 2002).

C.3. Pipe flow

The case of a circular pipe of axis x and radius R is derived like the channel flow with the same assumptions (§ C.2). The mean streamwise momentum equation in the usual (wall) reference frame is:

$$\frac{\overline{D}\langle u_x \rangle}{\overline{D}t} = \langle u_x \rangle \frac{\partial \langle u_x \rangle}{\partial x} + \langle u_r \rangle \frac{\partial \langle u_x \rangle}{\partial r} = 0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_w}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \left(\nu \frac{\partial \langle u_x \rangle}{\partial r} - \langle u'_x u'_r \rangle \right) \right), \quad (\text{C } 11)$$

where $\langle u_r \rangle$ uniformly vanishes because of the statistical streamwise and circumferential homogeneity and the continuity equation (note that the fact that the wall condition must respect the statistical circumferential homogeneity implies that the additional statistical symmetry condition for the walls of the channel (C.2) is not needed in the pipe-flow case). The bulk velocity $U_b = 1/(\pi R^2) \int_0^R \langle u_x \rangle 2\pi r dr$ is used to define the mean skin friction coefficient $C_f = (-\nu(\partial \langle u_x \rangle / \partial r)(r=R))/(U_b^2/2)$. Frame (B) is the inertial reference frame moving at the bulk velocity U_b towards $x > 0$, so that the mean mass flux in this frame vanishes, together with the average power of the mean pressure gradient. The mean streamwise kinetic energy in frame (B) is $K_B = (\langle u_x \rangle - U_b)^2/2$, whose budget is:

$$\frac{\overline{D}K_B}{\overline{D}t} = 0 = -(\langle u_x \rangle - U_b) \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_w}{\partial x} + (\langle u_x \rangle - U_b) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \left(\nu \frac{\partial \langle u_x \rangle}{\partial r} - \langle u'_x u'_r \rangle \right) \right). \quad (\text{C } 12)$$

Defining $\tau/\rho = \nu(\partial \langle u_x \rangle / \partial r) - \langle u'_x u'_r \rangle$, the last term may be split into diffusive and dissipative terms:

$$(\langle u_x \rangle - U_b) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\tau}{\rho} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r (\langle u_x \rangle - U_b) \frac{\tau}{\rho} \right) - \frac{\partial \langle u_x \rangle}{\partial r} \frac{\tau}{\rho}. \quad (\text{C } 13)$$

Integrating over the pipe cross-section this energy budget and non-dimensionalising the result leads to the decomposition of mean skin friction in the case of a pipe flow:

$$C_f = \underbrace{\frac{2}{U_b^3} \frac{1}{2\pi R} \int_0^R \nu \left(\frac{\partial \langle u_x \rangle}{\partial r} \right)^2 2\pi r dr}_{C_{f,a}} + \underbrace{\frac{2}{U_b^3} \frac{1}{2\pi R} \int_0^R -\langle u'_x u'_r \rangle \frac{\partial \langle u_x \rangle}{\partial r} 2\pi r dr}_{C_{f,b}} + C_{f,c}, \quad (\text{C } 14)$$

$$C_{f,c} = \underbrace{\frac{2}{U_b^3} \frac{1}{2\pi R} \int_0^R \frac{\overline{D}K_B}{\overline{D}t} 2\pi r dr}_{=0} - \underbrace{\frac{2}{U_b^3} \frac{1}{2\pi R} \int_0^R (U_b - \langle u_x \rangle) \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_w}{\partial x} 2\pi r dr}_{=0}, \quad (\text{C } 15)$$

$$C_{f,c} = \frac{2}{U_b^3} \frac{1}{2\pi R} \int_0^R (\langle u_x \rangle - U_b) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\tau}{\rho} \right) 2\pi r dr = 0. \quad (\text{C } 16)$$

The physical interpretation of this decomposition is identical to the one proposed for the channel flow in §C.2. The same comment on the coincidence with a well-known identity which has a very different physical interpretation applies. The weight of the Reynolds shear-stress profile (mean velocity gradient) again significantly differs from the linear weight in the FIK decomposition for a pipe flow (Fukagata *et al.* 2002).

REFERENCES

- ADEYINKA, O. B. & NATERER, G. F. 2004 Modeling of entropy production in turbulent flows. *Trans. ASME J. Fluids Engng* **126**, 893–899.
- ARNTZ, A. & ATINAULT, O. 2015 Exergy-based performance assessment of a blended wing-body with boundary-layer ingestion. *AIAA J* **53** (12), 3766–3776.
- ARNTZ, A., ATINAULT, O. & MERLEN, A. 2015 Exergy-based formulation for aircraft aeropropulsive performance assessment: theoretical development. *AIAA J.* **53** (6), 1627–1639.
- AUPOIX, B. 2010 Couches Limites Bidimensionnelles Compressibles. Descriptif et Mode d'emploi du Code CLICET – Version 2010. *Tech Rep.* RT 1/117015 DMAE. Onera.
- AUPOIX, B., PAILHAS, G. & HOUEVILLE, R. 2012 Towards a general strategy to model riblet effects. *AIAA J.* **50** (3), 708–716.
- AUPOIX, B. & SPALART, P. R. 2003 Extensions of the Spalart–Allmaras turbulence model to account for wall roughness. *Intl J. Heat Fluid Flow* **24**, 454–462.
- BALAKUMAR, B. J. & ADRIAN, R. J. 2007 Large- and very-large-scale motions in channel and boundary-layer flows. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* **365**, 665–681.
- BANNIER, A., GARNIER, E. & SAGAUT, P. 2015 Riblet flow model based on an extended FIK identity. *Flow Turbul. Combust.* **95** (2), 351–367.
- COUSTEIX, J. 1989 *Aérodynamique. Turbulence et couche limite*, Cepadues Editions.
- DECK, S., RENARD, N., LARAUFIE, R. & WEISS, P.-E. 2014 Large scale contribution to mean wall shear stress in high Reynolds number flat plate boundary layers up to $Re_\theta = 13\,650$. *J. Fluid Mech.* **743**, 202–248.
- DEGRAFF, D. B. & EATON, J. K. 2000 Reynolds number scaling of the flat plate turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* **422**, 319–346.
- DESTARAC, D. 2003 Far-field/near-field drag balance and applications of drag extraction in CFD. In *CFD-Based Aircraft Drag Prediction and Reduction*, VKI Lecture Series, pp. 1–65. Von Karman Inst. for Fluid Dynamics.
- DRELA, M. 2009 Power balance in aerodynamic flows. *AIAA J.* **47** (7), 1761–1771.
- EITEL-AMOR, G., ÖRLÜ, R. & SCHLATTER, P. 2014 Simulation and validation of a spatially evolving turbulent boundary layer up to $Re_\theta = 8300$. *Intl J. Heat Fluid Flow* **47**, 57–69.
- FUKAGATA, K., IWAMOTO, K. & KASAGI, N. 2002 Contribution of Reynolds stress distribution to the skin friction in wall-bounded flows. *Phys. Fluids* **14** (11), 73–76.
- GARCÍA-MAYORAL, R. & JIMÉNEZ, J. 2011 Drag reduction by riblets. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* **369**, 1412–1427.
- GEORGE, W. K. 2006 Recent advancements toward the understanding of turbulent boundary layers. *AIAA J.* **44** (11), 2435–2449.
- HINZE, J. O. 1959 *Turbulence: An Introduction to its Mechanism and Theory*. McGraw-Hill.
- IWAMOTO, K., FUKAGATA, K., KASAGI, N. & SUZUKI, Y. 2005 Friction drag reduction achievable by near-wall turbulence manipulation at high Reynolds numbers. *Phys. Fluids* **17**, 011702.
- JIMÉNEZ, J. 2004 Turbulent flows over rough walls. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **36**, 173–196.
- JIMÉNEZ, J. 2013 Near-wall turbulence. *Phys. Fluids* **25**, 101302.
- JONES, W. P. & LAUNDER, B. E. 1972 The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *Intl J. Heat Mass Transfer* **15** (2), 301–314.
- KAMETANI, Y. & FUKAGATA, K. 2011 Direct numerical simulation of spatially developing turbulent boundary layers with uniform blowing or suction. *J. Fluid Mech.* **681**, 154–172.

- KAMETANI, Y., FUKAGATA, K., ÖRLÜ, R. & SCHLATTER, P. 2015 Effect of uniform blowing/suction in a turbulent boundary layer at moderate Reynolds number. *Intl J. Heat Fluid Flow* **55**, 132–142.
- LAADHARI, F. 2007 Reynolds number effect on the dissipation function in wall-bounded flows. *Phys. Fluids* **19**, 038101,1–4.
- MARUSIC, I., MATHIS, R. & HUTCHINS, N. 2010 High Reynolds number effects in wall turbulence. *Intl J. Heat Fluid Flow* **31**, 418–428.
- MEHDI, F., JOHANSSON, T. G., WHITE, C. M. & NAUGHTON, J. W. 2014 On determining wall shear stress in spatially developing two-dimensional wall-bounded flows. *Exp. Fluids* **55**, 1656,1–9.
- MICHEL, R., QUÉMARD, C. & DURANT, R. 1969 Application d'un schéma de longueur de mélange à l'étude des couches limites turbulentes d'équilibre. Note Technique 154. ONERA.
- MONKEWITZ, P. A., CHAUHAN, K. A. & NAGIB, H. M. 2007 Self-consistent high-Reynolds-number asymptotics for zero-pressure-gradient turbulent boundary layers. *Phys. Fluids* **19**, 115101,1–12.
- NAGIB, H. M., CHAUHAN, K. A. & MONKEWITZ, P. A. 2007 Approach to an asymptotic state for zero pressure gradient turbulent boundary layers. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* **365**, 755–770.
- ORLANDI, P. & JIMÉNEZ, J. 1994 On the generation of turbulent wall friction. *Phys. Fluids* **6**, 634–641.
- POPE, S. B. 2000 *Turbulent Flows*. Cambridge University Press.
- SCHLATTER, P. & ÖRLÜ, R. 2010 Assessment of direct numerical simulation data of turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* **659**, 116–126.
- SCHLICHTING, H. 1968 *Boundary-Layer Theory*. McGraw-Hill.
- SILLERO, J. A., JIMENEZ, J. & MOSER, R. D. 2013 One-point statistics for turbulent wall-bounded flows at Reynolds numbers up to $\delta^+ \approx 2000$. *Phys. Fluids* **25**, 105102.
- SILLERO, J. A., JIMENEZ, J. & MOSER, R. D. 2014 Two-point statistics for turbulent boundary layers and channels at Reynolds numbers up to $\delta^+ \approx 2000$. *Phys. Fluids* **26**, 105109.
- SMITS, A. J., MCKEON, B. J. & MARUSIC, I. 2011 High-Reynolds number wall turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **43**, 353–375.
- SPALART, P. R. & MCLEAN, J. D. 2011 Drag reduction: enticing turbulence, and then an industry. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* **369**, 1556–1569.
- SREENIVASAN, K. R. 1995 The energy dissipation in turbulent shear flows. In *Symposium on Developments in Fluid Dynamics and Aerospace Engineering* (ed. S. M. Deshpande, A. Prabhu, K. R. Sreenivasan & P. R. Viswanath), pp. 159–190. Interline Publishers.
- STROH, A., FROHNAPFEL, B., SCHLATTER, P. & HASEGAWA, Y. 2015 A comparison of opposition control in turbulent boundary layer and turbulent channel flow. *Phys. Fluids* **27**, 075101.
- TENNEKES, H. & LUMLEY, J. L. 1972 *A First Course in Turbulence*. MIT Press.
- TOUBIN, H. & BAILLY, D. 2015 Development and application of a new unsteady far-field drag decomposition method. *AIAA J.* **53** (11), 3414–3429.
- VAN DER VOOREN, J. & DESTARAC, D. 2004 Drag/thrust analysis of jet-propelled transonic transport aircraft; Definition of physical drag components. *Aerosp. Sci. Technol.* **8**, 545–556.

En complément à l'article, quelques remarques relatives aux bilans classiques exposés dans le chapitre 1 peuvent être émises. Soulignons tout d'abord que le terme $C_{f,b}$ (6.2) est bien lié à la production d'énergie cinétique turbulente, dont l'action sur l'énergie cinétique moyenne longitudinale dans le référentiel lié à la paroi est soulignée par l'équation (1.54), et non pas à la dissipation turbulente et à une création irréversible d'entropie. En raison de la croissance spatiale de la couche limite, la production globale d'énergie cinétique turbulente ne coïncide en effet pas avec la dissipation turbulente globale, comme souligné par l'équation (1.63).

De plus, la nouvelle identité présentée dans l'article repose sur un bilan d'énergie cinétique moyenne longitudinale dans un référentiel différent du référentiel lié à la paroi habituellement retenu pour ce bilan, ce qui modifie fondamentalement le sens de ce bilan. En particulier, il y a dans le référentiel absolu, contrairement au référentiel habituel lié à la paroi (§1.2.5.5), diffusion d'énergie cinétique moyenne longitudinale dans le référentiel absolu de la paroi vers le haut de la couche limite à gradient de pression nul. En effet, le flux d'énergie cinétique moyenne longitudinale dans le référentiel absolu, $-\langle u_A \rangle \tau / \rho = (U_\infty - \langle u \rangle) \tau / \rho$, défini de sorte à ce qu'il soit positif lorsqu'il est orienté selon les y croissants (*i.e.* de la paroi vers l'extérieur de la couche limite), est positif dans la couche limite à gradient de pression nul (de plus, il s'annule à l'extérieur de la couche limite et prend sa valeur maximale à la paroi¹).

Rappelons le bilan global d'énergie cinétique moyenne longitudinale dans le référentiel lié à la paroi, à gradient de pression nul et pour une paroi lisse imperméable avec condition d'adhérence (1.56), faisant intervenir l'épaisseur d'énergie cinétique δ_3 (1.58) et le coefficient de dissipation C_D (1.57) :

$$\frac{d\delta_3}{dx} = 2C_D \quad (6.3)$$

Le bilan dans le référentiel lié à la paroi ne fait pas apparaître le frottement moyen pariétal, car ce dernier ne travaille pas (immobilité de la paroi dans ce référentiel). En revanche, dans le référentiel absolu la paroi est en mouvement, et le bilan peut être exploité pour décomposer le frottement moyen pariétal, ou plus exactement la puissance qu'il développe. Les deux bilans sont toutefois liés par la présence dans chacun d'entre eux des termes de dissipation directe (visqueuse) et de production d'énergie cinétique turbulente, qui sont identiques dans les deux référentiels :

$$C_{f,a} + C_{f,b} = 2C_D \quad (6.4)$$

1. On obtient que le flux d'énergie cinétique moyenne longitudinale dans le référentiel absolu $(U_\infty - \langle u \rangle) \tau / \rho$ est maximal à la paroi en supposant que la valeur du cisaillement total à la paroi coïncide avec sa valeur maximale, par exemple en supposant que le cisaillement total est constant selon y près de la paroi.

Points clés :

- **Nouvelle décomposition du frottement moyen pariétal :**
 - Décomposition en fonction de **contributions** à chaque **distance** de la **paroi**, comme l'identité **FIK** (5.7)
 - Repose sur un **bilan d'énergie cinétique moyenne longitudinale** dans un référentiel lié au fluide extérieur non perturbé par la présence de la paroi (**référentiel absolu**)
 - **Dérivation** mathématiquement **simple**
 - **Interprétation** directe en termes de processus **physiques** locaux clairement identifiés
 - **Pondération** du profil de **tension croisée de Reynolds** consistante avec un phénomène physique (**production d'énergie cinétique turbulente**), contrairement à la pondération linéaire obtenue dans l'identité FIK (5.7)
 - Le **terme** associé à la **croissance spatiale** de la couche limite, $C_{f,c}$ (6.2), devient **négligeable** devant $C_{f,b}$ (6.2) à grand nombre de Reynolds, contrairement au comportement problématique du terme $C_{f,III}$ de l'identité FIK (5.7)
 - Les **fluctuations** situées **au-dessus** de la **frontière** conventionnelle de la couche limite ($y > \delta$) sont **directement prises en compte** dans la nouvelle décomposition, contrairement à l'identité FIK

- **Excès de frottement moyen induit par la turbulence à grand nombre de Reynolds :**
 - La comparaison avec le cas laminaire montre que l'**excès de frottement** est directement **lié** au terme $C_{f,b}$ (6.2), et donc à la **production d'énergie cinétique turbulente**
 - La production d'énergie cinétique turbulente dans la **zone logarithmique** joue un **rôle dominant à grand nombre de Reynolds**
 - L'identité FIK attribue en revanche à la zone logarithmique seulement un quart environ de l'excès de frottement induit par la turbulence
 - Les deux **approches** sont **complémentaires**. Une explication possible des différences significatives entre les conclusions obtenues tient au fait qu'une approche (FIK) repose essentiellement sur un bilan de quantité de mouvement tandis que l'autre (nouvelle décomposition) est basée sur un bilan d'énergie et possède une interprétation physique directe

- **Perspectives**
 - **Révision** envisageable de l'**analyse** du **chapitre 5** à l'aide de la nouvelle identité
 - La **zone interne** prend **davantage d'importance** avec la nouvelle identité \hookrightarrow Nécessité de bases de données **très bien résolues**, y compris **près de la paroi**
 - Lenteur de l'évolution de la décomposition du frottement avec le nombre de Reynolds \hookrightarrow Nécessité de bases de données à encore **plus grand nombre de Reynolds**
 - La faible **contribution** au **frottement** moyen de la part **modélisée** de la tension croisée de Reynolds en **WMLES** évaluée à l'aide de l'identité FIK (§5.6) pourrait être revue à la hausse dans le cadre de la nouvelle décomposition
 - Prédiction aisée du comportement de certaines stratégies de **réduction de traînée** de frottement \hookrightarrow Application au **contrôle** envisageable, centrée sur la **nature** de la **dynamique** de la zone **logarithmique**
 - Nouveau **point de vue** sur la **génération** du frottement moyen pariétal, basé sur des phénomènes physiques connus, mais n'en explique pas les **causes premières** \hookrightarrow **Origine** de la **production d'énergie cinétique turbulente**? **Interaction** entre les dynamiques turbulentes de chaque **zone** de la couche limite?

Quatrième partie

Vitesse de convection turbulente et analyse spectrale dans une couche limite en développement spatial

Développement d'une méthode d'évaluation spectrale de la vitesse de convection adaptée aux écoulements en développement spatial

« En essayant continuellement on finit par réussir. Donc : plus ça rate, plus on a de chances que ça marche. »

- Les Shadoks -

L'analyse de la base de données WRLES présentée dans les chapitres 4 et 5 a mis en valeur l'importance de l'évaluation de la vitesse de convection pour estimer les propriétés spatiales de la couche limite dans la direction longitudinale (x) à partir de signaux temporels enregistrés en un point donné de la couche limite, la croissance spatiale ne permettant pas l'évaluation directe de spectres selon x ([177]). Au sens strict, l'hypothèse de turbulence gelée de Taylor [308] recourt à la vitesse moyenne en guise de vitesse de convection, fournissant des résultats satisfaisants en turbulence homogène isotrope. Toutefois, des choix plus appropriés sont envisageables dans le cas de la turbulence pariétale. Pour les études de couche limite discutées dans ce manuscrit, une première optimisation possible de la vitesse de convection, basée sur une maximisation de la corrélation deux points - deux temps des signaux, a été expérimentée par Laraufie [170], [65].

Toutefois, l'étude des différentes échelles de longueur des fluctuations turbulentes à partir de signaux temporels peut être affinée si la dépendance de la vitesse de convection par rapport à l'échelle de longueur des fluctuations est prise en compte, en particulier pour les grandes échelles ([72]). Une première motivation de l'étude spectrale de la vitesse de convection est donc l'amélioration de la reconstruction de spectres spatiaux à partir d'informations temporelles. Un tel exercice semble possible dans la couche limite canonique, y compris pour les plus grandes structures cohérentes, comme vérifié par Dennis et Nickels [74]. De plus, l'information de vitesse de convection peut compléter la description des sites spectraux énergétiques, en donnant un premier aperçu de la dynamique des structures cohérentes. del Álamo et Jiménez [72] soulignent en particulier que la cohérence d'une structure associée à un site spectral énergétique suppose que la vitesse de convection soit relativement uniforme au sein de ce site.

De très nombreux exemples d'évaluation de la vitesse de convection sont rencontrés dans la littérature, par des méthodes variées, reposant par exemple sur l'identification de vortex ([116]). L'analyse envisagée de la présente base de données nécessite une méthode d'estimation de la vitesse de convection en fonction de l'échelle de longueur longitudinale des fluctuations turbulentes. Cette méthode doit de plus être adaptée à des signaux temporels de durée finie extraits d'écoulements en développement spatial. L'hypothèse de Taylor n'étant pas parfaitement vérifiée en turbulence pariétale, la méthode d'estimation de la vitesse de convection devrait de plus offrir un potentiel d'interprétation de la valeur obtenue en présence d'écarts à l'hypothèse de Taylor.

La méthode de del Álamo et Jiménez [72], dont on trouve des exemples d'utilisation récente (e.g. [260]), présente certaines des caractéristiques recherchées, comme discuté en détail dans l'article inclus ci-après. Toutefois, cette méthode n'est pas adaptée au cas d'un écoulement en développement spatial. De plus, elle repose sur l'utilisation de données spectrales (modes de Fourier) qui ne sont pas disponibles dans le cadre de signaux temporels de durée finie. Une nouvelle méthode d'estimation spectrale de la vitesse de convection a donc été développée¹, adaptée au développement spatial de la couche limite ainsi qu'à la nature des signaux disponibles, comme détaillé dans l'article inclus ci-après, qui expose dans le *Journal of Fluid Mechanics* les résultats de cette étude. La dérivation de la vitesse de convection repose sur l'équation de convection suivante :

$$\frac{1}{C} \partial_t u + \partial_x u = 0 \quad (7.1)$$

Les fluctuations de vitesse longitudinale (notées ici u) ne vérifient pas nécessairement cette équation de manière parfaite, quelle que soit la valeur de C . On cherche donc la valeur C_u de la vitesse C telle que le carré du résidu de l'équation (7.1) soit minimisé, i.e. C_u minimise $\mathcal{D}(C) = \frac{E\left(\left(\frac{1}{C} \partial_t u + \partial_x u\right)^2\right)}{E((\partial_x u)^2)}$, et l'on obtient alors l'égalité suivante :

$$C_u = - \frac{E\left((\partial_t u)^2\right)}{E(\partial_t u \partial_x u)} \quad (7.2)$$

L'analyse spectrale de signaux temporels de durée finie par estimation de leur densité spectrale de puissance, déjà présentée dans les sections 4.3.4 et 5.5.1, permet alors d'exprimer les espérances mises en jeu comme des intégrales sur la fréquence. En restreignant ces intégrales à des bandes de fréquence de largeur infiniment petite, on introduit alors l'estimation suivante de la vitesse de convection $U_c(f)$ associée aux fluctuations de fréquence f des signaux temporels :

$$U_c(f) = - \frac{2\pi f S_{uu}(f)}{\text{Im}(S_{u \partial_x u}(f))} \quad (7.3)$$

qui dépend donc de l'échelle de longueur des fluctuations turbulentes par le biais de la relation de dispersion $2\pi f = -U_c(f) k_x$.

L'article qui suit présente en détail cette nouvelle méthode d'estimation et illustre la reconstruction du spectre spatial à partir de signaux temporels dans le cas de la base de données présentée dans le chapitre 4, à $Re_\theta = 13\,000$. La discussion théorique de la nouvelle méthode fait de plus apparaître une interprétation de la vitesse de convection globale (représentant toutes les échelles de longueur) en termes de maximisation d'une micro-échelle turbulente dans un référentiel convecté. Soulignons également que cette discussion et l'illustration proposée montrent que la vitesse de convection globale proposée coïncide avec la vitesse de convection basée sur une maximisation de la corrélation deux points - deux temps (déjà utilisée par Laraufie [170], [65]), qui est une définition couramment rencontrée dans les études expérimentales.

1. Cette nouvelle méthode est en partie inspirée par des suggestions de del Álamo et Jiménez [72].

On the scale-dependent turbulent convection velocity in a spatially developing flat plate turbulent boundary layer at Reynolds number $Re_\theta = 13\,000$

Nicolas Renard¹ and Sébastien Deck^{1,†}

¹ONERA, The French Aerospace Lab, F-92190 Meudon, France

(Received 15 September 2014; revised 24 February 2015; accepted 19 May 2015)

The scale-dependent turbulent convection velocity of streamwise velocity fluctuations resolved by large eddy simulation is investigated for the first time across the whole profile of a zero-pressure-gradient spatially developing smooth flat plate boundary layer at $Re_\theta = 13\,000$. The high Reynolds number and streamwise heterogeneity constraints motivate the derivation of a dedicated new method to assess the frequency-dependent convection velocity from time signals and their local streamwise derivative, using estimates of power spectral densities (PSDs). This method is inspired by del Álamo & Jiménez (*J. Fluid Mech.*, vol. 640, 2009, pp. 5–26), who treated a lower Reynolds number channel flow with a method suited to spectral direct numerical simulations of streamwise homogeneous flows. Reconstruction of the streamwise spectrum from the time spectrum using the scale-dependent convection velocity is illustrated and compared with classical strategies. The new method inherently includes not only the assessment of the validity of Taylor's hypothesis, whose trend is remarkably consistent with theoretical predictions by Lin (*Q. Appl. Maths*, vol. X(4), 1953, 154–165), but also the definition of a global convection velocity accounting for any arbitrary frequency band. This global velocity is shown to coincide with a correlation-based method widely used in experiments. In addition to the mathematical least-squares definition of this velocity, new interpretations based on the flow physics and turbulent micro time scales are presented. Further, the group velocity is assessed and its relation to convection is discussed.

Key words: turbulent boundary layers, turbulent convection, turbulent flows

1. Introduction

1.1. *Motivation to study the scale-dependent turbulent convection velocity in high Reynolds number boundary layers*

High Reynolds number wall-bounded turbulence is ubiquitous in engineering and environmental applications. For increasing Reynolds numbers, the separation between the smallest near-wall and the largest outer length scales becomes larger (see

[†] Email address for correspondence: sebastien.deck@onera.fr

Smits, McKeon & Marusic 2011; Jiménez 2012; Deck *et al.* 2014b), resulting in greater complexity of the turbulent mechanisms and in challenges in experimental resolution (see e.g. Hutchins *et al.* 2009) and in computational time and data storage requirements for numerical studies (see Chapman 1979; Piomelli & Balaras 2002; Choi & Moin 2012 and Deck *et al.* 2014a among others). Consequently, some questions are still open regarding the dynamics of wall-bounded turbulence at asymptotically high Reynolds numbers (Marusic *et al.* 2010; Smits *et al.* 2011; Jiménez 2012, 2013). A deeper scientific understanding of these mechanisms could foster the improvement of turbulence models alleviating the cost of high-fidelity numerical simulations of wall-bounded flows.

Whereas the largest scales visible at low Reynolds numbers are packets of hairpins (see Adrian, Meinhart & Tomkins 2000), in high Reynolds number zero-pressure-gradient boundary layers, very large-scale motions up to 15 boundary layer thicknesses long, also called superstructures, are identified as an outer energy site in the streamwise velocity spectra (Hutchins & Marusic 2007; Vincenti *et al.* 2013) located near the geometric centre of the logarithmic layer. The superstructures have a strong influence and footprint on the smaller-scale dynamics down to the wall (Mathis, Hutchins & Marusic 2009; Marusic, Mathis & Hutchins 2010; Mathis, Hutchins & Marusic 2011; Mathis *et al.* 2013; Talluru *et al.* 2014) and significantly contribute to Reynolds shear stress (see e.g. Ganapathisubramani, Longmire & Marusic 2003; Marusic & Hutchins 2005; Balakumar & Adrian 2007) and to mean wall shear stress (Deck *et al.* 2014b). Since the detection of superstructures at high Reynolds numbers relies on the streamwise velocity signal, a more thorough analysis of the latter might facilitate further investigation of the turbulent dynamics. Further, the superstructures and high-Reynolds-number-specific properties of the outer layer differ between academic wall-bounded flows such as flat plate boundary layers, channel flow and pipe flow (see Jiménez *et al.* 2010; Marusic *et al.* 2010; Smits *et al.* 2011; Lee & Sung 2013). Because of its relevance with respect to external aerodynamics, the spatially developing zero-pressure-gradient boundary layer is retained for the present study.

Considering streamwise velocity fluctuations immediately raises the question of the streamwise length scale of the associated coherent motions, which may be represented by the streamwise wavelength λ_x of the signal. However, the spatial growth of the boundary layer implies that a coherent motion observed at a given point in time does not correspond to the turbulent physics characterized by a unique Reynolds number, because the head of the coherent motion is located at a higher Reynolds number than its tail. If one attempts to compute a streamwise spectrum from the streamwise signal, both effects of the spatial growth of the boundary layer and of the turbulent fluctuations are mixed, and a correction of the results is required in order to remove the spatial growth trend (see e.g. Jiménez *et al.* 2010). The spectrum is still computed from fluctuations pertaining to a range of Reynolds numbers around the considered location, potentially mixing different physics, especially when considering the longest length scales. Alternatively, if the flow is statistically stationary in time, the streamwise organization of a turbulent fluctuation at one Reynolds number may be deduced from the time signal at the exact corresponding streamwise location. This relies on the assumption that the dynamics of a coherent motion is dominated by convection during its travel across the considered streamwise location, consistent with Taylor's frozen turbulence hypothesis (see Moin 2009).

The first motivation to assess the convection velocity is consequently to reconstruct a fictitious streamwise organization of the turbulent fluctuations at a unique Reynolds

number from time signals at the corresponding location. This is specific to spatially developing flows. Since turbulent fluctuations are segregated according to their scale, the estimation of convection velocity should include its length scale dependence. Monty & Chong (2009) have shown this to be necessary for reconstruction of a streamwise spectrum from a time spectrum. A scale-dependent convection velocity $U_c(\lambda_x)$ also provides a first level of description of the temporal dynamics of the coherent motions of a given length scale, i.e. the speed at which they travel downstream. As emphasized by del Álamo & Jiménez (2009), a large eddy may remain coherent during a significant time only if the convection velocities of the top and the foot of the eddy are close to each other. Hence the study of the convection velocities may be helpful in determining whether or not two spectral energy sites are associated with a unique kind of coherent motion. Moreover, this may also be a tool to assess the physical soundness of the resolved fluctuations in the development of wall-modelled large eddy simulation strategies. The present study of the convection velocity of the streamwise velocity fluctuations in the boundary layer is motivated by the possibility of recovering spatial information from time information in spatially developing wall-bounded turbulent flows, and the opportunity to enhance the analysis of their dynamics and modelling.

Strictly speaking, relating the time and streamwise derivatives to each other by Taylor's frozen turbulence hypothesis assumes that the turbulent convection velocity coincides with the local Reynolds-averaged streamwise velocity. This approximation of the convection velocity is much better in homogeneous isotropic turbulence than in the presence of mean shear such as in a boundary layer (see Fisher & Davies 1963). Indeed, the interaction between vorticity and mean shear provokes the time evolution of the turbulent structures. Moreover, mean shear results in a difference of velocity between the top and the foot of a given coherent motion, an effect that obviously depends on the vertical extent of the coherent motion. In addition to the effect of mean shear, other deviations from Taylor's hypothesis stem from high turbulent intensity levels, the presence of other turbulent structures in the vicinity, and the contribution of significant viscous effects (Fisher & Davies 1963), all being possible in a boundary layer.

Lin (1953) analytically estimated the order of magnitude of the terms that are neglected when assuming Taylor's hypothesis, and concluded that the validity of the frozen turbulence hypothesis in a boundary layer decreases nearer the wall and for larger length scales. However, the experiments of Dennis & Nickels (2008) have shown that it is possible to reconstruct streamwise structures of a length scale up to the very large-scale motions from a temporal signal by means of Taylor's hypothesis. Since this is predicted by Lin (1953) to be the worst case (as superstructures involve the largest known length scales in the boundary layer and they have a near-wall footprint), information on a wavelength-dependent convection velocity in the boundary layer seems physically relevant. The discussion by Dennis & Nickels (2008) also suggests the importance of assessing the validity of Taylor's hypothesis. A few more studies have been devoted to better understanding of the validity of Taylor's hypothesis in shear flows. Zaman & Hussain (1981) conclude that the convection process describes well the evolution of one isolated vortex, but is not as good when two vortices are in close interaction. Piomelli, Balint & Wallace (1989) present a detailed computation of the order of magnitude of the terms that may be responsible for departure from Taylor's hypothesis, which they conclude is valid above the buffer layer in channel and boundary layer flows at moderate Reynolds numbers.

Consequently, a scale-dependent value $U_c(\lambda_x)$ of the convection velocity for which the validity of Taylor's hypothesis is as good as possible is sought, which may be

different from the mean velocity (see Fisher & Davies 1963). An estimation of the validity of the frozen turbulence hypothesis is simultaneously sought. Some of the turbulent convection velocity datasets available in the literature are first reviewed in the next section.

1.2. A short literature review of convection velocity datasets in turbulent shear flows

The present non-exhaustive review focuses on advection of a hydrodynamic nature (as opposed to acoustic waves), mainly using methods that are in some way connected with the new method presented in this study. A statistically stationary and planar flow spatially developing along the streamwise coordinate x is considered (e.g. a boundary layer). The mathematical expectation $E(a)$ of a quantity a may be obtained by averaging in the statistically homogeneous spanwise (z) and time (t) directions, and by averaging over several independent realizations of the same turbulent flow. The expectation E consequently verifies the axioms of a Reynolds average, and more specifically commutes with the time and space (in all directions) derivation. Two streamwise convection problems are said to be dual if one may be obtained from the other by swapping time t and the streamwise coordinate x . For instance, a method suited to a (time) stationary and spatially developing flow may be associated with a dual method that is suited to a spatially homogeneous (along x) and potentially non-stationary (in time) flow. In the latter case, the mathematical expectation E does not rely on time averaging. The flow will be studied at only one wall distance y and one streamwise location x one at a time, i.e. one (y, x) value at a time, so that the results will implicitly depend on the parameters y and x . The advected entity varies from one study to the other: wall shear stress (Hutchins *et al.* 2011), pressure fluctuations (Choi & Moin 1990), velocity components and vorticity (Kim & Hussain 1993; Buxton, de Kat & Ganapathisubramani 2013; Atkinson, Buchmann & Soria 2015), identified vortices (Carlier & Stanislas 2005; Elsinga *et al.* 2012; LeHew, Guala & McKeon 2013, with statistics on the dispersion of the convection velocity), steep variations of the streamwise velocity, sweeps and ejections (Krogstad, Kaspersen & Rimestad 1998). The following study focuses on streamwise velocity, which is easily measured in experiments and makes the superstructures clearly visible. This signal may be easily decomposed into scales, for instance by means of the Fourier transform, so that it is possible to consider a frequency-dependent or wavenumber-dependent convection velocity.

Inputs and outputs in the assessment of the convection velocity of streamwise velocity fluctuations in shear flows are displayed in table 1, covering some of the most striking studies in the literature, both experimental and numerical, with a special emphasis on boundary layers. Only the streamwise length scale is considered here, even though the dependence on the spanwise length scale is sometimes addressed, for example by Kim & Hussain (1993) and del Álamo & Jiménez (2009). The streamwise velocity fluctuation $u(x, t) = U(x, t) - \langle U(x, t) \rangle$ is defined from the Reynolds average $\langle \cdot \rangle$, where the dependence on y and z is omitted. If the fluctuation is exactly convected at the convection velocity U_c , the following equation holds:

$$\partial_t u + U_c \partial_x u = 0, \quad (1.1)$$

where $U_c > 0$ corresponds to a convection towards $x > 0$.

From table 1, it appears that even though many studies have been devoted to the topic, including studies of boundary layers, there is no available dataset, to the authors' knowledge, of the scale-dependent convection velocity of streamwise

Reference	Flow	Max. Re	Inv.	N_y	Signal	Method	Output	Inter.
Fisher & Davies (1963)	RJ	n/a	EXP	3	(t)	$\max_{\Delta x} R_{uu}(\Delta x, \tau)$	$U_c(\tau)$ $U_c(\tau, f)$	yes
Wills (1964)	RJ	n/a	EXP	3	(x, t)	$\max_{\Delta x} R_{uu}(\Delta x, \tau)$ $\max_C \int_{-\infty}^{\infty} R_{uu}(C\tau, \tau) d\tau$ $\max_C S_{uu}(k_x, f = -k_x C / (2\pi))$	$U_c(\tau)$ U_c $U_c(k_x)$ $S_{uu}(k_x, U_c)$	yes
Favre, Gaviglio & Dumas (1967)	APGTBL	$Re_\theta = 8700$	EXP	4	(x, t)	$\max_\tau R_{uu}(\Delta x, \tau)$	$U_c(\Delta x)$ $U_c(\lambda_x)$	yes
Blackwelder (1977)	ZPGTBL	$Re_\theta = 2500$	EXP	1	(t)	$\max_\tau \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(x, t+s)u(x+\Delta x, t+s+\tau) ds$ $\min_\tau \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} (u(x, t+s) - u(x+\Delta x, t+s+\tau))^2 ds$	$U_c(\Delta x, t)$ $\langle U_c \rangle$	no
Goldschmidt, Young & Ott (1981)	PJ	$Re_D = 10^4$	EXP	C	(t)	$\max_\tau R_{uu}(\Delta x, \tau)$	U_c $U_c(f)$	no
Kim & Hussain (1993)	C	$Re_\tau = 180$	DNS	C	(x)	$\max_{\Delta x} R_{uu}(\Delta x, \tau)$	$U_c(k_x, \tau)$	yes
Romano (1995)	C	$Re_\tau = 306$	EXP	3	(t)	$\max_\tau R_{uu}(\Delta x, \tau)$ $U_c(f) = -\frac{2\pi f \Delta x}{\arg(S_{u(x)u(x+\Delta x)}(f))}$	$U_c(\Delta x)$ $U_c(\Delta x, f)$	no

TABLE 1. Continued on next page.

Krogstad <i>et al.</i> (1998)	ZPGTBL	$Re_\theta = 1409$	EXP	10	(t)	$\max_\tau R_{uu}(\Delta x, \tau)$	$U_c(\Delta x)$	no
del Álamo & Jiménez (2009)	C	$Re_\tau = 1900$	DNS	C	(k_x, ∂_t)	$U_c(k_x) = -\frac{\text{Im} \left(E(\hat{u}^*(k_x) \partial_t \hat{u}(k_x)) \right)}{k_x E(\hat{u}^*(k_x) \hat{u}(k_x))}$ $\min_C E \left((\partial_t u + C \partial_x u)^2 \right)$	$U_c(k_x)$ U_c	yes
Chung & McKeon (2010)	C	$Re_\tau = 200\,000$	WMLES	6	(x, t)	$\int_{-\infty}^{k_x/(2\pi)} \int_{-\infty}^{\infty} S_{uu} \left(\frac{k'_x}{2\pi}, f' \right) df' \frac{dk'_x}{2\pi}$ $= \int_f^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{uu} \left(\frac{k'_x}{2\pi}, f' \right) \frac{dk'_x}{2\pi} df'$	$U_c(k_x)$	yes
Davoust & Jacquin (2011)	RJ	$Re = 2.14 \times 10^5$	EXP	C	(∂_x, t)	Real part of principal direction of spectral covariance matrix of $\partial_t u$ and $\partial_x u$ (principal component analysis)	$U_c(f)$	no
LeHew, Guala & McKeon (2011)	ZPGTBL	$Re_\tau = 470$	EXP	3	(x, t)	Ridge line of $S_{uu}(k_x, f)$ $U_c(k_x) = -\frac{2\pi \int_{-\infty}^{\infty} f S_{uu}(k_x, f) df}{k_x \int_{-\infty}^{\infty} S_{uu}(k_x, f) df}$	$U_c(k_x)$	yes
						(from del Álamo & Jiménez 2009)		
Lee & Sung (2011)	ZPGTBL	$Re_\theta = 2400$	DNS	7	(x, t)	$\max_{\Delta x} R_{uu}(\Delta x, \tau)$	U_c	yes

TABLE 1. (cntd) Continued on next page.

de Kat <i>et al.</i> (2012)	ZPGTBL	$Re_\tau = 2700$	EXP	1	(x)	$U_c(k_x) = -\frac{\arg(S_{u(t)u(t+\tau)}(k_x))}{k_x \tau}$	PDF($U_c(k_x)$)	no
Buxton <i>et al.</i> (2013)	PSL	$Re_\lambda = 260$	EXP	C	(x)	$\max_{\Delta x} R_{uu}(\Delta x, \tau)$ $U_c(k_x) = -\frac{\arg(\hat{u}(k_x, t + \tau)) - \arg(\hat{u}(k_x, t))}{k_x \tau}$	$U_c(\tau)$ PDF($U_c(k_x)$)	no
Atkinson <i>et al.</i> (2015)	ZPGTBL	$Re_\theta = 2250$	EXP	12	(x, t)	$\max_{\Delta x} R_{uu}(\Delta x, \tau)$ $U_c(k_x) = -\frac{\arg(S_{u(t)u(t+\tau)}(k_x))}{k_x \tau}$	U_c $U_c(k_x)$	no
Present paper	ZPGTBL	$Re_\theta = 13\,000$	ZDES	C	(∂_x, t)	$\min_C E \left(\left(\frac{1}{C} \partial_t u + \partial_x u \right)^2 \right)$ $U_c(f) = -\frac{2\pi f \times S_{uu}(f)}{\text{Im}(S_{u\partial_x u}(f))}$	$U_c(f)$ U_c	yes
		$Re_\tau = 3600$						

TABLE 1 (cntd). Assessment of the convection velocity U_c of the streamwise velocity fluctuations in shear flows. Flow: ZPGTBL, zero pressure gradient turbulent boundary layer; APTGTBL, adverse pressure gradient turbulent boundary layer; C, channel; RJ, round jet; PJ, plane jet; PSL, plane shear layer. Inv. (investigation): EXP, experiment; DNS, direct numerical simulation; LES, large eddy simulation; WMLES, wall-modelled large eddy simulation; ZDES, zonal detached eddy simulation. N_y : number of stations across the shear profile where U_c is provided; C, whole shear profile covered with a fine discretization. Signal: t , time signal available; x , spatial signal; ∂_t , time derivative of the signal available; ∂_x , spatial derivative available; f , time Fourier modes available; k_x , streamwise Fourier modes available. Output: U_c , global convection velocity; $U_c(f)$, frequency-dependent convection velocity; $U_c(k_x)$, wavenumber-dependent convection velocity; PDF(U_c), probability density function of U_c , $S_{uu}(k_x, U_c)$ time-space power spectral density (PSD) expressed as a function of k_x and U_c . Inter. (interpretation): available interpretation of the value of U_c even when Taylor's hypothesis is not strictly valid.

velocity fluctuations through the whole profile (rather than at a limited number of wall distances) of a zero-pressure-gradient boundary layer at a Reynolds number as high as that of the present study ($Re_\theta = 13\,000$). One of the reasons is the cost of the numerical simulation of developing boundary layers. To the authors' knowledge, the current highest Reynolds number ranges achieved, based on the momentum thickness θ , are $Re_\theta = 13\,320$ – $15\,489$ (a relatively short Reynolds number range) for the direct numerical simulation of a compressible $M_\infty = 2$ boundary layer by Pirozzoli & Bernardini (2013), $Re_\theta = 2780$ – 6650 for an incompressible boundary layer DNS (direct numerical simulation) by Sillero *et al.* (2011), $Re_\theta = 180$ – 8300 for a very well-resolved incompressible WRLES (wall-resolved large eddy simulation) by Eitel-Amor, Örlü & Schlatter (2014), and $Re_\theta = 3060$ – $13\,650$ for a WRLES by Deck *et al.* (2014b) at such a low Mach number that it may be considered incompressible. The latter simulation is used in the present study. The choice of a method to assess the convection velocity is discussed in the next section.

1.3. Need for a new spectral method to assess the convection velocity in spatially developing flows

In the following, the existing methods to investigate the scale-dependent convection velocity in spatially developing flows such as boundary layers are discussed, showing the need for a new method.

One class of methods relies on the maximization of the two-point two-time correlation of the streamwise velocity fluctuations (thoroughly discussed by Fisher & Davies 1963; Wills 1964; Favre *et al.* 1967). The result indirectly depends on the streamwise length scale of the fluctuation through the choice of the spatial or temporal separation before maximizing the correlation, since only the structures that have the longest life time (i.e. the largest ones) are taken into account when a large separation is retained. A direct assessment of the scale dependence is, however, greatly preferable. This may be obtained by band-pass filtering the signals (see e.g. Fisher & Davies 1963; Wills 1964; Favre *et al.* 1967; Goldschmidt *et al.* 1981; Kim & Hussain 1993). However, the phase of the signals must be rigorously preserved by the filter and aliasing should also be avoided (Goldschmidt *et al.* 1981). To circumvent these difficulties, an intrinsically spectral method is preferred.

In a flow that is statistically homogeneous along x , stationary in time and when highly resolved data are available, a spectral convection velocity can be assessed from the frequency–wavenumber spectrum. Considering the space–time Fourier transform $\hat{u}(k_x/(2\pi), f)$ of $u(x, t)$,

$$\hat{u}\left(\frac{k_x}{2\pi}, f\right) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u(x, t) \exp(-i(2\pi ft + k_x x)) \, dt \, dx, \quad (1.2)$$

$$u(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{u}\left(\frac{k_x}{2\pi}, f\right) \exp(i(2\pi ft + k_x x)) \, df \, \frac{dk_x}{2\pi}, \quad (1.3)$$

with the sign convention for the advection equation given in (1.1), the dispersion relation is

$$2\pi f = -U_c k_x. \quad (1.4)$$

The convection velocity is assessed from frequency–wavenumber spectra in Wills (1964), Choi & Moin (1990), del Álamo & Jiménez (2009), Chung & McKeon (2010) and LeHew *et al.* (2011), among others. Even though these methods inherently

include scale dependence, they may not be retained here, because the spatial growth of the boundary layer is an obstacle to the computation of a streamwise spectrum. Reconstructing the latter without corrections for the spatial growth is precisely one of the motivations for the convection velocity estimation. Methods relying on frequency–wavenumber spectra are also limited by the required data storage in both time and space, especially at high Reynolds numbers. This motivates methods based on spectral data along only one direction (time or space). In the literature, such methods are often applied to the dual case when streamwise signals are available at a very limited number of points in time (e.g. in non-time-resolved PIV experiments). Because of the spatial growth of the boundary layer, we presently focus on the case of time signals available at a very limited number of streamwise points in the vicinity of the Reynolds number station considered.

One classical method relies on the phase of the signals; see Romano (1995) in the present case, de Kat *et al.* (2012) and Atkinson *et al.* (2015) in the dual case of streamwise signals at two points in time. The phase $\Phi_u(x, f)$ is defined modulo 2π (for continuity) from the Fourier transform $\hat{u}(x, f)$ of the time signals:

$$\hat{u}(x, f) = \int_{-\infty}^{\infty} u(x, t) \exp(-i2\pi ft) dt \Leftrightarrow u(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{u}(x, f) \exp(i2\pi ft) df, \quad (1.5)$$

$$u(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} |\hat{u}(x, f)| \exp(i(\Phi_u(x, f) + 2\pi ft)) df. \quad (1.6)$$

If a dispersion relation $2\pi f = -U_c(f) k_x$ holds rigorously, non-zero-energy Fourier modes (k_x, f) verify $k_x = k_x(f)$. This implies that all fluctuations are rigorously advected at the velocity $U_c(f)$ with no variation from one event to the other. Comparing (1.3) with (1.6) then leads to

$$\Phi_u(x, f) = k_x(f)x + \Phi_0(f) = -\frac{2\pi f}{U_c(f)}x + \Phi_0(f), \quad (1.7)$$

and for signals at two points separated in the streamwise direction by Δx ,

$$U_c(f) = -\frac{2\pi f \Delta x}{\Phi_u(x + \Delta x, f) - \Phi_u(x, f)}. \quad (1.8)$$

However, the result fluctuates between independent realizations of the flow (see its probability density function in de Kat *et al.* 2012 together with the average value). Averaged results are alternatively provided by the cross-PSD of the time signals:

$$S_{u(x)u(x+\Delta x)}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{u(x)u(x+\Delta x)}(\tau) \exp(-i2\pi f\tau) d\tau, \quad (1.9)$$

where $R_{u(x)u(x+\Delta x)}(\tau) = E(u(x, t)u(x + \Delta x, t + \tau))$. If the flow is homogeneous along x and if $U_c(f)$ does not fluctuate, so that the phase difference $\Phi_u(x + \Delta x, f) - \Phi_u(x, f) = \Delta\Phi_u(\Delta x, f)$ is always the same, then

$$S_{u(x)u(x+\Delta x)}(f) = S_{uu}(f) \exp(i\Delta\Phi_u(\Delta x, f)) \quad (1.10)$$

and (1.8) becomes

$$U_c(f) = -\frac{2\pi f \Delta x}{\arg(S_{u(x)u(x+\Delta x)}(f))}. \quad (1.11)$$

The assumption that the convection velocity does not fluctuate is not verified in a turbulent flow, so that (1.11) and the average result of (1.8) do not necessarily coincide. There seems to be no physical interpretation of the two resulting ‘average’ values of the convection velocity. Furthermore, both (1.8) and (1.11) depend on the value of Δx (see Romano 1995). The larger Δx , the longer time the perturbations evolve in other ways than pure convection. Further, too small a value of Δx may alter the assessment of the argument of $S_{u(x)u(x+\Delta x)}(f)$, which becomes small compared with noise.

Another possibility is the method by del Álamo & Jiménez (2009) using in the dual case the streamwise spectra and their time derivative at one point in time. In the present case, briefly described in del Álamo & Jiménez (2009), time spectra and their local streamwise derivative are needed, as detailed here. Coming back to the decomposition of the signal in time Fourier modes (1.6), the local convection velocity $U_c(x; f)$ of the Fourier mode of frequency f is defined as its phase velocity, providing local stationarity of the phase:

$$\left(\frac{\partial(\Phi_u(x(t), f) + 2\pi ft)}{\partial t} \right)_{dx/dt=U_c(x; f)} = 0 \quad \left(\Leftrightarrow U_c(x; f) \frac{\partial \Phi_u(x, f)}{\partial x} + 2\pi f = 0 \right), \quad (1.12)$$

$$U_c(x; f) = - \frac{2\pi f}{\frac{\partial \Phi_u(x, f)}{\partial x}}. \quad (1.13)$$

Comparing (1.13) with the phase method (1.8) suggests that (1.8) relies on a first-order approximation of the phase derivative in the exact phase velocity (1.13). This approximation has no impact in the case of a pure convection process because the phase is then a linear function of x (1.7). This is not the case when Taylor’s hypothesis is not strictly valid, whereas (1.13) still provides the exact local phase velocity. The latter equation may be modified as follows:

$$U_c(x; f) = - \frac{2\pi f \hat{u}(x, f) \hat{u}(x, f)^*}{\hat{u}(x, f) \hat{u}(x, f)^* \frac{\partial \Phi_u(x, f)}{\partial x}}, \quad (1.14)$$

where $*$ denotes the complex conjugate. The time Fourier transform $\partial_x \hat{u}(x, f)$ of $\partial_x u(x, t)$ is obtained by deriving $\hat{u}(x, f) = |\hat{u}(x, f)| \exp(i\Phi_u(x, f))$ (1.6) with respect to x ,

$$\partial_x \hat{u}(x, f) = (\partial_x |\hat{u}(x, f)| + |\hat{u}(x, f)| i \partial_x \Phi_u(x, f)) \exp(i\Phi_u(x, f)) \quad (1.15)$$

from which one finds that the following equation (equation (2.17) in del Álamo & Jiménez 2009), is equivalent to (1.14):

$$U_c(x; f) = - \frac{2\pi f \hat{u}(x, f)^* \hat{u}(x, f)}{\text{Im}(\hat{u}(x, f)^* \partial_x \hat{u}(x, f))}, \quad (1.16)$$

where $\text{Im}(\cdot)$ denotes the imaginary part. In (1.16), even when a pure convection process at a unique convection velocity and frequency is involved, the derivative is applied to a nonlinear function of x , contrary to (1.13), so that care must be taken in the evaluation of the streamwise derivative, for which a first-order approximation is not sufficient. However, the accuracy of the discrete evaluation of (1.16) can be enhanced not only by reducing the streamwise separation Δx between the signals,

but also by adding more points to the stencil used (i.e. more signal locations). This transforms the problem in choosing the value of Δx for (1.8) into a better-known optimization of derivative evaluation in (1.16), using for instance high-order finite difference schemes with explicit evaluation of the numerical error.

However, averaging (1.16) over several independent realizations is not trivial, because $U_c(x; f)$ is a ratio of two quantities, and its average is not necessarily equal to the ratio of these averaged quantities. Moreover, the present study relies on a numerical simulation with a finite time length and no periodicity, so that the time Fourier modes involved in (1.16) may not be directly obtained (in the dual case of del Álamo & Jiménez 2009, the spatial Fourier modes came from the spectral DNS solver). Power spectral densities may be estimated instead, but relating them to the Fourier modes in (1.16) once again involves averaging. This seems not totally rigorous because of the ratio of averages differing from the averaged ratio, except once again in the unphysical case of a non-fluctuating convection velocity (indeed, if the ratio $k = A/B$ of two quantities A and B does not fluctuate, then A and B are linearly dependent ($A = kB$), so that $E(A/B) = k = E(A)/E(B)$).

In addition to the wavenumber-dependent convection velocity defined as the phase velocity (similarly to (1.16)), del Álamo & Jiménez (2009) also introduce a global convection velocity that represents the convection at all scales, based on the minimization of the squared residual of the convection equation. Only the case of streamwise spectra and their time derivative is treated by del Álamo & Jiménez (2009), but there is no obstacle to treating the present dual case in a similar way, even though it is not found in the literature. The optimization inherently measures the validity of Taylor's hypothesis through a correlation coefficient. If the signal is made of a single Fourier mode of wavenumber k_x , then the global convection velocity reduces to the wavenumber-dependent phase velocity $U_c(k_x)$ (dual to (1.16)). Del Álamo & Jiménez (2009) finally express the global velocity as a weighted average of the wavenumber-dependent phase velocity, so that the convection velocity corresponding to any chosen wavenumber band may be assessed.

There exists a variant of the method of del Álamo & Jiménez (2009), by Davoust & Jacquin (2011), which was applied in an experimental round jet where time signals and their local spatial derivative are available (like the present numerical simulation case, and dual to del Álamo & Jiménez 2009). The frequency-dependent convection velocity is determined from the real part of the principal direction of the spectral covariance matrix of $\partial_t u$ and $\partial_x u$. The results coincide with the method of del Álamo & Jiménez (2009) when the validity of Taylor's hypothesis is good, but they differ when processes other than pure convection are involved. Even though it seems to be more robust in the presence of noisy experimental data, this principal components analysis does not shed much light on the physical meaning of the result when Taylor's hypothesis validity is not very good, and similarly for the method of the phase of the cross-spectrum.

For the present study, the method of del Álamo & Jiménez (2009) is consequently preferred to other methods. Indeed, only data at the considered x location is involved, the streamwise evolution being described by the local derivative. Locality is crucial in a spatially developing flow. Moreover, the validity of Taylor's hypothesis is intrinsically assessed, and there is potential for interpretation of the result even when the hypothesis is not strictly valid. Furthermore, it circumvents the problematic choice of the streamwise separation Δx inherent to the cross-spectrum phase method.

However, several difficulties arise in applying the method of del Álamo & Jiménez (2009) to the present study. First, del Álamo & Jiménez (2009) rely on spatial Fourier modes that are readily available from the spectral DNS solver. Here only estimated PSDs from signals of finite length are available. Use of these estimates was briefly suggested in del Álamo & Jiménez (2009), but is not totally straightforward and requires some mathematical care, as well as averaging over independent flow realizations. Further, del Álamo & Jiménez (2009) only suggested the expression for the phase velocity in the dual case, which has to be considered because the present (boundary layer) flow is spatially developing, contrary to their (channel) flow. Consequently, deriving the global convection velocity, its relation to the phase velocity, and the correlation coefficient that assesses the validity of Taylor's hypothesis is required for the present study. Finally, the global convection velocity of del Álamo & Jiménez (2009) has a somewhat mathematical interpretation based on least-squares optimization. An interpretation based on the flow physics is lacking in the literature. This motivates the derivation, interpretation and assessment of a new spectral method based on del Álamo & Jiménez (2009) for the present study, whose organization is indicated in the next section.

1.4. Outline of the paper

To address the needs of the present study, a new spectral method is first derived in § 2 and illustrated in § 3 in a test case representative of high Reynolds number spatially developing turbulent flows. Next the reconstruction of the streamwise spectrum from the temporal spectrum using the convection velocity is demonstrated (§ 4), a global convection velocity is defined and compared with more classical global velocities (§ 5), and physical interpretations of the global velocity are presented (§ 6). Finally, § 7 discusses the group velocity.

2. A new method for the spectral assessment of the convection velocity in spatially developing flows

The new method to assess the scale-dependent convection velocity derived in the present section is inspired by del Álamo & Jiménez (2009). They made use of streamwise Fourier modes and their time derivative in a streamwise homogeneous flow, and suggested that the dual problem could be addressed, i.e. the roles of time and space could be swapped. The derivation of a dual method using time signals and their local spatial derivative, which is necessary to cope with the streamwise heterogeneity, has not been detailed in the literature before. Besides, it is shown how estimates of the PSD of the time signals may be used instead of explicit Fourier modes which are not available from unsteady numerical simulations.

2.1. Global definition of the convection velocity

As mentioned in the Introduction, since Taylor's hypothesis is not rigorously valid in wall-bounded turbulence, the convection velocity C does not necessarily coincide with the mean velocity and should be defined as the value of C for which the following convection equation best describes the fluctuations:

$$\frac{1}{C} \partial_t u + \partial_x u = 0. \quad (2.1)$$

For the optimal value of C , the square of the residual $(1/C) \partial_t u + \partial_x u$ of the convection equation is not expected to rigorously vanish, but it is as close to zero as possible. The

present global convection velocity C_u , which accounts for all scales, is the value of C that provides the minimum value of $\mathcal{D}(C)$, where

$$\mathcal{D}(C) = \frac{E\left(\left(\frac{1}{C}\partial_t u + \partial_x u\right)^2\right)}{E((\partial_x u)^2)}. \quad (2.2)$$

It should be noted that in their case, del Álamo & Jiménez (2009) minimized the dual quantity $(E((\partial_t u + C\partial_x u)^2)/E((\partial_t u)^2))$. The roles of the streamwise and temporal derivatives are swapped consistently with the derivation of a dual method suited to spatially developing flows. Crucially, the expectation of the squared residual of the convection equation is normalized by a quantity that does not depend on the convection velocity C . Minimizing either $\mathcal{D}(C)$ or $E(((1/C)\partial_t u + \partial_x u)^2)$ over C is equivalent, and leads to the following condition for C_u :

$$\frac{\partial \mathcal{D}}{\partial C}(C_u) = 0 \Rightarrow C_u = -\frac{E((\partial_t u)^2)}{E(\partial_t u \partial_x u)}. \quad (2.3)$$

This differs from the dual global convection velocity defined in equation (2.4) of del Álamo & Jiménez (2009) as $-(E(\partial_t u \partial_x u)/E((\partial_x u)^2))$. A discussion on how a different choice of the quantity to be minimized leads to other definitions of the convection velocity may be found in appendix A. It should be noted that (2.3) involves only local signals at the streamwise location x , a strong advantage in a spatially developing flow such as the boundary layer since one of the motivations for assessing the convection velocity is to recover a fictitious spatial spectrum from time signals at the chosen Reynolds number station. Besides the least-squares definition of the global convection velocity, an interpretation based on turbulence physics in a moving frame of reference is given in § 6. Moreover, it will be demonstrated in § 5.2 that the present convection velocity is equivalent to a correlation-based definition commonly used in experiments.

The smaller $\mathcal{D}(C_u)$, the higher the level of validity of Taylor's hypothesis. We define a suitable correlation coefficient by

$$1 - \gamma_u^2 = \mathcal{D}(C_u), \quad \gamma_u \geq 0, \quad \text{so that } \gamma_u = \frac{|E(\partial_t u \partial_x u)|}{\sqrt{E((\partial_t u)^2)E((\partial_x u)^2)}}. \quad (2.4)$$

Here γ_u varies between 1 (perfect convection process, vanishing $\mathcal{D}(C_u)$) and 0. Remarkably it coincides with the dual case given by equation (2.5) of del Álamo & Jiménez (2009), unlike the convection velocity C_u . The closer to frozen are the turbulent fluctuations, the more correlated are their time and space derivatives, because the residual of (2.1) is smaller.

The mathematical expectations involved in the convection velocity C_u (2.3) and in the associated correlation coefficient γ_u (2.4) are assessed using the PSD of the time signals, which may be estimated using Welch's method because the signals are statistically stationary. Recall that the cross-power spectral density $S_{ab}(f)$ of signals $a(t)$ and $b(t)$ is defined by

$$R_{ab}(\tau) = E(a(t)b(t + \tau)), \quad (2.5)$$

$$S_{ab}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{ab}(\tau) \exp(-i2\pi f\tau) d\tau, \quad R_{ab}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{ab}(f) \exp(i2\pi f\tau) df. \quad (2.6a,b)$$

From (2.3), (2.5) and (2.6), the equation for the convection velocity becomes

$$C_u = - \frac{\int_{-\infty}^{\infty} S_{\partial_t u \partial_t u}(f) \, df}{\int_{-\infty}^{\infty} S_{\partial_t u \partial_x u}(f) \, df}. \quad (2.7)$$

There is no need to estimate the time derivative of the signal, thanks to the two following properties, for statistically stationary time signals $a(t)$ and $b(t)$:

$$S_{a \partial_t b}(f) = 2i\pi f S_{ab}(f) \quad \text{and} \quad S_{\partial_t a b}(f) = -2i\pi f S_{ab}(f), \quad (2.8a,b)$$

where the assumption of statistical stationarity is necessary for the latter equation (see appendix B). Equation (2.7) then becomes

$$C_u = - \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 S_{uu}(f) \, df}{\int_{-\infty}^{\infty} -2i\pi f S_{u \partial_x u}(f) \, df}. \quad (2.9)$$

Since $u(t)$ is stationary, $S_{uu}(f)$ is real-valued and symmetrical ($S_{uu}(-f) = S_{uu}(f)$). Moreover, $S_{u \partial_x u}(-f) = S_{u \partial_x u}(f)^*$ (Hermitian symmetry), so (2.7) finally becomes

$$C_u = - \frac{\int_0^{\infty} (2\pi f)^2 S_{uu}(f) \, df}{\int_0^{\infty} 2\pi f \operatorname{Im}(S_{u \partial_x u}(f)) \, df}. \quad (2.10)$$

In the same way, (2.4) may be rewritten as

$$\gamma_u = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} -2i\pi f S_{u \partial_x u}(f) \, df \right|}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 S_{uu}(f) \, df} \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} S_{\partial_x u \partial_x u}(f) \, df}}, \quad (2.11)$$

$$\gamma_u = \frac{\left| \int_0^{\infty} 2\pi f \operatorname{Im}(S_{u \partial_x u}(f)) \, df \right|}{\sqrt{\int_0^{\infty} (2\pi f)^2 S_{uu}(f) \, df} \sqrt{\int_0^{\infty} S_{\partial_x u \partial_x u}(f) \, df}}. \quad (2.12)$$

These formulas need only the estimation of the power spectral density of the velocity signal $u(t)$ and of its local spatial derivative $\partial_x u(t)$. Since integrals over frequency are involved, the frequency-dependent convection velocity and correlation coefficient are derived in a very natural way in the next section.

2.2. Frequency-dependent convection velocity

A frequency-dependent convection velocity may be identified with the phase velocity of a single Fourier mode, as illustrated in the Introduction (1.16). While this is done by del Álamo & Jiménez (2009), where discrete Fourier modes were readily available from the spectral code, transposition to the present dual case is not obvious. Indeed, the time signals from numerical simulations have a finite length, so that the PSD estimation represents the average contribution of a frequency band of finite width to the energy of the signal. On the contrary, the physical problem is defined over an infinite time length, so that there exists an infinity of time Fourier modes (f) continuously distributed over the frequency range, each mode having zero probability of being encountered because of its zero frequency support width. One singular Fourier mode (f) of finite amplitude, whose phase velocity is given by (1.16), consequently has zero average contribution to the signal energy because it has zero probability of existing. Moreover, averaging (1.16) is problematic, as emphasized in the Introduction. Because of the nature of the time signals available from numerical simulations, the present frequency-dependent convection velocity is derived by restricting the global convection velocity (2.10) to a frequency band in the limit of a vanishing width. The resulting formula depends on the power spectral density instead of the amplitude of a singular Fourier mode as in del Álamo & Jiménez (2009) and (1.16).

As mentioned in the Introduction, the velocity signals may be filtered before using (2.3) to obtain the convection velocity of the pass-filtered scales. However, filtering may result in aliasing and phase alteration. Instead of filtering, it is preferable to take advantage of the frequency decomposition already displayed by (2.10). The time Fourier transform and the streamwise derivation commute, $\widehat{\partial_x u}(f) = \partial_x \hat{u}(f)$, because x and t are independent coordinates. Consequently, both signals $u(t)$ and $\partial_x u(t)$ involved in (2.10) are affected in the same way by a frequency filtering, and the upper and lower integrals in (2.10) may be restricted to the same narrow frequency band. The convection velocity $C_u(f_0, \epsilon)$ associated with the energy contained in a frequency band $[f_0 - \epsilon, f_0 + \epsilon]$ becomes

$$C_u(f_0, \epsilon) = - \frac{\int_{f_0-\epsilon}^{f_0+\epsilon} (2\pi f)^2 S_{uu}(f) df}{\int_{f_0-\epsilon}^{f_0+\epsilon} 2\pi f \operatorname{Im}(S_{u \partial_x u}(f)) df}. \quad (2.13)$$

The formula for the frequency-dependent convection velocity $U_c(f_0) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} C_u(f_0, \epsilon)$ is obtained for a vanishing bandwidth $2\epsilon \rightarrow 0$. As soon as the PSDs are continuous, it reads

$$U_c(f) = - \frac{2\pi f S_{uu}(f)}{\operatorname{Im}(S_{u \partial_x u}(f))}. \quad (2.14)$$

The same derivation from (2.12) leads to the associated frequency-dependent correlation coefficient

$$\gamma_u(f) = \frac{|\operatorname{Im}(S_{u \partial_x u}(f))|}{\sqrt{S_{uu}(f)} \sqrt{S_{\partial_x u \partial_x u}(f)}}. \quad (2.15)$$

The resulting frequency-dependent convection velocity (2.14) is very similar to the phase velocity of a single Fourier mode (1.16) $U_c(x; f) = -(2\pi f \hat{u}(x, f)^* \hat{u}(x, f) / \operatorname{Im}(\hat{u}(x, f)^* \partial_x \hat{u}(x, f)))$, but it is suited to averaged power spectral densities. The issue

of averaging (1.16) over several realizations, which is tackled by del Álamo & Jiménez (2009) by considering the ratio of the expectations $-(2\pi f E(\hat{u}(x, f)^* \hat{u}(x, f)) / \text{Im}(E(\hat{u}(x, f)^* \partial_x \hat{u}(x, f))))$ (not necessarily matching the expectation of the ratio), is naturally addressed here if the PSD is seen as a kind of averaging. In the simple case of a monochromatic perturbation at a constant convection velocity, (2.14) may be interpreted as the phase velocity. Otherwise, the interpretation relies on the least-squares optimization and infinitely narrow frequency-band restriction presented above. Regarding the correlation coefficient (2.15), no interpretation similar to the phase velocity seems possible for a single Fourier mode (none is given by del Álamo & Jiménez 2009), so that its interpretation always relies on the least-squares derivation and frequency restriction.

The evaluation of (2.14) and (2.15) requires accurate computation of the local streamwise derivative of the time signal, $\partial_x u(t)$ (see the Introduction). Compared with the phase of the cross-spectrum method, which may be seen as a first-order approximation relying on only two streamwise stations, the streamwise derivatives in (2.14) and (2.15) may be assessed with high-order centred finite difference schemes using more than two streamwise stations, for which the evaluation of the numerical error is straightforward. Data storage must consequently be chosen in order to procure satisfying accuracy in the wavenumber range of interest specific to the available database, as illustrated in the next section.

3. Method illustration in a zero-pressure-gradient boundary layer at $Re_\theta = 13\,000$

The method derived in the previous section is meant for spatially developing turbulent flows, thanks to its local streamwise formulation, and for high Reynolds numbers, where it significantly reduces data storage compared with methods based on frequency–wavenumber spectra. A natural test case is the spatially developing boundary layer at high Reynolds numbers. Superstructures cannot be easily observed at Reynolds numbers smaller than $Re_\theta = 10^4$ because of the insufficient scale separation from other coherent motions. However, as recalled in the Introduction, no subsonic direct numerical simulation over a long streamwise numerical domain favourable to the full development of the largest coherent motions has been published for $Re_\theta > 10^4$, because of the computational cost involved. As a result, the new method is assessed on the resolved fluctuations from a wall-resolved large eddy simulation (WRLES). This not only indicates what may be expected from a future DNS dataset, especially thanks to the high resolution in the outer layer, and enables comparison with classical streamwise spectrum reconstruction methods, but also illustrates the relevance of convection velocity information to investigate the accuracy of turbulence models by determining whether or not resolved fluctuations are physically grounded, for example in the inner layer which is under-resolved compared with DNS. The numerical dataset used for the present illustration at $Re_\theta = 13\,000$ has been thoroughly validated in Deck *et al.* (2014b) and is briefly presented in the following.

3.1. Turbulent boundary layer dataset used for the illustration

The compressible Navier–Stokes equations are solved on multiblock-structured grids using the FLU3M code developed by ONERA. Implicit time integration is carried out by the second-order backward scheme of Gear. The convective fluxes are discretized by a modified low-dissipative AUSM + (P) scheme (Mary & Sagaut 2002). The solver accuracy has been assessed for direct numerical simulation and large eddy simulation by comparison with experimental data including spectra in many studies

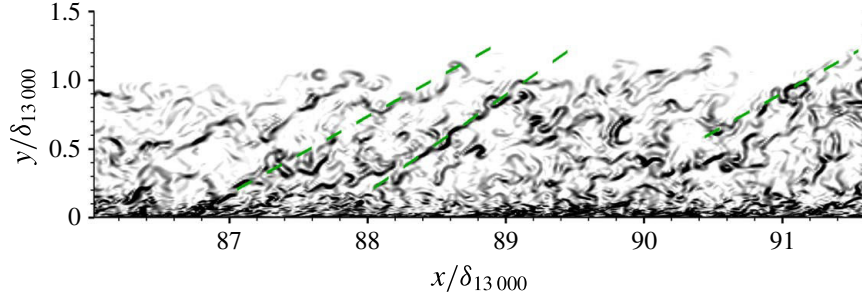


FIGURE 1. (Colour online) Numerical schlieren (magnitude of density gradient in a streamwise/wall-normal plane) near the $Re_\theta = 13\,000$ station.

involving various types of flows (see e.g. Larchevêque *et al.* 2004; Dandois, Garnier & Sagaut 2007; Deck & Thorigny 2007; Simon *et al.* 2007; Weiss *et al.* 2009; Gand *et al.* 2010; Weiss & Deck 2011). Wall-bounded turbulent flows have been addressed using the third mode of zonal detached eddy simulation (ZDES) as a wall-modelled large eddy simulation (WMLES) in Deck *et al.* (2011), Laraufie, Deck & Sagaut (2011), Laraufie, Deck & Sagaut (2012), Deck & Laraufie (2013), Laraufie & Deck (2013) and in Deck *et al.* (2014a). The use of this technique to perform WRLES is demonstrated in Deck *et al.* (2014b) with the simulation used for the present study. Details of the formulation of the ZDES technique may be found in Deck (2012). The turbulent inflow is provided by the synthetic eddy method adapted from Jarrin *et al.* (2006) by Pamiès *et al.* (2009) and extended to ZDES by Deck *et al.* (2011).

A spatially developing smooth flat plate zero-pressure-gradient turbulent boundary layer has been simulated over a very large range of Reynolds numbers, $3060 \leq Re_\theta \leq 13\,650$ ($1070 \leq Re_\tau \leq 3800$), in Deck *et al.* (2014b). The low free-stream Mach number $M_\infty = 0.21$ and the no-slip adiabatic wall condition imply that direct comparisons with incompressible simulations and very low Mach number experiments are possible. The WRLES mesh resolution is $\Delta x^+ = 50$ and $\Delta z^+ = 12$ in the streamwise and spanwise directions respectively, so that the inner site dynamics is not modelled, even though it is under-resolved compared with DNS. The first mesh cell is located within one wall unit from the wall. The outer layer is finely discretized so that the subgrid scales carry a negligible turbulent kinetic energy there (Deck *et al.* 2014b). 125 points are clustered in the boundary layer thickness $\delta_{13\,000}$ at $Re_\theta = 13\,000$. The computational domain is $342\delta_0$ long, $8.6\delta_0$ wide and $41\delta_0$ high, where δ_0 is the initial boundary layer thickness, leading to a total number of grid points $N_{xyz} = 806 \times 10^6$. The inner-scaled time step is very fine, around $\Delta t^+ = 0.26$, meeting the criterion by Choi & Moin (1994). Time signals are collected at the $Re_\theta = 13\,000$ station over $1155\delta_0/U_\infty$ inertial times, where U_∞ is the free-stream velocity. Nearly 2×10^6 CPU hours have been spent on 936 Nehalem processors of the CINES superscalar computer Jade-SGI Altix Ice 8200. Three terabytes of data from selected volumes of the unsteady field have been stored, which is much less than would be needed to compute frequency–wavenumber spectra.

The numerical dataset has been thoroughly validated, including spectral data, in Deck *et al.* (2014b). Two visualizations relevant to the present study are presented in figures 1 and 2. This provides an insight not only into the shape of the largest resolved coherent motions near $Re_\theta = 13\,000$ but also into physical space when interpreting spectral data.

Figure 1 presents a numerical schlieren in a streamwise/wall-normal plane near the $Re_\theta = 13\,000$ station, revealing the presence of inclined structures through the whole

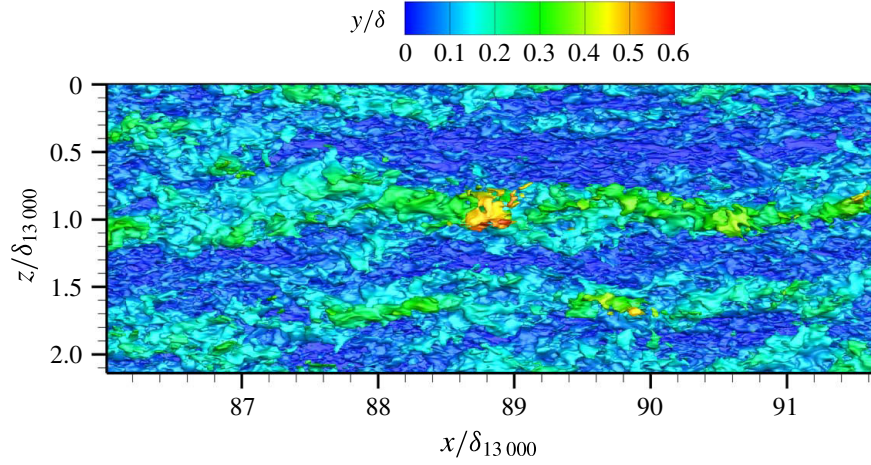


FIGURE 2. (Colour online) $u^+ = 20$ isosurface coloured by the wall distance near the $Re_\theta = 13\,000$ station.

boundary layer thickness, which suggest packets of hairpins, consistent with the experimental findings leading to the hairpin packet paradigm of Adrian *et al.* (2000). Some of these structures are indicated by dashed lines. The length of these packets is typically 1δ to 3δ , scaling with the local boundary layer thickness. Figure 2 presents, on the other hand, a horizontal plane projection of the isosurface of the instantaneous streamwise velocity $u^+ = 20$, coloured by the wall distance. This reveals the presence of very long, meandering areas of low velocity (i.e. the given velocity level is reached much higher in the boundary layer, so that it appears in green to red instead of blue). This kind of coherent motion, which is more than 5δ long, has been described in more detail in Deck *et al.* (2014b), suggesting that these are resolved superstructures. It should be noted that the superstructures seen in figure 2 are longer than the packets of hairpins identified in figure 1. The scale separation and its Reynolds number dependence are characterized in the next section by spectral analysis. The separation should be large enough for the scale-dependent convection velocity analysis to be relevant.

3.2. A brief spectral characterization of the resolved streamwise velocity fluctuations

The time PSD defined in (2.5) and (2.6) is estimated by Welch's method (Welch 1967) and further averaged in the spanwise direction. When both investigated signals coincide, the one-sided PSD $G_{aa}(f)$ ($= 2S_{aa}(f)$ for $f > 0$) of the statistically stationary time signal $a(t)$ is preferred, leading to

$$\int_0^\infty G_{aa}(f) df = E(a^2) \left(= \int_0^\infty G_{aa}(\omega) d\omega \right). \quad (3.1)$$

In the following, the variable between brackets will implicitly denote the support of the PSD. For instance, $G_{aa}(f)$ and $G_{aa}(\omega)$ differ by a factor 2π .

Here the streamwise PSD of the streamwise velocity fluctuations $G_{uu}(k_x)$ is presented, and pre-multiplied so that the area below its semi-logarithmic plot is proportional to the variance:

$$E(u^2) = \int_0^\infty G_{uu}(k_x) dk_x = \int_{-\infty}^\infty k_x G_{uu}(k_x) d \ln(k_x). \quad (3.2)$$

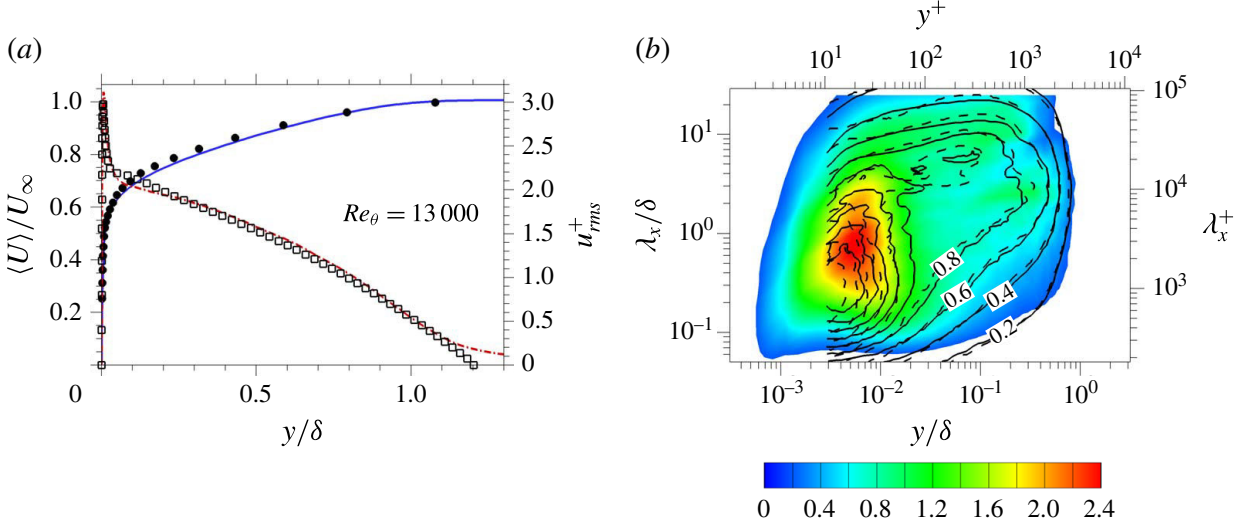


FIGURE 3. (Colour online) Streamwise velocity profiles at $Re_\theta = 13\,000$ ($Re_\tau = 3600$). (a) Mean velocity (solid line) compared with experimental data by DeGraaff & Eaton (2000) (circles), and u_{rms}^+ (dash-dotted line) compared with the model by Marusic, Uddin & Perry (1997) and Marusic & Kunkel (2003) (squares). (b) One-sided pre-multiplied streamwise PSD of streamwise velocity $k_x G_{uu}(k_x) / u_\tau^2$ (dispersion relation $U_c = \langle U \rangle(y)$), compared with experimental data from Mathis *et al.* (2009) (solid isolines, $Re_\tau = 2800$) and from Marusic *et al.* (2010) (dashed isolines, $Re_\tau = 3900$). Outer scaling for all data, inner scaling for the present simulation only.

The streamwise PSD (depending on the streamwise wavenumber k_x) is reconstructed from the estimated time PSD (depending on the frequency f) using Taylor's hypothesis with the local Reynolds-averaged streamwise velocity as the convection velocity ($U_c = \langle U \rangle(y)$). This choice enables comparison with experimental spectra which are deduced from time signals in the same manner. The one-sided pre-multiplied streamwise PSD of streamwise velocity $k_x G_{uu}(k_x) / u_\tau^2$ non-dimensionalized by the friction velocity at the station $Re_\theta = 13\,000$ ($Re_\tau = 3600$) is plotted in figure 3 versus the wall distance and the streamwise wavelength together with experimental data at similar Reynolds numbers. Along with the streamwise mean velocity and turbulence intensity profiles, this reveals overall good agreement of the present simulation with the experiments, the outer layer being especially well resolved, as shown in more detail in Deck *et al.* (2014b). The outer energy site at large wavelengths (of the order of 6δ) is well captured by the simulation. This is consistent with the visualization (figure 2) of the superstructures, to which this site corresponds (see Marusic, Mathis & Hutchins 2010). Consistent with the WRLES modelling strategy, the inner layer is somewhat under-resolved.

The Reynolds number dependence of the spectrum is evaluated in figure 4. In the absence of comparison with experiments, the choice of the convection velocity assessment is free, and a correlation-based definition $U_c = U_{corr}(y)$ globally representing all scales of motion is retained to reconstruct the spatial spectra; this method, used in Deck *et al.* (2014a), will be discussed again in § 5.1. Strikingly, the outer energy site corresponding to the superstructures at $Re_\theta = 13\,000$, associated with wavelengths $\lambda_x = 6\delta$ and larger, is missing at $Re_\theta = 5200$, which is consistent with the increase in scale separation and in the strength of superstructures with increasing Reynolds number (see e.g. Marusic *et al.* 2010). On the contrary, the inner-scaled inner energy site does not evolve much from one Reynolds number to

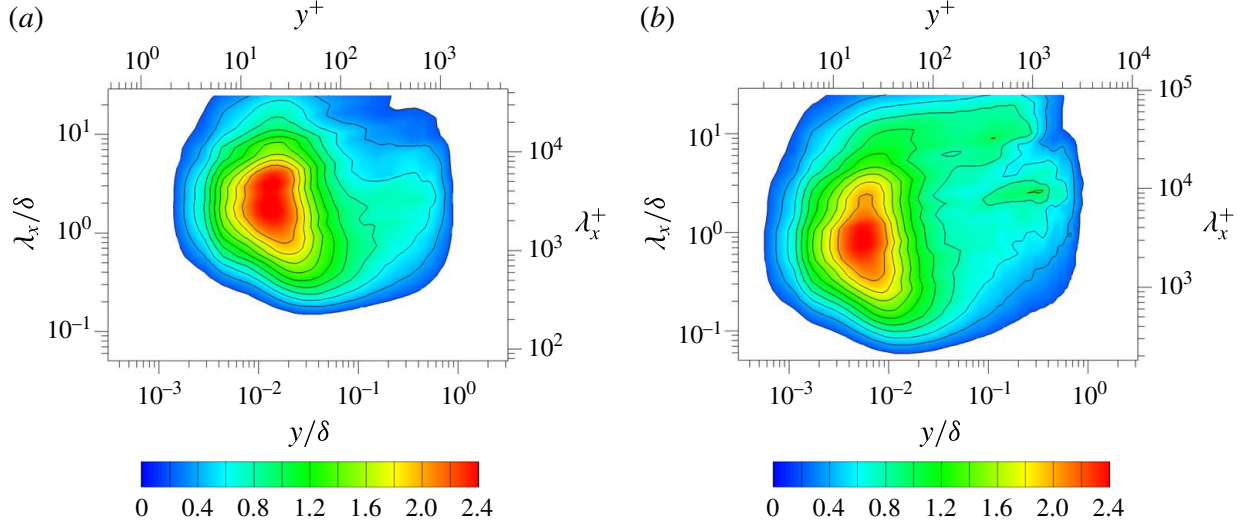


FIGURE 4. (Colour online) Reynolds number impact on the pre-multiplied power spectral density of the streamwise velocity $k_x G_{uu}(k_x)/u_\tau^2$ (colours and isolines): (a) $Re_\theta = 5200$; (b) $Re_\theta = 13000$. Dispersion relation given by $U_c = U_{corr}$ (correlation-based convection velocity).

the other, consistent with the universality of the inner dynamics. It may also be noted that the outer layer contains some energy near $\lambda_x \approx 2-3\delta$ at both $Re_\theta = 5200$ and $Re_\theta = 13000$. This possibly corresponds to the packets of hairpins visualized in figure 1, but seems to be somewhat overestimated compared with experiments, and deserves further investigation which is beyond the scope of the present study.

It is clear from figure 4 that the convection of the superstructures may only be studied at the highest Reynolds number station. Consequently, the new spectral method is illustrated at the $Re_\theta = 13000$ station for the rest of the present study.

3.3. Spectral assessment of the convection velocity in the boundary layer at $Re_\theta = 13000$

As motivated in the previous section, (2.14) and (2.15) are evaluated at the $Re_\theta = 13000$ station. The signal $u(t)$ is stored at five successive nodes of the mesh, and a fourth-order-accurate centred finite difference scheme is used:

$$\partial_x u_i = \frac{-u_{i+2} + 8u_{i+1} - 8u_{i-1} + u_{i-2}}{12\Delta x} + O(\Delta x^4). \quad (3.3)$$

It should be noted that a second-order scheme would not be accurate enough in the wavenumber range of interest, given that the spacing $\Delta x^+ = 50$ is imposed by the mesh resolution and cannot be reduced, as preliminary tests pointed out for $\lambda_x \leq \delta$. The possibility to resort to more than two nodes to evaluate the derivative is seen as a significant advantage in terms of numerical error control compared with methods such as the phase method described in the Introduction. Indeed, the order of accuracy of the streamwise derivative should intuitively be at least as high as the accuracy of the spatial discretization used in the flow solver, since both rely on the same spacing Δx . Classical accuracy evaluations show that with the present scheme, the error in the convection velocity (2.14) is 0.00017% at $\lambda_x = \delta_{13000}$, 1.6% at $\lambda_x = 0.1\delta_{13000}$, and is kept below 2% for all wavenumbers presented in the figures of the present study.

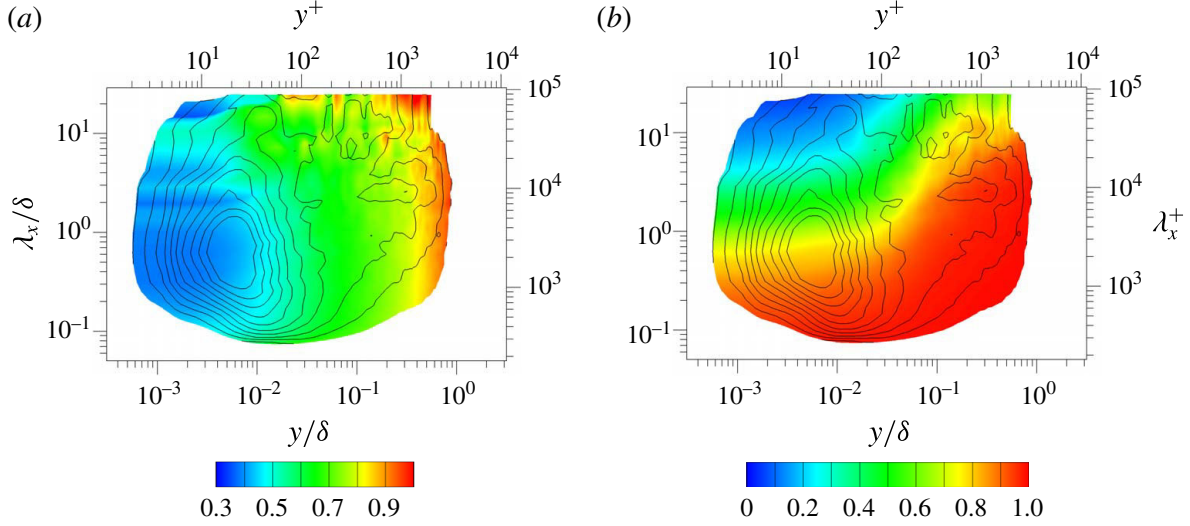


FIGURE 5. (Colour online) Convection velocity U_c/U_∞ (coloured contours, *a*) and correlation coefficient γ_u (coloured contours, *b*) at $Re_\theta = 13\,000$ as a function of the wavelength and the wall distance. Solid lines are isolines of $k_x G_{uu}(k_x)/u_\tau^2$.

Being able to assess the numerical error is an important asset, since experimental data are lacking for a direct comparison at the same Reynolds number in the same flow (see table 1).

The convection velocity and correlation coefficient, (2.14) and (2.15), are presented in figure 5 at $Re_\theta = 13\,000$ using the dispersion relation $2\pi f = -k_x U_c(f)$. Consistent with theory (Lin 1953), γ_u suggests that the validity of Taylor's hypothesis is all the better as smaller structures are considered further away from the wall. Indeed, the length scale of the structure and the mean shear (which increases nearer the wall) are sources of anisotropy, whereas Taylor's hypothesis originates in homogeneous isotropic turbulence. However, even the footprint of the largest length scales does not feature a correlation coefficient as low as the reported minima of del Álamo & Jiménez (2009) (the correlation coefficient definitions coincide in the dual cases). In figure 6, $\gamma_u(y; f)$ is plotted instead of $\gamma_u(y; \lambda_x)$. The variations of γ_u for constant f with respect to y suggest that the small values corresponding to the largest scales very near the wall do not result from low-frequency resolution limitations from the finite-length signals, because these limitations depend only on f , not on y . The small γ_u of the largest scales seem to be related to the flow physics instead, in agreement with Lin (1953), more specifically to the intermittency of these scales. Indeed, Buxton *et al.* (2013) report in a plane shear layer that the tail of distribution of the probability density of the convection velocity is larger for the largest scales, i.e. the convection velocity fluctuates more towards unexpected values, which is attributed to intermittency.

The outer-scaled convection velocity is presented in figure 5. The largest scales (around $\lambda_x = 10\delta$, associated with superstructures) have a relatively uniform convection velocity across the whole boundary layer thickness. This uniformity is a necessary condition for the coherence of the motion, as recalled in the Introduction. Near-wall confinement implies that very large-scale motions must extend to higher distances above the wall than smaller scales, where the mean velocity is larger, so that the largest scales are convected faster than the smaller scales near the wall. In figure 5 the footprint of the largest scales is indeed faster (consistent with Hutchins *et al.* 2011) and their top is slower than the other structures.

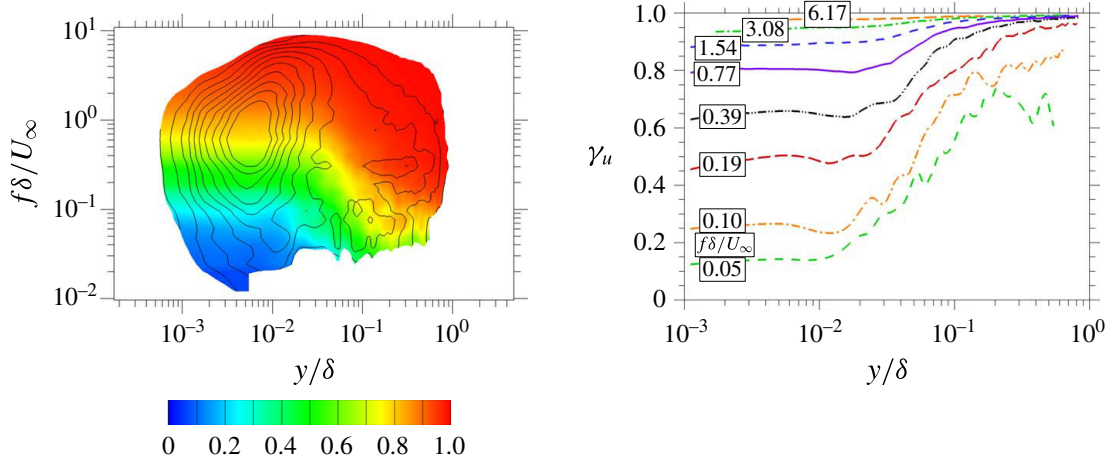


FIGURE 6. (Colour online) Correlation coefficient γ_u (coloured contours) at $Re_\theta = 13000$ as a function of the frequency and the wall distance. Solid lines are isolines of $k_x G_{uu}(k_x)/u_\tau^2$.

The convection velocity is compared with the mean velocity in figure 7(a). Near the wall, it is significantly larger than the mean velocity at all length scales. It is slightly smaller than the mean in the outer part of the outer layer, in good qualitative agreement with Favre *et al.* (1967), del Álamo & Jiménez (2009), Chung & McKeon (2010), Lee & Sung (2011) and Atkinson *et al.* (2015), among others. However, the lack of datasets matching the present Reynolds number and type of flow prevents a direct comparison. The three energy sites (inner, outer in the range of scales of the hairpin packets, and outer superstructure site) feature a common property: the convection velocity is higher than the mean velocity near the foot of the site, and lower than the mean near the top of the site. This is especially consistent with del Álamo & Jiménez (2009) assessing the convection velocity in channel flow as the mean velocity averaged over the height of the structure.

Near the wall, even the small structures are convected much faster than the mean velocity. It is possible that their core is located higher in the boundary layer, where the mean velocity is larger, if the wall distance considered is smaller than the wall-normal extent of the structure. Another possible explanation derives from the amplitude modulation of the small-scale near-wall activity by the largest scales, which also superimpose their large-scale contribution to the velocity fluctuations (see Mathis *et al.* 2011). Most of the small-scale energy is generated in the presence of large-scale positive velocity fluctuations because of the associated higher near-wall shear. Since the convection velocity (2.14) is evaluated from PSDs, it relies on energy-carrying events, so that it may be close to the velocity in the presence of large-scale positive velocity fluctuations, which is larger than the mean.

Figure 7 also depicts (white solid line) the locus where $U_c(f) = \langle U \rangle$. This is, to some extent, reminiscent of the so-called critical layer associated with hydrodynamic instabilities, which is the height where the phase speed of a linear perturbation mode is equal to the mean velocity, a singularity for inviscid parallel shear flows. However, the critical layer is no longer singular in viscous parallel flows, and the maximum amplitude of the perturbation mode is not necessarily in the vicinity of this layer (Charru 2011). Moreover, the present flow is not exactly parallel.

Finally, figure 7(b) compares the frequency-dependent convection velocity with the global correlation-based convection velocity $U_{corr}(y)$ which does not depend on

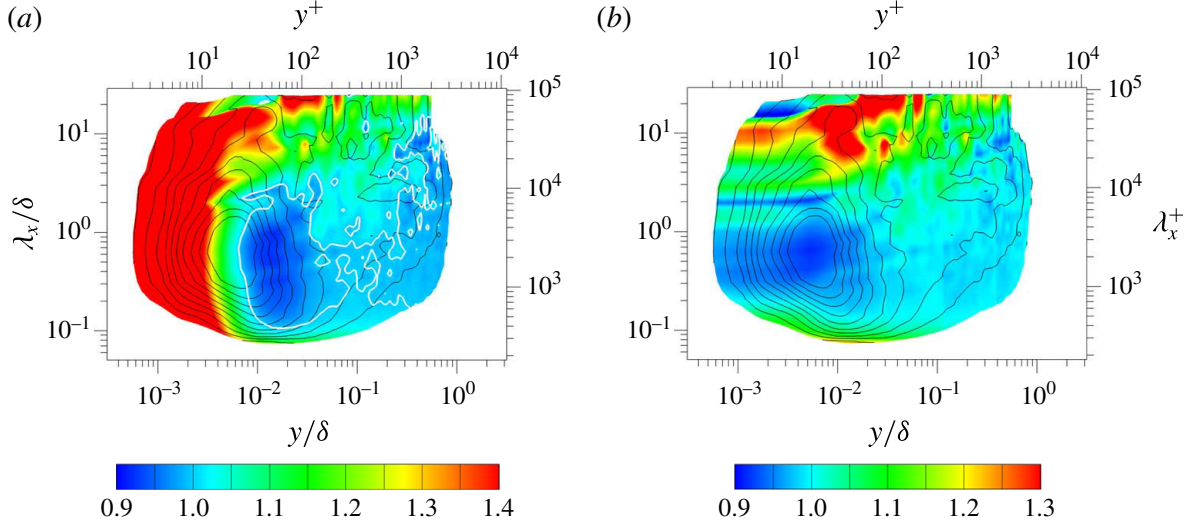


FIGURE 7. (Colour online) Convection velocity divided by the mean streamwise velocity $U_c/\langle U \rangle$ (coloured contours, (a)) and by the correlation-based convection velocity U_c/U_{corr} (coloured contours, (b)) at $Re_\theta = 13\,000$ as a function of the wavelength and the wall distance. Black solid lines, isolines of $k_x G_{uu}(k_x)/u_\tau^2$; white solid line, line of equal convection velocity and mean velocity $U_c = \langle U \rangle$.

frequency and has already been used in figure 4. Globally speaking, both velocities are close to each other. Near the wall, the largest scales are convected much faster than the smaller scales. The lower convection velocity of the extremely large wavelengths very near the wall is not significant, because of the low energy content of the signal at the largest length scales which leads to poor signal-to-noise ratios. Figure 7 will be further discussed in § 5.

4. Estimation of the spatial spectrum from the temporal spectrum

The frequency-dependent convection velocity may be used to reconstruct streamwise spectra from time signals (see the Introduction). This involves a dilatation factor, as introduced by del Álamo & Jiménez (2009) and Monty & Chong (2009), which is derived here for the present method.

4.1. Dilatation factor

Reconstruction of the streamwise PSD $S_{uu}(k_x)$ from the estimated time PSD $S_{uu}(f)$ and the frequency-dependent convection velocity $U_c(f)$ (2.14), where the frequency and the streamwise wavenumber are related by the dispersion relation $2\pi f = -U_c(f)k_x$, must preserve the signal energy:

$$\int_{-\infty}^{\infty} S_{uu}(f) df = E(u^2) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{uu}(k_x) dk_x. \quad (4.1)$$

Seeing the dispersion relation as a change of variables, the following condition must hold:

$$S_{uu}\left(k_x = -\frac{2\pi f}{U_c(f)}\right) = S_{uu}(f) \left| \frac{df}{dk_x(f)} \right|, \quad (4.2)$$

where $|df/dk_x(f)|$ is the absolute value of the Jacobian of the frequency–wavenumber transformation resulting from the dispersion relation $2\pi f = -U_c(f)k_x$. Deriving the

latter relation with respect to k_x leads to

$$\frac{df}{dk_x(f)} = \frac{1}{2\pi} \frac{-U_c(f)}{1 + k_x \frac{dU_c(f)}{d(2\pi f)}} = \frac{1}{2\pi} \frac{-U_c(f)}{1 - \frac{2\pi f}{U_c(f)} \frac{dU_c(f)}{d(2\pi f)}} \quad (U_c(f) \neq 0). \quad (4.3)$$

$U_c(f) \neq 0$ is not a restrictive assumption, because the method is meant for time stationary spatially developing flows. Working in a frame of reference where the turbulent statistics are time stationary and where U_c vanishes would contradict streamwise heterogeneity. Furthermore, reconstructing a streamwise fluctuation from its time signal is in fact impossible if it is convected at zero velocity. In the case of the boundary layer where the reference frame is the solid wall, all turbulent fluctuations are convected towards $x > 0$ at $U_c(f) > 0$, but the general case is considered in the following.

From (4.3) and (4.2) and the dispersion relation, the pre-multiplied spectra are related as follows:

$$k_x S_{uu} \left(k_x = -\frac{2\pi f}{U_c(f)} \right) = f S_{uu}(f) \frac{-\text{sign}(U_c(f))}{\left| 1 - \frac{f}{U_c(f)} \frac{dU_c(f)}{df} \right|}. \quad (4.4)$$

For one-sided PSDs, only positive frequencies and wavenumbers are considered (e.g. $G_{uu}(f)$ represents both the contributions of $S_{uu}(f)$ and $S_{uu}(-f) = S_{uu}(f)$). The frequency–wavenumber relation becomes $2\pi f = |U_c(f)| k_x$, and the pre-multiplied one-sided PSDs are related by the dilatation factor

$$k_x G_{uu} \left(k_x = \frac{2\pi f}{|U_c(f)|} \right) = f G_{uu}(f) \underbrace{\frac{1}{\left| 1 - \frac{f}{U_c(f)} \frac{dU_c(f)}{df} \right|}}_{\text{dilatation factor}} \quad (4.5)$$

where we recall that $\int_0^\infty G_{uu}(k_x) dk_x = E(u^2)$. The dilatation factor is a local energy-preservation correction to the pre-multiplied PSD taking into account the frequency dependence of $U_c(f)$. When $U_c(f)$ does not vary with f , this factor reduces to 1 and time and streamwise pre-multiplied PSDs are equal. The factor coincides with the ratio of the group velocity to the phase velocity defined from the dispersion relation, as mentioned in del Álamo & Jiménez (2009). The group velocity is discussed in § 7.

The dilatation factor defined by (4.5) is shown in figure 8. It is smaller than 1 between the inner site and the footprint of the superstructures. Indeed, the foot of the superstructures is advected faster than the surrounding structures. Since a given wavenumber advected at a higher convection velocity has a higher frequency, the wavenumber gap between both sites is wider than the frequency gap, so the PSD must be reduced to preserve the integral over this area. As for the values near the very largest and smallest wavelengths, they are dominated by noise in these low-energy regions, which is not an issue since it is only a correction factor to the PSD, which is in any case small. The dilatation factor is used in the next section to reconstruct the streamwise spectrum.

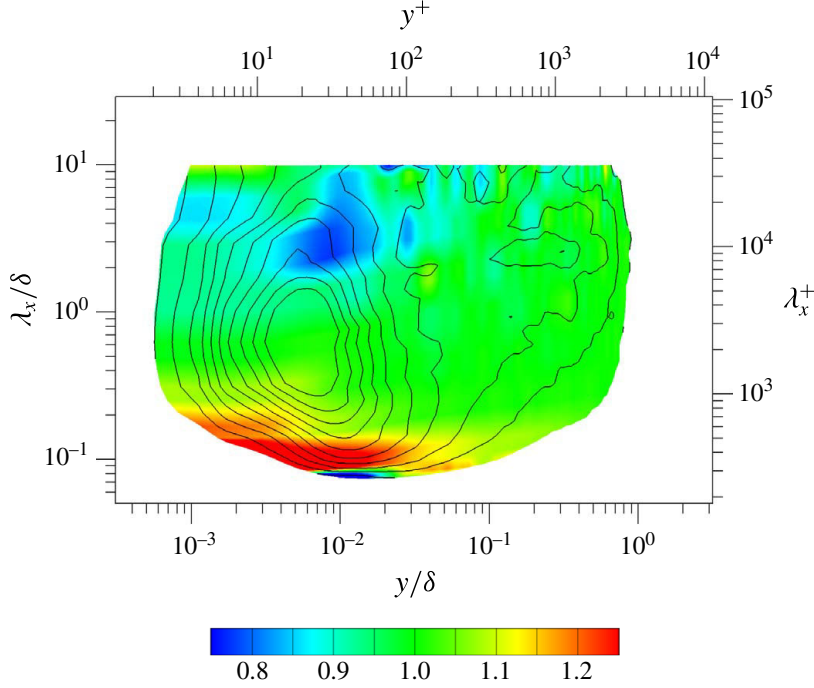


FIGURE 8. (Colour online) Dilatation factor (4.5) (coloured contours) at $Re_\theta = 13\,000$ as a function of the wavelength and the wall distance. Solid lines are isolines of $k_x G_{III}(k_x)/u_\tau^2$. The values at the largest wavelengths as well as at the smallest wavelengths should not be considered, because the energy in these regions is too low for a convenient signal-to-noise ratio to be achieved, leading to inaccuracies in the assessment of the dilatation factor.

4.2. Comparison of the reconstructed streamwise spectrum with classical strategies

The streamwise spectrum is reconstructed from the frequency spectrum using (4.5). The convection velocity $U_c(f)$ is involved in the frequency-to-wavenumber transformation and in the dilatation factor. This is compared in figure 9 with two classical reconstruction strategies differing by the convection velocity definition, which does not depend on frequency (the dilatation factor is unity). The mean velocity $U_c = \langle U \rangle$ is used in the first strategy, frequently found in experiments. The second strategy uses the correlation-based global convection velocity $U_c = U_{corr}$, already mentioned previously and further discussed in § 5. The most significant variation is near the wall, where the convection velocity is significantly larger than the mean velocity, so that the first strategy ($U_c = \langle U \rangle$) is very different from the others ($U_c = U_{corr}$ and $U_c(f)$). The differences between the latter strategies, although $U_c(f)$ is based on a global value equivalent to U_{corr} , as is demonstrated in § 5.2, illustrate the advantage of taking into account frequency dependence. First, the wavelength of the footprint of the superstructures is underestimated if a uniform convection velocity is used, as pointed out by del Álamo & Jiménez (2009) and observed in figure 9. Indeed, the footprint is convected faster than the other fluctuations near the wall, requiring an accurate frequency-to-wavenumber transformation (whereas the dilatation factor has little impact). Only with the frequency-dependent assessment is the wavelength of the energy site associated with the superstructures and their footprint constant across the boundary layer. A second effect, even though smaller, is related to the dilatation factor being smaller than unity between the inner site and the footprint of superstructures (figure 8). This results in a better circularity of the inner site in figure 9 compared with the spurious elongation of its large-wavelength edge when no frequency dependence is considered.

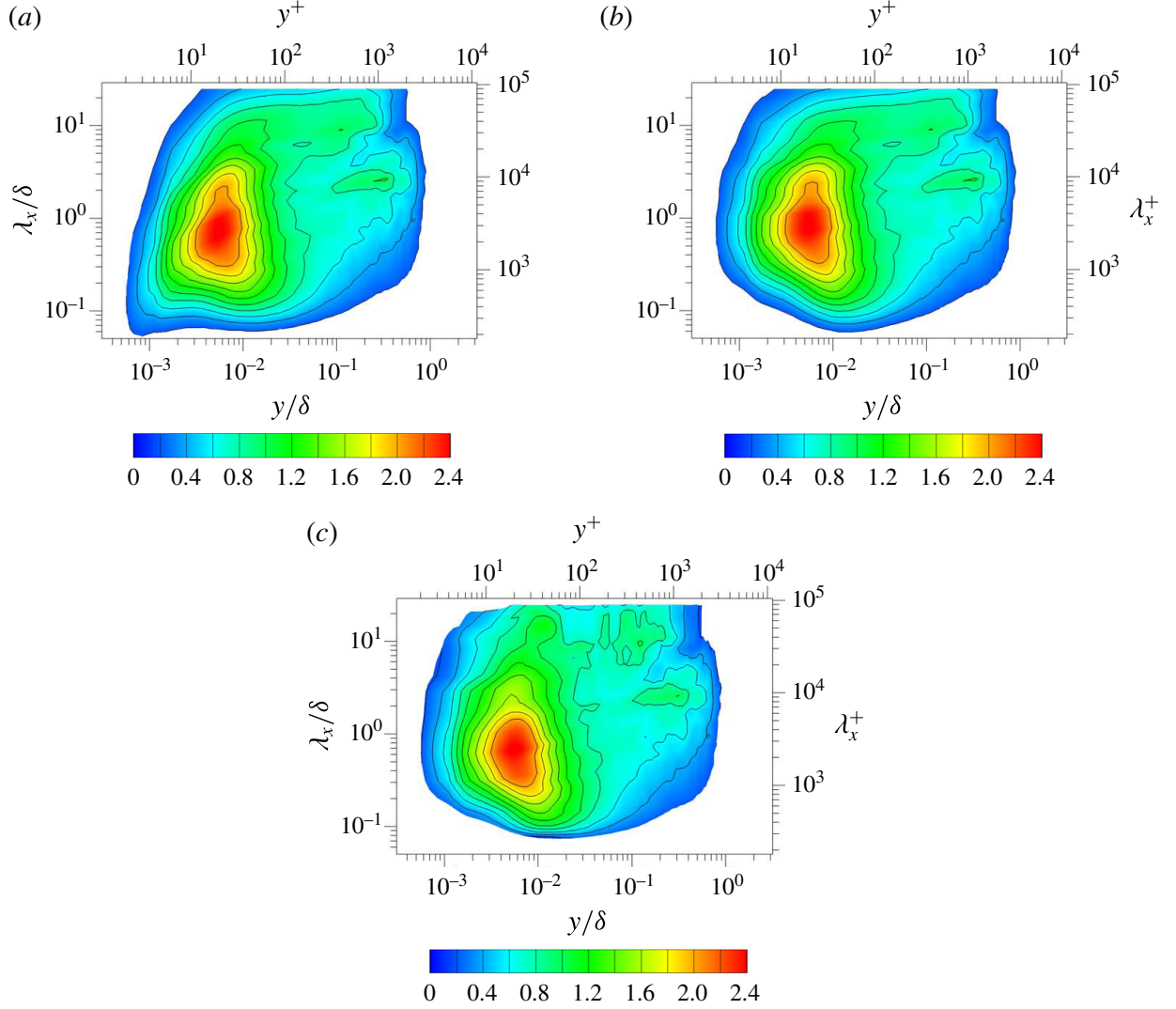


FIGURE 9. (Colour online) Pre-multiplied streamwise PSD $k_x G_{uu}(k_x)/u_\tau^2$ estimated from the temporal spectrum at $Re_\theta = 13\,000$ as a function of the wavelength and the wall distance: (a) $U_c = \langle U \rangle$; (b) $U_c = U_{corr}$; (c) $U_c = U_c(f)$.

One may conclude that the main differences are located in the inner layer, where the correlation-based strategy strongly differs from the mean velocity. The improvements from the scale dependence are more subtle, so it is required only for a refined analysis of the spectrum, or to get physical insight into the turbulence dynamics through convection properties and the validity of Taylor's hypothesis.

5. Defining a global convection velocity

The least-squares-based global convection velocity C_u defined in § 2.1 takes into account all scales of motion. It will next be written as a weighted harmonic average of the frequency-dependent convection velocity $U_c(f)$ derived from C_u in § 2.2, similar to the analysis of del Álamo & Jiménez (2009) in the dual case.

5.1. Global convection velocity and global correlation coefficient

The global convection velocity C_u is expressed as a weighted harmonic average of its frequency-dependent counterpart $U_c(f)$ by inserting (2.14) into (2.10) and finally

introducing one-sided power spectral densities (with factors 2 for $f > 0$ cancelling out):

$$C_u = \frac{\int_0^\infty f^2 G_{uu}(f) \, df}{\int_0^\infty \frac{1}{U_c(f)} f^2 G_{uu}(f) \, df}, \quad (5.1)$$

which is dual to equation (2.7) of del Álamo & Jiménez (2009).

From (2.12) and (2.14), one may rewrite the global correlation coefficient as

$$\gamma_u = \frac{\left| \int_0^\infty \frac{1}{U_c(f)} (2\pi f)^2 G_{uu}(f) \, df \right|}{\sqrt{\int_0^\infty (2\pi f)^2 G_{uu}(f) \, df} \sqrt{\int_0^\infty G_{\partial_x u \partial_x u}(f) \, df}} \quad (5.2)$$

and, using (5.1),

$$\gamma_u = \frac{1}{|C_u|} \sqrt{\frac{\int_0^\infty (2\pi f)^2 G_{uu}(f) \, df}{\int_0^\infty G_{\partial_x u \partial_x u}(f) \, df}}, \quad (5.3)$$

which is dual to equation (2.8) of del Álamo & Jiménez (2009).

Alternatively, γ_u is written as a function of the frequency-dependent $\gamma_u(f)$, inserting (2.15) into (2.12),

$$\gamma_u = \frac{\left| \int_0^\infty \text{sign}(\text{Im}(S_{u\partial_x u}(f))) f \sqrt{G_{uu}(f)} \sqrt{G_{\partial_x u \partial_x u}(f)} \gamma_u(f) \, df \right|}{\sqrt{\int_0^\infty f^2 G_{uu}(f) \, df} \sqrt{\int_0^\infty G_{\partial_x u \partial_x u}(f) \, df}}, \quad (5.4)$$

which becomes

$$\gamma_u = \frac{\left| \int_0^\infty \text{sign}(U_c(f)) f \sqrt{G_{uu}(f)} \sqrt{G_{\partial_x u \partial_x u}(f)} \gamma_u(f) \, df \right|}{\sqrt{\int_0^\infty f^2 G_{uu}(f) \, df} \sqrt{\int_0^\infty G_{\partial_x u \partial_x u}(f) \, df}}, \quad (5.5)$$

noting in (2.14) that $\text{sign}(\text{Im}(S_{u\partial_x u}(f))) = -\text{sign}(fU_c(f))$ since $S_{uu}(f) \geq 0$ ($u(t)$ being statistically stationary). As discussed in § 4.1, one may assume that $U_c(f)$ does not vanish. The PSDs have been assumed to be continuous functions of f in § 2.2, so $U_c(f)$ is also continuous. Consequently, $U_c(f)$ has a constant sign, and (5.5) becomes

$$\gamma_u = \frac{\int_0^\infty \sqrt{f^2 G_{uu}(f)} \sqrt{G_{\partial_x u \partial_x u}(f)} \gamma_u(f) \, df}{\sqrt{\int_0^\infty f^2 G_{uu}(f) \, df} \sqrt{\int_0^\infty G_{\partial_x u \partial_x u}(f) \, df}} \quad (U_c(f) \neq 0 \, \forall f). \quad (5.6)$$

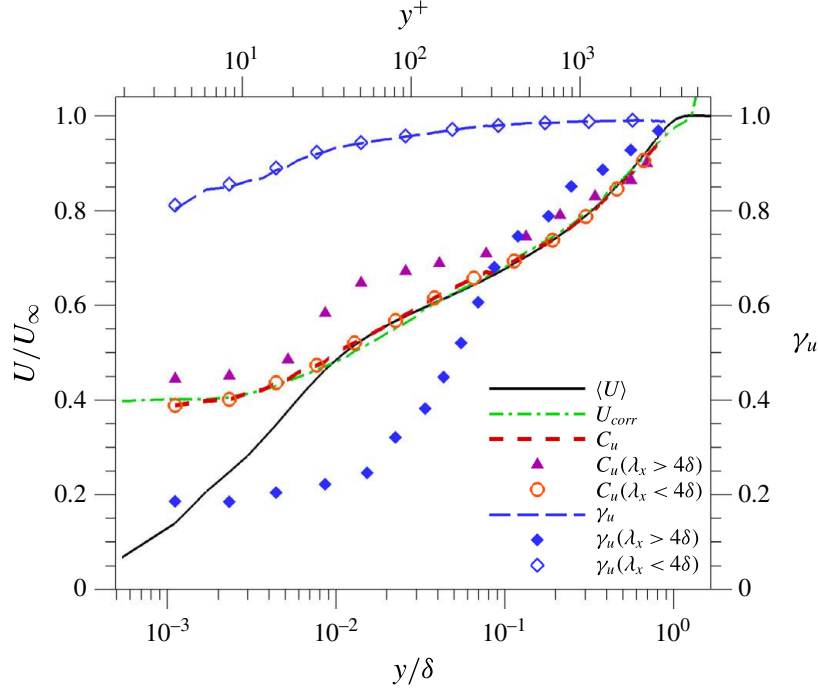


FIGURE 10. (Colour online) Outer-scaled streamwise velocities U/U_∞ at $Re_\theta = 13\,000$: mean velocity $\langle U \rangle$, correlation-based convection velocity U_{corr} , global convection velocity C_u , and partially integrated global convection velocity ($C_u(\lambda_x > 4\delta)$ and $C_u(\lambda_x < 4\delta)$). The associated correlation coefficients γ_u are plotted on the right-hand axis.

This expression is new and was not derived, even in the dual case, by del Álamo & Jiménez (2009); γ_u may be seen as a weighted average of the correlation coefficient $\gamma_u(f)$ over f , similar to (5.1) for $U_c(f)$, but this average is biased since $\int_0^\infty \sqrt{f^2 G_{uu}(f)} \sqrt{G_{\partial_x u \partial_x u}(f)} df \neq \sqrt{\int_0^\infty f^2 G_{uu}(f) df} \sqrt{\int_0^\infty G_{\partial_x u \partial_x u}(f) df}$ *a priori* (unless $U_c(f)$ is constant over all f).

The present global convection velocity C_u (5.1) and the associated correlation coefficient (5.3) are shown in figure 10, together with the mean velocity and the correlation-based convection velocity U_{corr} mentioned previously (and discussed in more detail in the next section). Consistent with the findings in the literature, the global convection velocity is close to the mean velocity, except near the wall where it is significantly larger and has a nearly constant value. In the outer layer, it is slightly smaller than the mean velocity. The global correlation coefficient has high values, especially in the outer layer, and decreases near the wall as predicted by Lin (1953).

The convection of the superstructures is isolated from the smaller structures in figure 10 considering only $\lambda_x/\delta \geq 4$ by partially integrating (5.1) and (5.3). The frequency range is determined from the wavenumber range using the dispersion relation $2\pi f = -U_c(f) k_x$ and assuming that $k_x(f)$ is a monotonous function, which is the case because the variations of $U_c(f)$ are slow enough. The largest length scales ($\lambda_x/\delta \geq 4$) are convected faster than the other scales near the wall, but the associated correlation coefficient is relatively low (consistent with Lin 1953). There is very little difference between the convection velocity and correlation coefficient accounting for either all scales or those scales such that $\lambda_x/\delta \leq 4$, suggesting that the contribution of the superstructures is not taken much into account through the weighted average

process described by (5.1) and (5.6). This will be easily explained via the physical interpretation of C_u given in § 6.2, revealing that the dissipative scales dominate its value, and incidentally emphasizing that the global profiles of C_u and γ_u (all scales) presented in figure 10 may depend on the resolution of the numerical simulation. In contrast, the values describing the largest scales only ($\lambda_x/\delta > 4$) do not directly depend on the resolution.

Furthermore, C_u and U_{corr} are very close to each other. A theoretical equivalence between both definitions in the limit of vanishing correlation separation for U_{corr} is demonstrated in the next section. This suggests that the evaluation of C_u , which could be altered by numerical errors from PSD estimations and discrete integration, is reliable because it coincides with U_{corr} in agreement with theory (the correlation-based method features fewer sources of numerical errors). In turn, this validates the numerical assessment of $U_c(f)$ (because it determines C_u), which cannot be done experimentally because no dataset is available at the same Reynolds number in the same flow. The theoretical equality between U_{corr} and C_u , which is demonstrated in the next section, suggests the interpretation of figure 7(b) as depicting the variations of $U_c(f)$ around its weighted frequency harmonic average C_u .

5.2. Equivalence with the correlation-based convection velocity

The correlation-based convection velocity U_{corr} mentioned in previous sections results from a linear fit to the relation between Δx and τ obtained by maximizing the correlation coefficient $(E(u(x, t)u(x + \Delta x, t + \tau)))/\sqrt{E(u(x, t)^2)E(u(x + \Delta x, t + \tau)^2)}$ over the time delay τ for five very small streamwise separations Δx (matching the mesh spacing) from the time signals stored at five successive mesh nodes. Wills (1964) recommends resorting to the correlation coefficient rather than to the correlation $E(u(x, t)u(x + \Delta x, t + \tau))$ for streamwise heterogeneous flows. The smallest possible value Δx is used so that even the smallest shortest-lived structures are quasi-frozen over τ and U_{corr} accounts for the convection of all scales. A dual method maximizing the coefficient over Δx for a given τ would not have been possible because the numerical constraints of the simulation lead to very small time step values compared with the streamwise mesh spacing and the convection velocity.

Figure 10 shows that U_{corr} and the present global convection velocity C_u (2.3) are very close to each other. This is explained here by demonstrating that minimizing $\mathcal{D}(C) = E(((1/C)\partial_t u + \partial_x u)^2)/E((\partial_x u)^2)$ over C , which defines C_u , is equivalent to maximizing the correlation coefficient $E(u(x, t)u(x + \Delta x, t + \tau))/\sqrt{E(u(x, t)^2)E(u(x + \Delta x, t + \tau)^2)}$ over τ for a vanishing value of Δx , which defines U_{corr} because the mesh spacing is very small. Indeed, the latter method is equivalent to maximizing $E(u(x, t)u(x + \Delta x, t + \Delta x/C))/\sqrt{E(u(x, t)^2)E(u(x + \Delta x, t + (\Delta x/C))^2)}$ over the convection velocity C for a given vanishing Δx (the time delay τ is $\tau = \Delta x/C$). To second order in Δx , one may write

$$u\left(x + \Delta x, t + \frac{\Delta x}{C}\right) \underset{\Delta x \rightarrow 0}{=} u(x, t) + \left(\partial_x u + \frac{1}{C}\partial_t u\right) \Delta x + \left(\partial_{xx} u + \frac{2}{C}\partial_{xt} u + \frac{1}{C^2}\partial_{tt} u\right) \frac{\Delta x^2}{2} + o(\Delta x^2), \quad (5.7)$$

so it may be shown that the correlation coefficient becomes

$$\begin{aligned}
 & \frac{E\left(u(x, t)u\left(x + \Delta x, t + \frac{\Delta x}{C}\right)\right)}{\sqrt{E(u(x, t)^2)E\left(u\left(x + \Delta x, t + \frac{\Delta x}{C}\right)^2\right)}} \\
 & \stackrel{\Delta x \rightarrow 0}{=} 1 + \left(\frac{\left(E\left(u\left(\partial_x u + \frac{1}{C}\partial_t u\right)\right)\right)^2}{2(E(u^2))^2} - \frac{E\left(\left(\partial_x u + \frac{1}{C}\partial_t u\right)^2\right)}{2E(u^2)} \right) (x, t) \\
 & \quad \times \Delta x^2 + o(\Delta x^2). \tag{5.8}
 \end{aligned}$$

Assuming that the flow is statistically stationary, and since the mathematical expectation $E(\cdot)$ commutes with the time and space derivation (one of Reynolds' axioms), we conclude that $E(u(1/C)\partial_t u) = (1/C)\partial_t E(u^2/2) = 0$, and that $E(u\partial_x u) = \partial_x E(u^2/2)$. This leads to the final result, valid for a flow that is statistically stationary in time:

$$\begin{aligned}
 & \frac{E\left(u(x, t)u\left(x + \Delta x, t + \frac{\Delta x}{C}\right)\right)}{\sqrt{E(u(x, t)^2)E\left(u\left(x + \Delta x, t + \frac{\Delta x}{C}\right)^2\right)}} \\
 & \stackrel{\Delta x \rightarrow 0}{=} 1 + \left(\left(\frac{\partial_x E(u^2)}{2E(u^2)}\right)^2 - \frac{E\left(\left(\partial_x u + \frac{1}{C}\partial_t u\right)^2\right)}{E(u^2)} \right) (x) \times \frac{\Delta x^2}{2} + o(\Delta x^2), \tag{5.9}
 \end{aligned}$$

from which it is concluded that maximizing the correlation coefficient $(E(u(x, t)u(x + \Delta x, t + \Delta x/C)))/\sqrt{E(u(x, t)^2)E(u(x + \Delta x, t + \Delta x/C)^2)}$ over C for a given very small value of Δx , in the limit of vanishing Δx , is equivalent to the minimization of $E((\partial_x u + (1/C)\partial_t u)^2)$ over C , which is itself equivalent to the minimization of $\mathcal{D}(C) = E(((1/C)\partial_t u + \partial_x u)^2)/E((\partial_x u)^2)$ over C . This shows that for a vanishing Δx , U_{corr} and C_u are equivalent, consistent with the observations in figure 10. The coexistence of the correlation-based and least-squares-minimized-residual definitions leads to two different physical interpretations given in the next section.

6. Physical interpretation of the present global convection velocity definition

In the next section, the correlation-based convection velocity U_{corr} is interpreted as the initial velocity of a turbulence-freezing frame of reference. A second section then interprets the equivalent global convection velocity C_u , defined in the present study via the minimization of the convection equation mean-squared residual, in terms of turbulence micro scale maximization in a convected frame of reference.

6.1. Initial velocity of a turbulence-freezing frame of reference

The convection velocity U_{corr} described previously is related to a broad category of velocities defined by maximizing the correlation $R_{uu}(\Delta x, \tau) = E(u(x, t)u(x + \Delta x, t + \tau))$. While U_{corr} relies on a maximization over τ for a given Δx , the most intuitive physical interpretation of these methods is obtained in the dual case of a maximization over Δx for a given τ , which is treated first.

Defining the value $\Delta x_{max}(\tau)$ of Δx that maximizes $R_{uu}(\Delta x, \tau)$ for a given τ , one notices that $R_{uu}(\Delta x_{max}(\tau), \tau)$ coincides with the time correlation in a frame of reference that is moving such that its origin at time τ has the streamwise coordinate $\Delta x_{max}(\tau)$. Fisher & Davies (1963) and Wills (1964) point out that in this frame of reference, the correlation decays as slowly as possible in time, by definition of $\Delta x_{max}(\tau)$. The classical convection velocity defined as the ratio $\Delta x_{max}(\tau)/\tau$ and which depends on τ may be seen as the mean velocity of this frame of reference during the time τ . The frame is not necessarily inertial, because its instantaneous velocity $d(\Delta x_{max}(\tau))/d\tau$ may vary in time. Favre *et al.* (1967) consider the value of $d(\Delta x_{max}(\tau))/d\tau$ at a given time τ as another possible definition of the convection velocity (but this is done in a mathematical way, with no reference to the instantaneous velocity of a moving frame). Furthermore, Favre *et al.* (1967) show that if the flow is homogeneous along x , both mean and instantaneous velocities coincide when τ vanishes, and are given by

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\Delta x_{max}(\tau)}{\tau}(\tau) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{d(\Delta x_{max}(\tau))}{d\tau}(\tau) = -\frac{E(\partial_t u \partial_x u)}{E(\partial_x u \partial_x u)}. \quad (6.1)$$

The latter expression from Favre *et al.* (1967) coincides with equation (2.4) of del Álamo & Jiménez (2009), even though the derivations are different. The global convection velocity of del Álamo & Jiménez (2009) may be interpreted, based on Favre *et al.* (1967), as the initial velocity of a moving frame in which the correlation decays as slowly as possible in time (turbulence is frozen), assuming streamwise homogeneity.

As mentioned in § 5.2, the present dataset requires dual definitions, all the more as the flow is spatially developing. With the value $\tau_{max}(\Delta x)$ of τ that maximizes $R_{uu}(\Delta x, \tau)$ for a given Δx , $R_{uu}(\Delta x, \tau_{max}(\Delta x))$ coincides with the time correlation in a frame of reference that is moving such that its origin reaches the streamwise position Δx at time $\tau_{max}(\Delta x)$. By definition of $\tau_{max}(\Delta x)$, this ensures the slowest possible spatial decay of the correlation. The classically defined convection velocity $\Delta x/\tau_{max}(\Delta x)$ is seen as the (time) average velocity of this frame of reference over Δx (on which it depends). Similarly to the dual case, the instantaneous velocity of the frame $d(\Delta x)/d(\tau_{max}(\Delta x))$ depends on Δx and may be used as a convection velocity (as did Favre *et al.* 1967 mathematically). Favre *et al.* (1967) show that as soon as the flow is statistically stationary (in time, since no spatial homogeneity is required for their derivation), both mean and instantaneous velocities coincide when Δx vanishes, and are given by

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\tau_{max}(\Delta x)}(\Delta x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{d(\Delta x)}{d(\tau_{max}(\Delta x))}(\Delta x) = -\frac{E(\partial_t u \partial_t u)}{E(\partial_t u \partial_x u)}(x). \quad (6.2)$$

The latter expression from Favre *et al.* (1967) coincides with the global convection velocity C_u defined in (2.3). This relation between the velocity C_u (2.3) minimizing the squared residual expectation and the limit of the convection velocity maximizing the

correlation for a given Δx is consistent with the previous direct demonstration that C_u also coincides with U_{corr} defined by maximizing the correlation coefficient (instead of the correlation) for a vanishing Δx . C_u and U_{corr} for a vanishing Δx are interpreted as the initial velocity of the moving frame of reference that provides the slowest spatial decay of the correlation, i.e. turbulence is frozen over the longest possible distance, with no other assumption than statistical time stationarity.

6.2. Turbulence micro scale maximization in a convected frame of reference

The present global convection velocity C_u (2.3) minimizes the expectation of the squared residual of the convection equation $E(((1/C)\partial_t u + \partial_x u)^2)$. This mathematical definition coincides with the phase velocity in the non-fluctuating convection of a single Fourier mode (see the Introduction, (1.16)). A physical interpretation for a broadband turbulence signal with fluctuating convection velocity, which is lacking in the literature known to the authors, is proposed here.

The interpretation is set in a convected inertial frame of reference with streamwise and time coordinates $(x_c = x - Ct, t)$, moving at a constant velocity C along x with respect to the usual frame of reference with coordinates (x, t) where the wall is still. The expectation E is seen as a spanwise and ensemble average so that it is a Reynolds average $\langle \cdot \rangle$ in both frames, commuting with derivatives. The streamwise velocity U in the usual frame becomes $U - C$ in the convected frame. The velocity fluctuation $u = U - \langle U \rangle$ and its variance $E(u^2)$ are the same in both frames because C is constant. The partial time derivative in the convected frame $(\partial u / \partial t)_{x_c}$ is a function of the partial time and streamwise derivatives in the usual frame,

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_{x_c} = \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_x \left(\frac{\partial t}{\partial t} \right)_{x_c} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_t \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_{x_c} = \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_x + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_t C \quad (6.3)$$

so that the expectation of the squared residual becomes

$$E \left(\left(\frac{1}{C} \partial_t u + \partial_x u \right)^2 \right) = \frac{1}{C^2} E \left(\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_{x_c}^2 \right), \quad (6.4)$$

which will now be related to the temporal auto-correlation of u in the convected frame, defined as

$$\begin{aligned} R_{uu}^c(x_c, t; \tau) &= E(u(x_c, t)u(x_c, t + \tau)) \\ &= E(u(x = x_c + Ct, t)u(x + \Delta x = x_c + C(t + \tau), t + \tau)). \end{aligned} \quad (6.5)$$

Since τ is independent from the space and time variables, one obtains

$$\begin{aligned} \frac{d^2 R_{uu}^c(x_c, t; \tau)}{d\tau^2} &= E(u(x_c, t)(\partial_{tt} u(x_c, t + \tau))_{x_c}) \\ &\Rightarrow \frac{d^2 R_{uu}^c(x_c, t; 0)}{d\tau^2} = E(u(x_c, t)(\partial_{tt} u(x_c, t))_{x_c}), \end{aligned} \quad (6.6)$$

$$\frac{d^2 R_{uu}^c(x_c, t; 0)}{d\tau^2} = (\partial_{tt} E(u(x_c, t)^2 / 2))_{x_c} - E((\partial_t u(x_c, t))_{x_c}^2). \quad (6.7)$$

From (6.3) and assuming statistical time stationarity in the usual frame of reference, $(\partial_t E(u(x_c, t)^2/2))_{x_c} = C^2 (\partial_{xx} E(u(x_c, t)^2/2))_t$, which leads, together with (6.4) and (6.7), to the relation

$$E \left(\left(\frac{1}{C} \partial_t u + \partial_x u \right)^2 \right) = (\partial_{xx} E(u^2/2))_t - \frac{1}{C^2} \frac{d^2 R_{uu}^c(x_c, t; 0)}{d\tau^2}. \quad (6.8)$$

The global convection velocity is defined by the minimization over C of $\mathcal{D}(C) = (E(((1/C)\partial_t u + \partial_x u)^2))/E((\partial_x u)^2)$, or equivalently of $\mathcal{E}(C) = (E(((1/C)\partial_t u + \partial_x u)^2))/2E(u^2)$, rewritten from (6.8):

$$\mathcal{E}(C) = \frac{(\partial_{xx} E(u^2/2))_t}{2E(u^2)} - \frac{\frac{d^2 R_{uu}^c(x_c, t; 0)}{d\tau^2}}{2C^2 E(u^2)} = \underbrace{\frac{(\partial_{xx} E(u^2/2))_t}{2E(u^2)}}_{\text{independent of } C} + \underbrace{\frac{-\frac{d^2 R_{uu}^c(x_c, t; 0)}{d\tau^2}}{2C^2 R_{uu}^c(x_c, t; 0)}}_{\mathcal{F}(C)}. \quad (6.9)$$

Minimizing $\mathcal{D}(C)$ is equivalent to minimizing $\mathcal{F}(C) = 1/(C^2 \tau_c^2)$ over C , where the Eulerian micro time scale in the convected frame of reference τ_c is defined by (see Hinze 1959)

$$\frac{-\frac{d^2 R_{uu}^c(x_c, t; 0)}{d\tau^2}}{2R_{uu}^c(x_c, t; 0)} = \frac{1}{\tau_c^2}. \quad (6.10)$$

Note that in the particular case when streamwise homogeneity is assumed in addition to statistical time stationarity, the flow is also time stationary in the convected frame (and homogeneous along x_c). In this case, τ_c is the time delay τ when the osculating parabola to $R_{uu}^c(x_c, t; \tau)$ at $\tau = 0$ reaches a zero correlation.

Coming back to the general case, the global convection velocity C_u (2.3) is interpreted as the value of C maximizing the length scale $\lambda_c = |C|\tau_c$, corresponding to the distance travelled by the convected frame during a time equal to the Eulerian micro time scale of turbulence τ_c in this convected frame, i.e. the distance over which the coherence of turbulent fluctuations in the micro scale sense is preserved by following their convection. This interpretation applies to the equivalent correlation-based velocity U_{corr} (see § 5.2), which is frequently used experimentally with a vanishing streamwise separation between two probes.

In the dual case of del Álamo & Jiménez (2009), $(E((\partial_t u + C\partial_x u)^2)/E((\partial_t u)^2)) = C^2 \mathcal{D}(C)(E((\partial_x u)^2)/E((\partial_t u)^2))$ is minimized instead of $\mathcal{D}(C) = (E(((1/C)\partial_t u + \partial_x u)^2))/E((\partial_x u)^2)$. Equivalently $C^2 \mathcal{E}(C)$ is minimized over C . From (6.9) multiplied by C^2 , one may conclude that a physical interpretation is also possible, but only assuming streamwise homogeneity of the flow (consistent with the requirements of the dual method, and similar to the time stationarity required for the present method). With this assumption, the method of del Álamo & Jiménez (2009) minimizes $C^2 \mathcal{F}(C)$, i.e. maximizes the micro time scale τ_c in the convected frame, which is more intuitive than maximizing λ_c in the present method but requires streamwise homogeneity.

The maximization of the micro scale is reminiscent of another method to assess the convection velocity maximizing the integral scale, in a convected inertial frame of reference, using correlations computed for all possible values of both streamwise and time separations (see Fisher & Davies 1963; Wills 1964). This is not suited to the present case especially because spatial growth of the boundary layer requires a local (in x) formulation. Putting the emphasis on the large scales through the integral

scale may also be irrelevant considering the validity of Taylor's hypothesis for the largest near-wall scales (Lin 1953), whereas C_u , in contrast, is dominated by the small dissipative scales related to the micro scale. As demonstrated in § 5.1, the convection of the largest scales may still be isolated since the method is spectral.

The relation between the present global convection velocity C_u and the micro scale is emphasized by the weight $f^2 G_{uu}(f)$ in (5.1) for the weighted harmonic average giving C_u from $U_c(f)$, confirming that C_u and U_{corr} are dominated by the dissipative scales and explaining the results of figure 10 for the smaller-scale-restricted convection velocity. This, however, implies that C_u and U_{corr} (massively used in experiments) are dominated by the smallest resolved scales, which are not necessarily the dissipative scales if an under-resolved simulation or experiment is considered, possibly explaining some discrepancies between datasets of different resolution (see e.g. a comparison in LeHew *et al.* 2011) if the convection velocity of the dissipative scales and of larger scales is different. This suggests that a safe way of comparing convection velocities from different datasets, other than DNS or very well-resolved experiments, is to resort to the partial integration of C_u (5.1) limited to frequencies suitably resolved by all datasets. This emphasizes the advantage of the spectral convection velocity compared with the correlation-based definition, all the more as their global values coincide (§ 5.2).

7. Assessment of the group velocity

From the dispersion relation $2\pi f = -U_c(f) k_x$, if $U_c(f)$ is considered as the phase velocity (consistent with the non-fluctuating monochromatic case described in the Introduction), one may define the associated group velocity

$$v_g(f) = -\frac{d(2\pi f)}{dk_x}, \quad (7.1)$$

where the minus sign ensures that $v_g(f) > 0$ corresponds to the energy being conveyed towards $x > 0$, as will be justified below. From (4.3) we obtain the following result:

$$v_g(f) = \frac{U_c(f)}{1 - \frac{f}{U_c(f)} \frac{dU_c(f)}{df}}. \quad (7.2)$$

The meaning of the group velocity is briefly restated here in keeping with chapter 3 of Charu (2011). A wavepacket is considered, with a spectral content centred on frequency f_0 and narrow enough for the dispersion relation to be linearized around frequency f_0 with satisfying accuracy,

$$u(x, t) = 2\text{Re} \left(\int_0^\infty \tilde{u}(f) \exp(2i\pi f t + ik_x(f)x) df \right), \quad (7.3)$$

where $\tilde{u}(f) \exp(ik_x(f)x)$ is the time Fourier transform of $u(x, t)$, which has the form of a complex exponential as a consequence of the assumption that the dispersion relation $2\pi f = -U_c(f) k_x(f)$ is verified, and use has been made of the property $\tilde{u}(-f) \exp(ik_x(-f)x) = (\tilde{u}(f) \exp(ik_x(f)x))^*$. To first-order accuracy in the width of the frequency band where the spectral content of $u(x, t)$ is concentrated, the dispersion relation may be written as

$$k_x(f) \underset{f-f_0 \rightarrow 0}{=} k_x(f_0) - \frac{2\pi}{v_g(f_0)}(f - f_0) + o(f - f_0), \quad (7.4)$$

so that to first order in the frequency width around f_0 , the wavepacket may be approximated by

$$u(x, t) = 2\text{Re} \left(\int_0^\infty \tilde{u}(f) \exp \left(2i\pi f t + i \left(k_x(f_0) - \frac{2\pi}{v_g(f_0)}(f - f_0) \right) x \right) df \right), \quad (7.5)$$

$$u(x, t) = 2\text{Re} \left(\underbrace{\exp(2i\pi f_0 t + i k_x(f_0) x)}_{\text{carrier wave}} \times \underbrace{\int_0^\infty \tilde{u}(f) \exp \left(2i\pi(f - f_0)t - i \frac{2\pi}{v_g(f_0)}(f - f_0)x \right) df}_{A(x, t)} \right) \quad (7.6)$$

where $A(x, t)$ is the envelope amplitude-modulating the carrier wave, verifying the property

$$A(x, t) = A(x - v_g(f_0)t, 0). \quad (7.7)$$

To first-order accuracy in the width of the frequency content around f_0 , the envelope of the wavepacket is moving at velocity $v_g(f_0)$ without changing shape. Since the amplitude of the envelope determines whether or not the carrier wave contains energy, the group velocity $v_g(f)$ is thus the velocity at which the energy associated with a wavepacket narrowly concentrated around frequency f and verifying the dispersion relation exactly is propagating downstream. Equation (7.7) confirms that $v_g(f) > 0$ corresponds to the propagation of energy towards $x > 0$ (hence the minus sign in (7.1)).

The resulting group velocity is compared with the phase velocity in figure 11. Little difference between the two velocities is shown by this figure. This is very consistent with the dilatation factor presented in § 4.1 being close to 1, so that the ratio between group and phase velocity is close to 1 as well.

The so-called phase velocity $U_c(f)$ does correspond to the phase velocity when pure convection is involved (see the Introduction), and has a mathematical interpretation (least-squares minimization of the convection equation residual) and a physical interpretation (micro time scale maximization, initial velocity of a freezing frame) when Taylor's hypothesis is not perfectly valid. As for the group velocity, its classical interpretation relates to the propagation of the energy associated with the wavepacket that represents the coherent motion. The phase velocity might be irrelevant because the carrier, even though travelling at $U_c(f)$, may omit the amplitude associated with the envelope travelling at $v_g(f)$. This suggests that the group velocity could better describe the convection speed of a type of coherent motion, but three major drawbacks arise in turbulent flows.

First, the derivation assumes that the dispersion relation is exactly verified, but the convection velocity fluctuates and the validity of Taylor's hypothesis is limited, so that only a strong approximation to Navier–Stokes equations is used. The group velocity is not defined from the exact wave equation describing the problem, and energy may be conveyed at a different speed.

Second, the group velocity is all the more relevant as there exist wavepackets, i.e. coherent motions, of very narrow frequency content (the group velocity derivation

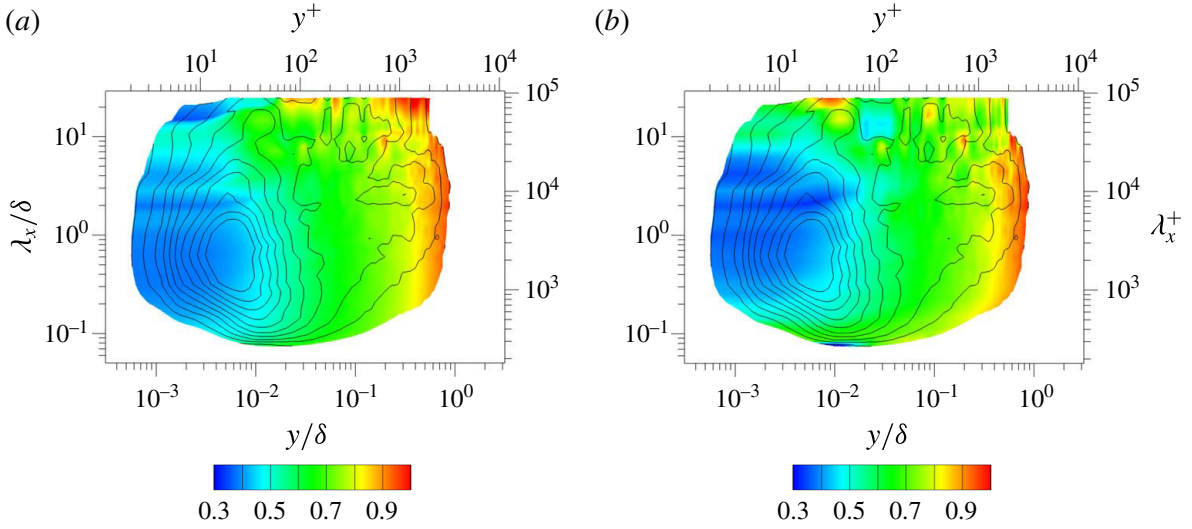


FIGURE 11. (Colour online) Convection velocity U_c/U_∞ (a) and group velocity v_g/U_∞ (b) at $Re_\theta = 13\,000$ as a function of the wavelength and the wall distance. Solid lines are isolines of $k_x G_{uu}(k_x)/u_\tau^2$.

being first-order accurate in the frequency width). This is not the case for typical coherent motions because of the nonlinearity of Navier–Stokes equations. One coherent motion entails not only wavelengths close to its size, but also harmonics accounting for its non-sinusoidal shape and making the frequency band where the energy of the structure is located too broad for the group velocity derivation to be accurate enough.

The third drawback is that the narrower the frequency content of the wavepacket around f_0 , the wider the time signal spreads (because of the properties of the Fourier transform). This means that the observed size of the packet in the time signal may be associated with the characteristic time of the amplitude modulation, i.e. the inverse of the small bandwidth of its spectral content, and not with $1/f_0$, which is related to the period of the carrier wave. Consequently, $v_g(f_0)$ may be related to the propagation speed of an object, i.e. the narrow (in frequency) wavepacket, whose size is not related to $1/f_0$. In contrast, $U_c(f_0)$ seems to be related to the perturbations whose characteristic time is close to $1/f_0$. For all these reasons, the use of $U_c(f)$ has been preferred over $v_g(f)$ in the present study.

8. Conclusion

The wavelength-dependent convection velocity of large-eddy-simulation-resolved streamwise velocity fluctuations has been assessed in a zero-pressure-gradient smooth flat plate turbulent boundary layer across the whole boundary layer profile at $Re_\theta = 13\,000$. The Reynolds number is high enough for the convection of superstructures to be observed, but the extreme computational cost of the simulation is out of reach of the published subsonic DNS datasets, so that a WRLES has been used, resorting to the zonal detached eddy simulation (ZDES) mode 3 technique and validated in Deck *et al.* (2014b).

As no existing method would satisfactorily address the spatial growth of the boundary layer and the data storage implied by the high Reynolds number while enabling a thorough physical interpretation of the obtained values, a new spectral method has been derived in the present study. It is inspired by the method of del

Álamo & Jiménez (2009), which has great potential for interpretation when Taylor's hypothesis is not rigorously valid, but whose input is spectral data and which assumes streamwise homogeneity (only the first steps of the derivation of a method suited to spatially developing flows were suggested). The new method assesses the frequency-dependent convection velocity from finite duration time signals (from which only power spectral density estimates may be obtained, not Fourier modes) and their local streamwise derivative, and it is suited to spatially developing flows. The validity of Taylor's hypothesis is assessed using a correlation coefficient that coincides with the dual one of del Álamo & Jiménez (2009).

The results concerning the scale-dependent convection velocity suggest common features of the convection of near-wall structures, hairpin packets and superstructures. The high convection velocity associated with the near-wall footprint of the superstructures is clearly visible. Further, a remarkable trend in the validity of Taylor's hypothesis has been reported, agreeing with theoretical predictions by Lin (1953). Consistent with del Álamo & Jiménez (2009), the streamwise spectrum has been reconstructed from the time spectrum by means of the frequency-dependent convection velocity, and compared with two classical strategies, where the convection velocity is either the mean velocity (which is common in experimental reconstruction of spectra) or a correlation-based non-scale-dependent velocity. The need for scale dependence depends on the main focus and refinement of the study.

The convection velocity has been interpreted as the phase velocity in the case of the non-fluctuating convection of a single Fourier mode, and in the general case as the minimization of the convection equation residual, consistent with del Álamo & Jiménez (2009). In addition, new physical interpretations have been given, including when Taylor's hypothesis is not rigorously valid. One involves the initial velocity of a turbulence-freezing moving frame of reference, while the other is related to the maximization of the turbulence micro scales in a convected frame of reference. These interpretations also apply to the classical convection velocity that maximizes the two-point two-time correlation for a vanishing separation, typically used in experiments, which has been demonstrated to be equivalent to the present global convection velocity accounting for all scales and seen as a weighted harmonic average of the frequency-dependent convection velocity. This establishes connections between several methods existing in the literature and connects the present method to them.

Moreover, the global correlation coefficient (validity of Taylor's hypothesis) has been newly described as a weighted average of the frequency-dependent correlation coefficient. Isolating the contribution of a scale band to the global velocity and correlation coefficient is very natural. The physical interpretation has been carried further by assessing and discussing the group velocity, which is not retained because of the nonlinearity of Navier–Stokes equations. In addition to the present method and the method of del Álamo & Jiménez (2009), four other methods have been proposed, which have not yet been used to the authors' knowledge.

The present global convection velocity is dominated by the dissipative scales, which implies that a direct numerical simulation of the same test case would be very useful. It is also concluded that the correlation-based assessment of the convection velocity from experiments may similarly depend on the probe resolution. The present method not only adds the scale dependence description level, but also enables the rejection of the smallest scales when assessing the global convection velocity. This could be a way of comparing datasets with different degrees of resolution.

The study of convection velocity may be seen as an additional approach to coherent motions at high Reynolds numbers. Coherent motions are associated not only with

a spectral energy site, but also with an almost uniform convection velocity zone, as explained by del Álamo & Jiménez (2009) and illustrated here. The study would be enhanced by simulations at even higher Reynolds numbers with clearer scale separation. Using this method to assess the physical validity of resolved motions in a WMLES might also be of interest.

Acknowledgements

This work was performed using HPC resources from GENCI-CINES (Project ZDESWALLTURB, grant 2012-[c2012026817]). The authors wish to thank P. Sagaut, P.-É. Weiss, R. Larauvie and L. Larchevêque for fruitful discussions. All the people involved in the evolution of the FLU3M code are warmly acknowledged. The thesis of N.R. is partly funded by the French defence procurement agency DGA.

Appendix A. On the choice of the minimized quantity defining the convection velocity C_u

The present global convection velocity C_u (2.3) minimizes $\mathcal{D}(C) = E(((1/C)\partial_t u + \partial_x u)^2)/E((\partial_x u)^2)$ over C . The dual study by del Álamo & Jiménez (2009) instead minimized $E((\partial_t u + C\partial_x u)^2)/E((\partial_t u)^2)$. The emphasis is placed on either time derivatives (present) or streamwise derivatives (del Álamo & Jiménez 2009) depending on the available signal. Table 2 presents the expressions of C_u minimizing three different functions $\mathcal{D}(C)$ (only if $C > 0$ for definition #3 because $E((\partial_t u + C\partial_x u)((1/C)\partial_t u + \partial_x u)) = E((1/C)(\partial_t u + C\partial_x u)^2)$), obtained from the condition $(\partial\mathcal{D}/\partial C)(C_u) = 0$. All involve the expectation of the squared residual of the convection equation, written as either $\partial_t u + U_c\partial_x u = 0$ or $(1/U_c)\partial_t u + \partial_x u = 0$ and normalized using the derivative term that does not depend on C . The velocity C_u (#3) resulting from the space–time symmetrical definition #3 is the geometric mean $\sqrt{C_u(\#1)C_u(\#2)}$ of the velocities from the first two definitions, coinciding with the symmetrical velocity V_G derived by Favre *et al.* (1967) from different considerations.

In a similar way to § 2.2, PSDs are used to derive a scale-dependent convection velocity and to write the global convection velocity as a function of it. For each definition #1–#3, two possibilities are considered. If streamwise signals including time derivatives are available, streamwise homogeneity is assumed and definition #1 is more suitable. In the dual case when time signals including streamwise derivatives are used, time stationarity is assumed and definition #2 is preferred, assuming that the derivatives assessed along the direction of the signal (spectral analysis or data) are more accurate than the derivatives included in the dataset (typically approximated from only a few discrete points). The symmetrical definition #3 is equally suitable for time or streamwise signals. The resulting scale-dependent convection velocity is equal to the geometric mean of its counterparts from definitions #1 and #2, extending (Favre *et al.* 1967) to scale-dependent velocities. Assuming $U_c > 0$:

$$U_c^{\#3}(f) = \sqrt{U_c^{\#1}(f)U_c^{\#2}(f)}, \quad f > 0 \quad \text{and} \quad U_c^{\#3}(k_x) = \sqrt{U_c^{\#1}(k_x)U_c^{\#2}(k_x)}, \quad k_x > 0. \quad (\text{A } 1a,b)$$

The combination of definition #1 with streamwise signals corresponds to del Álamo & Jiménez (2009), while #2 with time signals is treated in the present study. The four remaining cases in table 2 have never been investigated, to the authors' knowledge. In the present case, the three definitions with time signals were possible.

Definition	#1	#2	#3
$\mathcal{D}(\mathcal{E})$	$\frac{E((\partial_t u + C\partial_x u)^2)}{E((\partial_t u)^2)}$	$\frac{E\left(\left(\frac{1}{C}\partial_t u + \partial_x u\right)^2\right)}{E((\partial_x u)^2)}$	$\frac{E\left((\partial_t u + C\partial_x u)\left(\frac{1}{C}\partial_t u + \partial_x u\right)\right)}{\sqrt{E((\partial_t u)^2)}\sqrt{E((\partial_x u)^2)}}$
C_u	$-\frac{E(\partial_t u \partial_x u)}{E((\partial_x u)^2)}$	$-\frac{E((\partial_t u)^2)}{E(\partial_t u \partial_x u)}$	$\sqrt{\frac{E((\partial_t u)^2)}{E((\partial_x u)^2)}}$
$\gamma_u = \frac{ E(\partial_t u \partial_x u) }{\sqrt{E((\partial_t u)^2)E((\partial_x u)^2)}}$	$\sqrt{1 - \mathcal{D}(C_u)}$	$\sqrt{1 - \mathcal{D}(C_u)}$	$1 - \frac{\mathcal{D}(C_u)}{2}$
Time signal, streamwise derivative (∂_x, t)			
$U_c(f)$	$-\frac{2\pi f \text{Im}(S_{u\partial_x u}(f))}{S_{\partial_x u \partial_x u}(f)}$	$-\frac{2\pi f S_{uu}(f)}{\text{Im}(S_{u\partial_x u}(f))}$	$2\pi f \sqrt{\frac{S_{uu}(f)}{S_{\partial_x u \partial_x u}(f)}}$
$C_u(U_c(f))$	$\frac{\int_0^\infty U_c(f) G_{\partial_x u \partial_x u}(f) \, df}{\int_0^\infty G_{\partial_x u \partial_x u}(f) \, df}$	$\frac{\int_0^\infty f^2 G_{uu}(f) \, df}{\int_0^\infty \frac{1}{U_c(f)} f^2 G_{uu}(f) \, df}$	$\sqrt{\frac{\int_0^\infty f^2 G_{uu}(f) \, df}{\int_0^\infty \frac{1}{U_c(f)^2} f^2 G_{uu}(f) \, df}}$ $= \sqrt{\frac{\int_0^\infty U_c(f)^2 G_{\partial_x u \partial_x u}(f) \, df}{\int_0^\infty G_{\partial_x u \partial_x u}(f) \, df}}$
Reference	n.a.	Present	n.a.

TABLE 2. Continued on next page.

Streamwise signal, time derivative (x, ∂_t)	$-\frac{\text{Im}(S_{u\partial_t u}(k_x))}{k_x S_{uu}(k_x)} - \frac{S_{\partial_t u \partial_t u}(k_x)}{k_x \text{Im}(S_{u\partial_t u}(k_x))}$	
$U_c(k_x)$	$\frac{1}{k_x} \sqrt{\frac{S_{\partial_t u \partial_t u}(k_x)}{S_{uu}(k_x)}}$	
$C_u(U_c(k_x))$	$\frac{\int_0^\infty U_c(k_x) k_x^2 G_{uu}(k_x) dk_x}{\int_0^\infty k_x^2 G_{uu}(k_x) dk_x} \sqrt{\frac{\int_0^\infty U_c(k_x)^2 k_x^2 G_{uu}(k_x) dk_x}{\int_0^\infty k_x^2 G_{uu}(k_x) dk_x}}$	
Reference	del Álamo & Jiménez (2009)	n.a.

TABLE 2 (cntd). Possible convection velocity C_u definitions, depending on the chosen quantity $\mathcal{D}(C)$ that is minimized over C for $C = C_u$. Associated correlation coefficient γ_u . Spectral and global assessment of the convection velocity depending on the signal available (time or space). References when available (n.a., not available in the literature to the authors' knowledge). Definition #3 assumes $C > 0$, $C_u > 0$, and in addition $f > 0$ in the time signal lines, $k_x > 0$ in the streamwise signal lines (time and streamwise signal lines should not be read simultaneously). Sign conventions are from (1.1) ($U_c > 0$ for convection towards $x > 0$), (1.2) and (1.3), leading to the dispersion relation $2\pi f = -U_c k_x$. When using time signals, statistical stationarity is assumed. When using streamwise signals, streamwise homogeneity is assumed.

However, $U_c^{\#1}(f)$ involves three times the streamwise derivative and its potential inaccuracies. Definition #3 seems to be equivalent to definition #2 in terms of streamwise derivative involvement, because of the square root, but it is not valid for negative convection velocities and its physical meaning is not as clear as definition #2 (see § 6). Definition #2 maximizes the micro length scale λ_c and definition #1 maximizes the micro time scale τ_c , whereas definition #3 maximizes $\lambda_c \times \tau_c$, a quantity not easily interpreted. Consequently, definition #2 is used in the present study.

Appendix B. Demonstration of two properties of PSDs

We demonstrate here the two properties recalled in (2.8), for statistically stationary time signals $a(t)$ and $b(t)$:

$$S_{a\partial_t b}(f) = 2i\pi f S_{ab}(f) \quad \text{and} \quad S_{\partial_t a b}(f) = -2i\pi f S_{ab}(f), \quad (\text{B } 1a,b)$$

where the assumption of statistical stationarity is necessary for the latter equation.

One may indeed write that

$$R_{a\partial_t b}(\tau) = E(a(t)\partial_t b(t+\tau)) = \frac{d}{d\tau}(E(a(t)b(t+\tau))) = \frac{dR_{ab}(\tau)}{d\tau} \quad (\text{B } 2)$$

so that

$$R_{a\partial_t b}(\tau) = \frac{dR_{ab}(\tau)}{d\tau} = \frac{d}{d\tau} \left(\int_{-\infty}^{\infty} S_{ab}(f) \exp(2i\pi f \tau) df \right) = \int_{-\infty}^{\infty} 2i\pi f S_{ab}(f) \exp(2i\pi f \tau) df, \quad (\text{B } 3)$$

and since $R_{a\partial_t b}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{a\partial_t b}(f) \exp(2i\pi f \tau) df$, inverse Fourier-transforming the identity leads to the first property.

As for the second property, the assumption of stationary signals leads to

$$\begin{aligned} R_{\partial_t a b}(\tau) &= E(\partial_t a(t)b(t+\tau)) \underset{\text{stationary}}{=} E(b(t)\partial_t a(t-\tau)) \\ &= -\frac{d}{d\tau}(E(b(t)a(t-\tau))) \underset{\text{stationary}}{=} -\frac{dR_{ab}(\tau)}{d\tau}, \end{aligned} \quad (\text{B } 4)$$

from which the second property is found in the same way as the first one.

REFERENCES

- ADRIAN, R. J., MEINHART, C. D. & TOMKINS, C. D. 2000 Vortex organization in the outer region of the turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* **422**, 1–54.
- ATKINSON, C., BUCHMANN, N. A. & SORIA, J. 2015 An experimental investigation of turbulent convection velocities in a turbulent boundary layer. *Flow Turbul. Combust.* **94**, 79–95.
- DEL ÁLAMO, J. C. & JIMÉNEZ, J. 2009 Estimation of turbulent convection velocities and corrections to Taylor's approximation. *J. Fluid Mech.* **640**, 5–26.
- BALAKUMAR, B. J. & ADRIAN, R. J. 2007 Large- and very-large-scale motions in channel and boundary-layer flows. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* **365**, 665–681.
- BLACKWELDER, R. 1977 On the role of phase information in conditional sampling. *Phys. Fluids* **20**, S232–S242.
- BUXTON, O. R. H., DE KAT, R. & GANAPATHISUBRAMANI, B. 2013 The convection of large and intermediate scale fluctuations in a turbulent mixing layer. *Phys. Fluids* **25**, 125105.

- CARLIER, J. & STANISLAS, M. 2005 Experimental study of eddy structures in a turbulent boundary layer using particle image velocimetry. *J. Fluid Mech.* **535**, 143–188.
- CHAPMAN, D. R. 1979 Computational aerodynamics development and outlook. *AIAA J.* **17** (12), 1293–1313.
- CHARRU, F. 2011 *Hydrodynamic Instabilities*, Cambridge Texts in Applied Mathematics (No. 37). Cambridge University Press.
- CHOI, H. & MOIN, P. 1990 On the space–time characteristics of wall-pressure fluctuations. *Phys. Fluids* **2**, 1450–1460.
- CHOI, H. & MOIN, P. 1994 Effects of the computational time step on numerical solutions of turbulent flow. *J. Comput. Phys.* **113** (1), 227–234.
- CHOI, H. & MOIN, P. 2012 Grid-point requirements for large eddy simulation: Chapman’s estimates revisited. *Phys. Fluids* **24**, 011702.
- CHUNG, D. & MCKEON, B. J. 2010 Large-eddy simulation of large-scale structures in long channel flow. *J. Fluid Mech.* **661**, 341–364.
- DANDOIS, J., GARNIER, E. & SAGAUT, P. 2007 Numerical simulation of active separation control by a synthetic jet. *J. Fluid Mech.* **574**, 25–58.
- DAVOUST, S. & JACQUIN, L. 2011 Taylor’s hypothesis convection velocities from mass conservation equation. *Phys. Fluids* **23**, 051701.
- DECK, S. 2012 Recent improvements in the Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) formulation. *Theor. Comput. Fluid Dyn.* **26**, 523–550.
- DECK, S. & LARAUFIE, R. 2013 Numerical investigation of the flow dynamics past a three-element aerofoil. *J. Fluid Mech.* **732**, 401–444.
- DECK, S., RENARD, N., LARAUFIE, R. & SAGAUT, P. 2014a Zonal detached eddy simulation (ZDES) of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer over the Reynolds number range $3150 \leq Re_\theta \leq 14\,000$. *Phys. Fluids* **26**, 025116.
- DECK, S., RENARD, N., LARAUFIE, R. & WEISS, P.-E. 2014b Large scale contribution to mean wall shear stress in high Reynolds number flat plate boundary layers up to $Re_\theta = 13\,650$. *J. Fluid Mech.* **743**, 202–248.
- DECK, S. & THORIGNY, P. 2007 Unsteadiness of an axisymmetric separating–reattaching flow: numerical investigation. *Phys. Fluids* **19**, 065103.
- DECK, S., WEISS, P.-É., PAMIÈS, M. & GARNIER, E. 2011 Zonal Detached Eddy Simulation of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer. *Comput. Fluids* **48**, 1–15.
- DEGRAAFF, D. B. & EATON, J. K. 2000 Reynolds number scaling of the flat plate turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* **422**, 319–346.
- DENNIS, D. J. C. & NICKELS, T. B. 2008 On the limitations of Taylor’s hypothesis in constructing long structures in a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* **614**, 197–206.
- EITEL-AMOR, G., ÖRLÜ, R. & SCHLATTER, P. 2014 Simulation and validation of a spatially evolving turbulent boundary layer up to $Re_\theta = 8\,300$. *Intl J. Heat Fluid Flow* **47**, 57–69.
- ELSINGA, G. E., POELMA, C., SCHRÖDER, A., GEISLER, R., SCARANO, F. & WESTERWEEL, J. 2012 Tracking of vortices in a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* **697**, 273–295.
- FAVRE, A., GAVIGLIO, J. & DUMAS, R. 1967 Structure of velocity space time correlations in a boundary layer. *Phys. Fluids* **10**, S138–S145.
- FISHER, M. J. & DAVIES, P. O. A. L. 1963 Correlation measurements in a non-frozen pattern of turbulence. *J. Fluid Mech.* **18**, 97–116.
- GANAPATHISUBRAMANI, B., LONGMIRE, E. K. & MARUSIC, I. 2003 Characteristics of vortex packets in turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* **478**, 35–46.
- GAND, F., DECK, S., BRUNET, V. & SAGAUT, P. 2010 Flow dynamics past a simplified wing body junction. *Phys. Fluids* **22**, 115111.
- GOLDSCHMIDT, V. W., YOUNG, M. F. & OTT, E. S. 1981 Turbulent convective velocities (broadband and wavenumber dependent) in a plane jet. *J. Fluid Mech.* **105**, 327–345.
- HINZE, J. O. 1959 *Turbulence: An Introduction to its Mechanism and Theory*. McGraw-Hill.
- HUTCHINS, N. & MARUSIC, I. 2007 Evidence of very long meandering features in the logarithmic region of turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* **579**, 1–28.

- HUTCHINS, N., MONTY, J. P., GANAPATHISUBRAMANI, B., NG, H. C. H. & MARUSIC, I. 2011 Three-dimensional conditional structure of a high-Reynolds-number turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* **673**, 255–285.
- HUTCHINS, N., NICKELS, T. B., MARUSIC, I. & CHONG, M. S. 2009 Hot-wire spatial resolution issues in wall-bounded turbulence. *J. Fluid Mech.* **635**, 103–136.
- JARRIN, N., BENHAMADOU, S., LAURENCE, D. & PROSSER, R. 2006 A synthetic-eddy-method for generating inflow conditions for large-eddy simulations. *Intl J. Heat Fluid Flow* **27**, 585–593.
- JIMÉNEZ, J. 2012 Cascades in wall-bounded turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **44**, 27–45.
- JIMÉNEZ, J. 2013 Near-wall turbulence. *Phys. Fluids* **25**, 101302.
- JIMÉNEZ, J., HOYAS, S., SIMENS, M. P. & MIZUNO, Y. 2010 Turbulent boundary layers and channels at moderate Reynolds numbers. *J. Fluid Mech.* **657**, 335–360.
- DE KAT, R., GAN, L., DAWSON, J. R. & GANAPATHISUBRAMANI, B. 2012 Limitations of estimating turbulent convection velocities from PIV. In *16th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal*.
- KIM, J. & HUSSAIN, F. 1993 Propagation velocity of perturbations in turbulent channel flow. *Phys. Fluids* **5**, 695–706.
- KROGSTAD, P.-Å., KASPERSEN, J. H. & RIMESTAD, S. 1998 Convection velocities in a turbulent boundary layer. *Phys. Fluids* **10** (4), 949–957.
- LARAUFIE, R. & DECK, S. 2013 Assessment of Reynolds stresses tensor reconstruction methods for synthetic turbulent inflow conditions: application to hybrid RANS/LES methods. *Intl J. Heat Fluid Flow* **42**, 68–78.
- LARAUFIE, R., DECK, S. & SAGAUT, P. 2011 A dynamic forcing method for unsteady turbulent inflow conditions. *J. Comput. Phys.* **230**, 8647–8663.
- LARAUFIE, R., DECK, S. & SAGAUT, P. 2012 A Rapid switch from RANS to WMLES for spatially developing boundary layers. In *Progress in Hybrid RANS-LES Modelling, NNFM117* (ed. S. Fu, W. Haase, S.-H. Peng & D. Schwamborn), pp. 147–156. Springer.
- LARCHEVÊQUE, L., SAGAUT, P., LÊ, T.-H. & COMTE, P. 2004 Large-eddy simulation of a compressible flow in a three-dimensional open cavity at high Reynolds number. *J. Fluid Mech.* **516**, 265–301.
- LEE, J. H. & SUNG, H. J. 2011 Very-large-scale motions in a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* **673**, 80–120.
- LEE, J. H. & SUNG, H. J. 2013 Comparison of very-large-scale motions of turbulent pipe and boundary layer simulations. *Phys. Fluids* **25**, 045103.
- LEHEW, J., GUALA, M. & MCKEON, B. J. 2011 A study of the three-dimensional spectral energy distribution in a zero pressure gradient turbulent boundary layer. *Exp. Fluids* **51**, 997–1012.
- LEHEW, J. A., GUALA, M. & MCKEON, B. J. 2013 Time-resolved measurements of coherent structures in the turbulent boundary layer. *Exp. Fluids* **54**, 1508.
- LIN, C. C. 1953 On Taylor’s hypothesis and the acceleration terms in the Navier–Stokes equations. *Q. Appl. Maths* **X** (4), 154–165.
- MARUSIC, I. & HUTCHINS, N. 2005 Experimental study of wall turbulence: implications for control. In *Transition and Turbulence Control*, Lecture Notes Series, vol. 8, pp. 1–40. Institute for Mathematical Sciences, National University of Singapore.
- MARUSIC, I. & KUNKEL, G. J. 2003 Streamwise turbulence intensity formulation for flat-plate boundary layers. *Phys. Fluids* **15** (8), 2461–2464.
- MARUSIC, I., MATHIS, R. & HUTCHINS, N. 2010a High Reynolds number effects in wall turbulence. *Intl J. Heat Fluid Flow* **31**, 418–428.
- MARUSIC, I., MATHIS, R. & HUTCHINS, N. 2010b Predictive model for wall-bounded turbulent flow. *Science* **329**, 193–196.
- MARUSIC, I., MCKEON, B. J., MONKEWITZ, P. A., NAGIB, H. M., SMITS, A. J. & SREENIVASAN, K. R. 2010c Wall-bounded turbulent flows at high Reynolds numbers: Recent advances and key issues. *Phys. Fluids* **22**, 065103.
- MARUSIC, I., UDDIN, A. K. M. & PERRY, A. E. 1997 Similarity law for the streamwise turbulence intensity in zero-pressure-gradient turbulent boundary layers. *Phys. Fluids* **9**, 3718–3726.

- MARY, I. & SAGAUT, P. 2002 Large eddy simulation of flow around an airfoil near stall. *AIAA J.* **40**, 1139–1145.
- MATHIS, R., HUTCHINS, N. & MARUSIC, I. 2009 Large-scale amplitude modulation of the small-scale structures in turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* **628**, 311–337.
- MATHIS, R., HUTCHINS, N. & MARUSIC, I. 2011 A predictive inner–outer model for streamwise turbulence statistics in wall-bounded flows. *J. Fluid Mech.* **681**, 537–566.
- MATHIS, R., MARUSIC, I., CHERNYSHENKO, S. I. & HUTCHINS, N. 2013 Estimating wall-shear-stress fluctuations given an outer region input. *J. Fluid Mech.* **715**, 163–180.
- MOIN, P. 2009 Revisiting Taylor’s hypothesis. *J. Fluid Mech.* **640**, 1–4.
- MONTY, J. P. & CHONG, M. S. 2009 Turbulent channel flow: comparison of streamwise velocity data from experiments and direct numerical simulation. *J. Fluid Mech.* **633**, 461–474.
- PAMIÈS, M., WEISS, P. E., GARNIER, E., DECK, S. & SAGAUT, P. 2009 Generation of synthetic turbulent inflow data for large eddy simulation of spatially evolving wall-bounded flows. *Phys. Fluids* **21**, 045103.
- PIOMELLI, U. & BALARAS, E. 2002 Wall-layer models for large-eddy simulations. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **34**, 349–374.
- PIOMELLI, U., BALINT, J.-L. & WALLACE, J. M. 1989 On the validity of Taylor’s hypothesis for wall-bounded flows. *Phys. Fluids* **1**, 609–611.
- PIROZZOLI, S. & BERNARDINI, M. 2013 Probing high-Reynolds-number effects in numerical boundary layers. *Phys. Fluids* **25**, 021704.
- ROMANO, G. P. 1995 Analysis of two-point velocity measurements in near-wall flows. *Exp. Fluids* **20**, 68–83.
- SILLERO, J., JIMÉNEZ, J., MOSER, R. D. & MALAYA, N. P. 2011 Direct simulation of a zero-pressure-gradient turbulent boundary layer up to $Re_\theta = 6650$. In *13th European Turbulence Conference (ETC13)*, J. Phys.: Conference Series, vol. 318. IOP Publishing.
- SIMON, F., DECK, S., GUILLEN, P., SAGAUT, P. & MERLEN, A. 2007 Numerical simulation of the compressible mixing layer past an axisymmetric trailing edge. *J. Fluid Mech.* **591**, 215–253.
- SMITS, A. J., MCKEON, B. J. & MARUSIC, I. 2011 High-Reynolds number wall turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **43**, 353–375.
- TALLURU, K. M., BAIDYA, R., HUTCHINS, N. & MARUSIC, I. 2014 Amplitude modulation of all three velocity components in turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech. Rapids* **746**, R1.
- VINCENTI, P., KLEWICKI, J., MORRILL-WINTER, C., WHITE, C. M. & WOSNIK, M. 2013 Streamwise velocity statistics in turbulent boundary layers that spatially develop to high Reynolds number. *Exp. Fluids* **54**, 1629.
- WEISS, P.-E. & DECK, S. 2011 Control of the antisymmetric mode ($m = 1$) for high Reynolds axisymmetric turbulent separating/reattaching flows. *Phys. Fluids* **23**, 095102.
- WEISS, P.-E., DECK, S., ROBINET, J.-C. & SAGAUT, P. 2009 On the dynamics of axisymmetric turbulent separating/reattaching flows. *Phys. Fluids* **21**, 075103.
- WELCH, P. D. 1967 The use of Fast Fourier Transform for the estimation of power spectra: a method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Trans. Audio Electroacoust.* **AU-15** (2), 70–73.
- WILLS, J. A. B. 1964 On convection velocities in turbulent shear flows. *J. Fluid Mech.* **20** (3), 417–432.
- ZAMAN, K. B. M. Q. & HUSSAIN, A. K. M. F. 1981 Taylor hypothesis and large-scale coherent structures. *J. Fluid Mech.* **112**, 379–396.

Points clés :

- ▶ Estimation de la **vitesse de convection** en fonction de la **distance à la paroi** et de la **longueur d'onde** des fluctuations turbulentes (u') à l'aide d'une nouvelle méthode :
 - Couche limite en **développement spatial** à gradient de pression nul, profil à $Re_\theta = 13\,000$ (WRLES)
 - Analyse de la vitesse de convection des **superstructures**
 - Propriétés de **convection** communes à chaque **site spectral** énergétique
 - **Validité** de l'hypothèse de **Taylor** d'autant meilleure que de plus petites échelles plus loin de la paroi sont considérées, en accord avec l'étude **théorique** de Lin [186]

- ▶ Nouvelle **méthode** d'estimation **spectrale** de la **vitesse de convection** :
 - Inspirée de la méthode de del Álamo et Jiménez [72]
 - Adaptée aux écoulements en **développement spatial** et à des signaux **temporels de durée finie**, permet l'évaluation de la **validité** de l'hypothèse de **Taylor**
 - Ne nécessite des données résolues que dans le temps, pas selon $x \rightarrow$ **Réduit** le **stockage** de données nécessaire en comparaison avec une analyse fréquence - nombre d'onde
 - **Interprétations** des valeurs obtenues en présence d'**écarts** à l'hypothèse de Taylor (en particulier, **maximisation** d'une **micro-échelle** turbulente dans un référentiel convecté)
 - Discussion de la **vitesse de groupe** et de ses limitations
 - Vitesse de convection **globale** (représentant toutes les échelles de longueur) ou associée à une **bande** de longueurs d'onde : **moyenne harmonique pondérée** de la vitesse de convection locale en fréquence
 - **Équivalence** de la vitesse de convection **globale** avec une méthode basée sur la **corrélation** deux points - deux temps fréquemment utilisée **expérimentalement**
 - Possibilité de **restreindre** l'évaluation de la vitesse de convection aux seules longueurs d'ondes **bien résolues** par les jeux de données disponibles \rightarrow Pourrait aider à réduire la dispersion entre jeux de données (forte dépendance de la méthode basée sur la corrélation deux points - deux temps par rapport aux échelles les moins bien résolues)

- ▶ **Reconstruction** du spectre **spatial** à partir de signaux temporels à l'aide de la vitesse de convection
 - **Comparaison** avec deux stratégies **classiques** (vitesse moyenne, vitesse basée sur la corrélation deux points - deux temps)
 - Prendre en compte la dépendance de la vitesse de convection par rapport à l'échelle de longueur permet une **meilleure évaluation** de l'échelle de **longueur** et de la vitesse de **convection** des **grandes échelles près de la paroi**

- ▶ **Perspectives**
 - **Affinement** de l'analyse de la **contribution** des **grandes structures** à la dynamique turbulente \leftrightarrow En particulier contribution au **frottement moyen** (chap. 5) : estimation plus **précise** des **longueurs d'onde** à partir des signaux temporels
 - Première approche de la **dynamique** des **structures cohérentes**, dont la vitesse de **convection** doit être relativement **uniforme** au sein du **site spectral** associé pour que leur **cohérence** soit préservée au cours du temps
 - Utilité d'une base de données à encore **plus grand** nombre de **Reynolds** (meilleure **séparation** d'échelles)
 - **Discrimination** des fluctuations résolues par une simulation **WMLES** (fluctuations physiques ou bien artefacts de modélisation) par l'analyse de leur vitesse de convection

Cinquième partie

Conclusions et perspectives

« *Ce qui embellit le désert, c'est qu'il cache un puits quelque part...* »

- Antoine de Saint-Exupéry -

Les couches limites turbulentes à grand nombre de Reynolds sont présentes dans de nombreuses applications, en particulier en aéronautique. Leur dynamique peut alors être déterminante pour des phénomènes comme la résistance à l'avancement des aéronefs, qui représente un enjeu non seulement technique et économique, mais aussi sociétal. Sur le plan théorique, la dynamique turbulente pariétale à nombre de Reynolds modéré est relativement bien comprise, comme rappelé dans le chapitre 1. En revanche, son évolution à des valeurs élevées du nombre de Reynolds typiques des applications aéronautiques (fig. 1.1) soulève de nombreuses questions scientifiques dont la plupart restent ouvertes à ce jour ([292], [143], [145]). Certains exemples de questions retenues en raison de leurs implications pour les simulations numériques en aérodynamique appliquée ont été exposés dans le chapitre 2. Un phénomène emblématique des spécificités observées à grand nombre de Reynolds est l'importance de structures cohérentes de très grand taille, dont la longueur excède plusieurs épaisseurs de couche limite, appelées superstructures.

La compréhension partielle de ces phénomènes physiques est en partie liée au coût très élevé de simulation numérique de la turbulence pariétale à grand nombre de Reynolds, comme estimé dans le chapitre 3. C'est dans ce contexte que s'inscrivent des stratégies de simulation numérique moins résolues que la simulation numérique directe (DNS), dont certaines ont été illustrées dans le chapitre 3. D'une part, le recours à la simulation des grandes échelles (LES) peut permettre une description de précision satisfaisante de certains phénomènes physiques ne nécessitant pas la résolution de toutes les fluctuations turbulentes. L'accès à des valeurs du nombre de Reynolds supérieures à celles envisageables pour la simulation numérique directe (limitées par le coût de calcul de cette dernière) peut alors contribuer à une meilleure compréhension des phénomènes physiques liés à la dynamique turbulente pariétale. D'autre part, une telle compréhension peut éclairer et guider les choix de modélisation nécessaires au développement de stratégies de simulation comme la simulation des grandes échelles avec modèle de paroi (WMLES), dont la nécessité applicative est liée au coût prohibitif de la DNS aux grands nombres de Reynolds caractérisant de nombreux systèmes aéronautiques. Les stratégies de simulation numérique avancée et la compréhension de la turbulence pariétale sont donc liées par un cercle vertueux. Un bénéfice très important est attendu de la part de la stratégie WMLES en comparaison avec la DNS, puisque l'estimation du nombre de points de maillage proposée dans le chapitre 3 suggère qu'à grand nombre de Reynolds, le nombre de points approximativement nécessaire pour une DNS évolue proportionnellement à une grandeur proche du carré de celui requis pour une WMLES.

La présente étude est principalement focalisée sur des analyses physiques à grand nombre de Reynolds s'appuyant sur la simulation numérique. Le cas de la couche limite turbulente incompressible de plaque plane en développement spatial à gradient de pression nul a été retenu en raison de sa pertinence pour les applications aéronautiques en aérodynamique externe, en comparaison avec l'écoulement de canal par exemple, bien que le coût de simulation de ce dernier soit inférieur. De plus, les analyses réalisées trouvent leur motivation dans la problématique de la simulation des grandes échelles avec modèle de paroi et de la précision de description de la couche limite par cette stratégie. L'extrême importance applicative du frottement moyen pariétal en motive en particulier l'étude dans la partie III. Rappelons que dans le cas d'un avion civil en croisière, la traînée de frottement peut représenter plus de la moitié de la résistance totale à l'avancement ([183], [107]). Pourtant, les études théoriques, expérimentales ou numériques consacrées à la valeur moyenne du frottement sont beaucoup moins nombreuses que celles dédiées aux fluctuations du frottement. Un exemple de question scientifique laissée sans réponse explicite jusqu'ici est la contribution au frottement moyen des superstructures observées à grand nombre de Reynolds. C'est dans ce contexte que s'inscrit la présente étude.

Conclusions

Validation d'une base de données à grand nombre de Reynolds

L'étude de phénomènes physiques spécifiques aux grands nombres de Reynolds, et en particulier de la contribution des superstructures au frottement moyen, a nécessité l'utilisation d'une base de données à nombre de Reynolds supérieur à $Re_\theta = 10^4$ et couvrant une large plage de nombres de Reynolds. En raison de la difficulté de réaliser une simulation numérique directe (de coût très élevé) ou de décrire expérimentalement de manière exhaustive la dynamique turbulente à de tels nombres de Reynolds, une simulation des grandes échelles résolue à la paroi (WRLES) reposant sur le mode III de la méthode ZDES (*Zonal Detached Eddy Simulation*) a été employée dans la présente étude. La validation de cette simulation numérique, rendue nécessaire par le fait qu'il ne s'agit pas d'une DNS, est exposée dans le chapitre 4. Cette validation montre en particulier la nécessité de dépasser $Re_\theta = 10^4$ pour observer nettement les superstructures. La démonstration de la très bonne résolution des paramètres globaux de la couche limite et de la dynamique turbulente de la zone externe conforte l'utilisation de cette base de données pour l'étude de la contribution des fluctuations turbulentes de la zone externe au frottement moyen pariétal.

Analyse du frottement moyen dans la couche limite à grand nombre de Reynolds

L'analyse du frottement moyen pariétal proposée dans le chapitre 5 fait appel à l'identité Fukagata-Iwamoto-Kasagi (FIK [91]), pour l'application de laquelle la base de données présente une résolution satisfaisante. La large plage de nombres de Reynolds et leur valeur maximale élevée permettent de révéler une propriété asymptotique de l'identité FIK (5.7) (rapport $C_{f,III}/C_f$ approximativement constant et proche du cas laminaire). Cette propriété est en partie expliquée par la possible auto-similarité de la zone externe de la couche limite à grand nombre de Reynolds. Cette propriété est de plus exploitée pour résoudre en partie la difficulté causée par le terme $C_{f,III}$ de l'identité FIK (5.7), non négligeable dans la couche limite en développement spatial, en permettant d'établir un lien entre l'excès de frottement induit par la turbulence et le terme $C_{f,II}$ associé au profil de la tension croisée de Reynolds pondérée.

L'analyse spectrale du terme $C_{f,II}$ (5.7) permet alors pour la première fois la décomposition de l'excès de frottement moyen induit par la turbulence en fonction de la distance à la paroi des fluctuations turbulentes et de leur longueur d'onde à $Re_\theta = 13\,000$. On conclut en particulier que les grandes échelles ($\lambda_x > \delta$) contribuent à environ la moitié du frottement moyen vers $Re_\theta = 10^4$. L'évaluation des longueurs d'onde longitudinales à partir de signaux temporels stockés en un point donné de la couche limite en développement spatial repose toutefois sur l'estimation de la vitesse de convection turbulente, ce qui en motive l'affinement dans la suite de l'étude. De plus, le lien établi entre l'excès de frottement induit par la turbulence et le terme $C_{f,II}$ de l'identité FIK est indirect et met en particulier en jeu un facteur de proportionnalité approchée différent de 1. Cette limitation s'ajoute au caractère quelque peu intriqué de la dérivation mathématique de l'identité FIK et à sa difficulté d'interprétation physique pour motiver la dérivation d'une nouvelle décomposition du frottement moyen.

Le chapitre 6 détaille alors les motivations, la dérivation et l'illustration d'une décomposition de la génération du frottement moyen pariétal. Cette nouvelle décomposition présente certaines similarités avec l'identité FIK, mais semble en résoudre certains défauts. En particulier, la dérivation de la nouvelle identité est mathématiquement simple, et repose sur un raisonnement physique clairement identifié. En effet, l'identité est obtenue comme un bilan global (sur tout le profil de la couche limite selon la normale à la paroi) d'énergie cinétique moyenne longitudinale dans un référentiel absolu lié au fluide extérieur non perturbé par la paroi. De plus, les termes de la nouvelle identité sont directement liés à des processus physiques simples (dissipation directe, production d'énergie cinétique turbulente, taux de gain d'énergie cinétique moyenne longitudinale dans le référentiel absolu). Enfin, le terme $C_{f,c}$ de la nouvelle décomposition, qui représente le développement spatial de la couche limite, devient négligeable devant le terme $C_{f,b}$ à grand nombre de Reynolds, en contraste

avec le comportement problématique du terme $C_{f,III}$ de l'identité FIK (5.7). La nouvelle identité permet ainsi d'établir un lien direct entre l'excès de frottement moyen induit par la turbulence à grand nombre de Reynolds et la production d'énergie cinétique turbulente intégrée dans tout le profil normal de couche limite, représentée par le terme $C_{f,b}$. L'analyse de l'évolution de la décomposition avec le nombre de Reynolds met alors en valeur l'importance de la zone logarithmique, dont la dynamique semble dominer la génération du frottement moyen à très grand nombre de Reynolds. Ce résultat, bien qu'en désaccord avec l'identité FIK qui repose sur un bilan différent et n'a pas d'interprétation physique simple, est consistant avec l'importance générale de la zone logarithmique dans la dynamique turbulente à grand nombre de Reynolds (chap. 2), donnant du crédit à la nouvelle décomposition. De plus, le comportement observé de la réduction du frottement par contrôle très proche de la paroi et adimensionné en unités de paroi est prédit par la nouvelle identité. Par ailleurs, cette nouvelle décomposition est généralisée au cas d'un gradient de pression non nul modéré et aux cas des écoulements de canal plan et de conduite de section circulaire.

Estimation spectrale de la vitesse de convection turbulente

Afin d'affiner la détermination de la longueur d'onde longitudinale des fluctuations de vitesse longitudinale à partir de signaux temporels, qui constitue l'une des étapes de l'étude du frottement moyen réalisée selon l'approche FIK, la vitesse de convection turbulente mise en jeu peut être évaluée de manière plus précise que dans le chapitre 5. En effet, une meilleure approximation consiste à prendre explicitement en compte la dépendance de la vitesse de convection par rapport à l'échelle de longueur des fluctuations turbulentes. Cela permet d'étendre le domaine de validité de l'hypothèse de turbulence gelée de Taylor et d'améliorer la reconstruction des spectres spatiaux à partir de signaux temporels. De plus, on obtient ainsi un premier niveau de description de la dynamique des fluctuations turbulentes. En particulier, une structure restant cohérente dans le temps peut en principe être associée à un site spectral énergétique dans lequel la vitesse de convection est relativement uniforme ([72]). Toutefois, l'évaluation spectrale de la vitesse de convection est compliquée par le développement spatial de la couche limite. Dans le chapitre 7, une nouvelle méthode d'estimation spectrale de la vitesse de convection turbulente est proposée. Cette méthode est adaptée au cas d'un écoulement en développement spatial et à l'emploi de signaux temporels de durée finie (et non pas de modes de Fourier issus d'un code spectral), contrairement à la méthode de del Álamo et Jiménez [72] dont elle s'inspire.

L'application de la nouvelle méthode à la base de données WRLES validée dans le chapitre 4 permet d'estimer pour la première fois un profil complet de vitesse de convection des fluctuations turbulentes de vitesse longitudinale dans la couche limite à $Re_\theta = 13\,000$ dépendant de la longueur d'onde des fluctuations et de la distance à la paroi. La convection des superstructures est plus particulièrement analysée. Une interprétation physique des valeurs obtenues en présence d'écarts à l'hypothèse de Taylor est proposée, faisant en particulier appel à la maximisation d'une micro-échelle turbulente dans un référentiel convecté. La notion de vitesse de groupe est également explorée dans le cas de la turbulence pariétale. Enfin, l'évaluation d'une vitesse de convection globale (représentant toutes les échelles de longueur) comme la moyenne harmonique pondérée de la vitesse de convection locale en fréquence pourrait rendre possible la restriction aux seules longueurs d'ondes bien résolues par les jeux de données disponibles et ainsi réduire la dispersion de futurs résultats. L'étude du chapitre 7 montre en effet que la vitesse de convection globale définie dans la nouvelle méthode est équivalente à celle obtenue par une méthode basée sur la corrélation deux points - deux temps fréquemment utilisée expérimentalement.

Améliorations proposées pour le fonctionnement WMLES du mode III de la méthode ZDES

Bien que le développement du mode III de la méthode ZDES ne représente qu'une part mineure de la présente étude, il constitue une motivation essentielle des analyses physiques réalisées. Deux axes d'amélioration du fonctionnement WMLES de la méthode sont de plus exposés dans l'annexe A. D'une part, un nouveau positionnement de l'interface RANS proche paroi / LES extérieure est

proposé, au centre géométrique de la zone logarithmique. Cette modification est motivée par la recherche d'un comportement de la méthode invariant avec le nombre de Reynolds, car le centre géométrique de la zone logarithmique joue un rôle central dans la dynamique turbulente de la couche limite à grand nombre de Reynolds (chapitre 2). La méthode d'analyse du frottement moyen basée sur l'identité FIK permet de plus de quantifier le bénéfice obtenu grâce à cette nouvelle interface, la fraction résolue de l'excès de frottement induit par la turbulence passant de 85% à 90% environ à $Re_\theta = 13\,000$ avec la nouvelle interface en comparaison avec l'interface employée dans des études antérieures. D'autre part, une nouvelle fonction d'interface lisse est introduite dans le modèle de turbulence décrit dans le chapitre 3 afin de corriger un défaut d'évolution longitudinale du frottement moyen (oscillations indésirables) tout en préservant les niveaux turbulents moyens prédits et en adoptant une formulation simple compatible avec une future extension à des géométries plus complexes. Dans la zone de fluctuations résolues pleinement développées du cas test considéré, les modifications introduites permettent de conserver une prédiction du frottement moyen avec une erreur inférieure à 5% par rapport à la corrélation de Coles-Fernholz (1.43). Le frottement moyen étant directement lié à l'évolution de l'épaisseur de quantité de mouvement dans la couche limite à gradient de pression nul (1.39), sa bonne prévision est une condition nécessaire pour la bonne croissance de la couche limite, d'importance cruciale pour les applications de la simulation numérique.

Perspectives

Les conclusions de la présente étude pourraient avoir pour suite logique de nouvelles analyses physiques et certains développements de la simulation des grandes échelles avec modèle de paroi. Ces perspectives proches sont d'autant plus naturelles qu'elles constituaient parfois l'une des motivations des travaux réalisés.

Analyse physique

Parmi les analyses physiques naturellement envisageables, soulignons que la nouvelle décomposition de la génération du frottement moyen pariétal établie dans le chapitre 6 suggère qu'à grand nombre de Reynolds, une réduction du frottement moyen davantage prononcée que celle obtenue à l'aide de *riblets* pourrait nécessiter l'altération de la nature de la dynamique turbulente de la zone logarithmique. Une application de la nouvelle décomposition au contrôle des écoulements turbulents pariétaux à grand nombre de Reynolds semble d'autant plus intéressante que la diminution avec le nombre de Reynolds de la réduction relative du frottement obtenue par des dispositifs comme les *riblets* est soulignée dans la littérature (*e.g.* [299]). D'autre part, il serait naturel de réviser l'analyse spectrale de la contribution turbulente au frottement moyen réalisée selon l'approche FIK dans le chapitre 5 à l'aide de la nouvelle décomposition. Cette dernière possède en effet une interprétation en termes de processus physiques clairement identifiés dont la distribution dans la couche limite est consistante avec les propriétés connues de la turbulence pariétale à grand nombre de Reynolds, contrairement à l'identité FIK.

Un autre prolongement naturel de la présente étude consisterait à affiner la décomposition spectrale du frottement moyen réalisée dans le chapitre 5 et éventuellement revue à l'aide de la nouvelle décomposition du chapitre 6, en utilisant la méthode d'évaluation spectrale de la vitesse de convection turbulente. Cela permettrait d'améliorer l'estimation de la longueur d'onde spatiale des fluctuations à partir des signaux temporels. La démonstration dans le chapitre 7 de la reconstruction de spectres spatiaux à l'aide de cette nouvelle méthode suggère en particulier que cet affinement pourrait modifier la part du frottement moyen attribuée à certaines des plus grandes échelles. Par ailleurs, l'information spectrale portant sur la vitesse de convection turbulente pourrait permettre d'étudier plus avant la dynamique turbulente et en particulier la cohérence des structures au cours de leur convection. Cela serait particulièrement pertinent si l'analyse était portée à plus grand nombre de Reynolds, procurant une meilleure séparation d'échelles.

Simulation des grandes échelles avec modèle de paroi

L'analyse du frottement moyen par l'approche FIK a permis de mieux appréhender la fraction résolue de l'excès de frottement induit par la turbulence ainsi que la contribution de chaque échelle de longueur des fluctuations résolues par une simulation des grandes échelles avec modèle de paroi (WMLES). De la même manière, la nouvelle décomposition de la génération du frottement moyen (chap. 6) pourrait guider l'analyse et l'amélioration de simulations WMLES. Leur bonne prédiction du frottement moyen est particulièrement cruciale pour les applications. Soulignons toutefois que la distribution différente des contributions de chaque zone de la couche limite en comparaison avec celle prédite par l'identité FIK conduirait probablement à des valeurs différentes de la fraction résolue et du rôle de la zone externe. Ces nouvelles valeurs auraient l'avantage de s'inscrire dans le cadre d'interprétation physique directe de la nouvelle identité exposé dans le chapitre 6.

Par ailleurs, la nouvelle méthode d'évaluation spectrale de la vitesse de convection pourrait permettre de discriminer des fluctuations d'échelle de longueur donnée résolues par une WMLES selon le caractère physique de leur vitesse de convection. Cela permettrait en particulier de mieux caractériser la ressemblance des fluctuations de très grande longueur d'onde observées dans l'étude [65] avec des superstructures. Les fluctuations convectées à une vitesse différente de celle observée dans les bases de données très bien résolues pourraient également être écartées comme artefacts de modélisation, justifiant une modification du modèle de turbulence. Couplée à la montée en nombre de Reynolds des cas tests du fonctionnement WMLES du mode III de la méthode ZDES et à l'analyse du frottement, cette approche permettrait d'envisager un éventuel ajustement du positionnement de l'interface passive RANS proche paroi / LES extérieure.

Perspectives à plus long terme

Au delà de ces perspectives naturelles, certaines problématiques de fond sont identifiées ou renforcées par les conclusions de la présente étude. En particulier, le recours à des bases de données à encore plus grand nombre de Reynolds semble crucial pour prolonger l'analyse physique de la dynamique turbulente pariétale, d'une part pour procurer une séparation d'échelles plus importante, d'autre part en raison de la convergence très lente de certaines propriétés de la couche limite avec le nombre de Reynolds, comme illustré en particulier dans le chapitre 6. Soulignons toutefois le défi que représente le recours à une base de données très bien résolue à très grand nombre de Reynolds, non seulement en termes de temps de calcul et de capacité de stockage et d'accès aux données, mais aussi en termes de post-traitement. Le traitement du signal, dont certains exemples ont été donnés dans les chapitres 5 et 7 de la présente étude, devient alors un enjeu essentiel. Face aux contraintes matérielles auxquelles l'analyse peut se heurter, le choix d'une stratégie de simulation numérique WMLES plutôt que WRLES ou DNS peut rendre accessibles et exploitables certaines grandeurs dépendant de la nature de l'analyse envisagée. Dans ce cas, il est toutefois possible que la modélisation de la turbulence joue un rôle crucial. Soulignons en particulier que l'analyse du frottement moyen à l'aide de la nouvelle décomposition dérivée dans le chapitre 6 nécessiterait une meilleure résolution proche paroi que l'approche FIK illustrée dans le chapitre 5.

La physique de la couche limite turbulente à grand nombre de Reynolds soulève de nombreuses questions qui restent ouvertes. En particulier, les analyses du frottement moyen pariétal proposées dans les chapitres 5 et 6 en fournissent une décomposition mais ne permettent pas d'identifier les causes premières de sa génération. L'identification des mécanismes à l'origine du frottement moyen pourrait toutefois être favorisée par la nouvelle perspective introduite par la décomposition du chapitre 6, axée sur le sens physique. L'identification de processus locaux associés au frottement moyen, en particulier le processus de production d'énergie cinétique turbulente, conduit naturellement à s'interroger sur l'interaction entre les dynamiques turbulentes de chaque zone de la couche limite. En ce sens, l'étude du frottement moyen pariétal rejoint donc la problématique plus large de l'interaction entre zones de la couche limite, dont le caractère complexe et ouvert donne lieu à certains débats scientifiques d'actualité évoqués dans le chapitre 2. On peut en particulier s'interroger sur l'autonomie de la zone externe et sur son importance dans la dynamique turbulente. Plus spécifiquement, la contribution des superstructures à des grandeurs autres que le frottement

(moyen et fluctuant) et que les tensions de Reynolds (et leur production) reste à évaluer, ainsi que leur capacité d'auto-régénération. L'étude de ces problématiques pourrait s'appuyer sur la méthode de simulation numérique ZDES, qui peut autoriser par l'utilisation WMLES de son mode III la réalisation d'expériences numériques modifiant de manière zonale la résolution de la simulation, de sorte par exemple à éprouver la possibilité que des superstructures subsistent sans que leurs "pieds" ne soient résolus.

Réciproquement, la meilleure compréhension physique de la dynamique turbulente pariétale pourrait contribuer à l'amélioration de méthodes de simulation numérique des grandes échelles avec modèle de paroi. Ce type de simulation numérique avancée revêt une grande utilité pratique dans certaines applications à grand nombre de Reynolds en aérodynamique appliquée, en offrant pour un coût de simulation numérique significativement inférieur à celui d'une DNS (fig. 3.5) la résolution partielle des fluctuations turbulentes au sein des couches limites attachées. Comme exposé dans le chapitre 3, cela est par exemple utile lorsqu'un niveau de description des fluctuations turbulentes des couches limites attachées supérieur à celui offert par une simulation RANS est souhaité (*e.g.* chargement stationnaire d'une paroi, aéroacoustique). L'utilité peut aussi venir de l'éventuel manque d'universalité de la modélisation RANS, si ses capacités prédictives sont mises en défaut (*e.g.* couche limite attachée soumise à un fort gradient de pression adverse, mélange avec un sillage turbulent). De telles simulations peuvent également être utiles lorsque l'écoulement est fortement influencé par la dynamique turbulente d'une couche limite située en amont (*e.g.* certains décollements à bulbe court, certaines interactions onde de choc / couche limite).

L'analyse physique permet d'une part de mieux caractériser ce qu'il est possible d'attendre de l'approche WMLES, en termes de fraction résolue de grandeurs globales comme le frottement moyen et en termes d'autonomie de zones de la couche limite pouvant alors être simulées indépendamment de la dynamique turbulente d'autres zones. D'autre part, elle peut guider les choix de modélisation turbulente. Le mode III de la méthode ZDES offre la capacité de réaliser une simulation des grandes échelles avec modèle de paroi dans des zones d'intérêt définies par l'utilisateur tout en s'inscrivant dans un cadre hybride RANS/LES permettant de décrire d'autres zones de l'écoulement avec d'autres modes de la ZDES, adaptant ainsi la modélisation turbulente aux caractéristiques de l'écoulement à étudier et autorisant le traitement de géométries complexes représentatives de problèmes industriels ([63]).

De nombreux axes de développement du mode III de la méthode ZDES sont identifiés. L'amélioration de la prédiction de certains paramètres globaux de la couche limite tout en préservant ceux dont les valeurs obtenues sont conformes à l'expérience nécessite de reconsidérer le positionnement et le traitement (éventuellement actif) de l'interface RANS proche paroi / LES extérieure. L'extension de la méthode à une géométrie tridimensionnelle curviligne avec des gradients de pression, l'étude de l'impact de la résolution du maillage et des schémas numériques de discrétisation, la prise en compte d'effets de compressibilité et la compatibilité avec la résolution d'éventuelles ondes de choc, ainsi qu'une possible automatisation du positionnement de l'interface RANS/LES sont des problématiques nécessitant des développements majeurs. Le couplage de la méthode avec une condition d'entrée turbulente silencieuse et procurant une relaxation rapide en aval est un autre axe de recherche essentiel. Soulignons que certains de ces aspects ont déjà été explorés par des études antérieures montrant le potentiel d'évolution de la méthode.

La réalisation d'une simulation numérique directe pour un avion complet n'étant pas envisagée avant 2080 par Spalart [300], les méthodes hybrides RANS/LES sont aujourd'hui une voie possible pour lever un verrou technologique majeur en aérodynamique appliquée. Même si des progrès inattendus en termes de moyens de calculs devaient rendre rapidement disponible la DNS pour un usage industriel, l'analyse des résultats poserait des difficultés importantes en raison de la richesse et du volume des données. A ce titre, une approche zonale des écoulements turbulents, permettant à l'utilisateur de spécifier des zones d'intérêt identifiées grâce à sa connaissance des phénomènes physiques en présence, et offrant en particulier la possibilité de recourir à une stratégie WMLES aux seuls endroits où le besoin s'en fait sentir, semble pouvoir offrir une utilisation optimale des

moyens de calcul et de post-traitement ainsi que des compétences humaines pour résoudre à moindre coût des problèmes scientifiques en aérodynamique appliquée. De plus, l'augmentation des moyens de calcul à long terme ne semble pas supprimer l'utilité de méthodes de résolution réduite favorisant une restitution rapide, par exemple pour les études d'optimisation, ce qui suggère la pérennité des approches multi-résolution.

Sixième partie

Annexe

Modifications proposées pour perfectionner le fonctionnement WMLES du mode III de la méthode ZDES

« People will tell you it's impossible, and that's exactly why we try to do it. »

- Bertrand Piccard -

Le cas test de simulation numérique d'une couche limite de plaque plane en développement spatial à gradient de pression nul jusqu'à un nombre de Reynolds supérieur à $Re_\theta = 13000$, présenté dans la section 4.2.2 pour l'établissement d'une base de données de simulation des grandes échelles résolue à la paroi (WRLES), a également été retenu pour le travail de développement du mode III de la méthode ZDES (§3.3.4) dans son fonctionnement de simulation des grandes échelles avec modèle de paroi (WMLES), avec un maillage de référence beaucoup moins fin ($\Delta x^+ = 200$, $\Delta z^+ = 100$). Ce choix s'inscrivant dans la continuité des travaux de Laraufie [170] autorise l'éclairage du fonctionnement WMLES de la modélisation ZDES mode III par les analyses de la base de données très bien résolue WRLES (chap. 4 et 5).

Le choix des analyses physiques réalisées dans la présente étude a pour principale finalité de guider le travail d'amélioration de la modélisation et de développement de la méthode ZDES mode III. Certaines modifications de la méthode ont d'ores et déjà été proposées et on fait l'objet d'une publication dans l'*AIAA Journal* (article inclus ci-après, [257]). Deux aspects ont été abordés plus particulièrement.

Premièrement, un nouveau positionnement de l'interface RANS proche paroi / LES extérieure a été proposé. En effet, les travaux de Laraufie [170] [65] ont montré les avantages d'un positionnement en unités externes ($d_w^{\text{interface}} = 0.1\delta$) en comparaison avec un positionnement en unités internes ($d_w^{+, \text{interface}} = 200$) (§3.3.4), mais n'excluent pas la possibilité qu'un autre positionnement permette d'améliorer encore les résultats. Par ailleurs, l'étude bibliographique de la couche limite à grand nombre de Reynolds (chap. 2) a mis en valeur la position clé occupée par le centre géométrique de la zone logarithmique, situé aux alentours de $y^+ = 3.9\sqrt{Re_\tau}$ (§2.3.2), où les superstructures semblent trouver leur cœur (§2.3.2, §2.3.3), où le coefficient de corrélation de modulation d'amplitude des

fluctuations de vitesse longitudinale (2.8) semble s'annuler (§2.4.1), et où la tension croisée de Reynolds semble être proche de son extremum associé à un changement d'équilibre dynamique au sein de la couche limite qui pourrait être central dans l'interaction entre zone interne et zone externe (§2.4.3, [159]). Ces propriétés du centre de la zone logarithmique étant en grande partie liées à la dynamique de la couche limite turbulente à grand nombre de Reynolds, positionner l'interface RANS/LES à cet endroit pourrait procurer une relative invariance de la modélisation à mesure que le nombre de Reynolds croît. Cela a donc motivé l'investigation d'un nouveau positionnement de l'interface, $d_w^{+, \text{interface}} = 3.9\sqrt{Re_\tau}$, détaillé dans Renard et Deck [256] et dans l'article qui suit ([257]). En raison de l'importance applicative de la prédiction du frottement moyen et de la sensibilité de ce paramètre par rapport à la position de l'interface ([68], [65]), le cadre d'analyse du frottement évoqué dans la section 5.6, basé sur l'identité FIK ([91]) et initié par Laraufie [170], [65], est utilisé pour évaluer le nouveau positionnement de l'interface. Comme illustré par l'article qui suit, le nouveau positionnement procure des valeurs de fraction résolue de l'excès de frottement moyen induit par la turbulence supérieures à celles obtenues avec le positionnement $d_w^{\text{interface}} = 0.1\delta$ à grand nombre de Reynolds. Si les deux positionnements permettent que cette fraction soit supérieure à environ 85% dans le cas test considéré¹, le nouveau positionnement ($d_w^{+, \text{interface}} = 3.9\sqrt{Re_\tau}$) permet d'atteindre une fraction résolue supérieure à 90% à $Re_\theta = 13\,000$, et l'évolution avec le nombre de Reynolds permet d'anticiper une amélioration probable à plus grand nombre de Reynolds ([257]). Par ailleurs, dans la zone de fluctuations résolues pleinement développées, la valeur du frottement moyen est prédite avec un erreur inférieure à 5% par rapport à la corrélation de Coles-Fernholz (1.43). Modérons toutefois les conclusions concernant la fraction résolue du frottement par le fait qu'elles reposent sur le cadre d'analyse fourni par l'identité FIK, où la zone externe de la couche limite joue un grand rôle (chap. 5). La contribution au frottement moyen de chaque zone de la couche limite est distribuée différemment dans l'approche issue de la nouvelle identité proposée dans le chapitre 6, et la part attribuée aux tensions de Reynolds modélisées pourrait être plus élevée dans ce nouveau cadre d'analyse, qui n'a pas encore été exploré. D'autre part, l'analyse fournie par l'identité FIK (chap. 5) ou par la nouvelle identité (chap. 6) ne permet pas nécessairement d'identifier les causes premières de la génération du frottement moyen, en n'explicitant par exemple pas le fait que l'activité turbulente dans une zone de la couche limite peut dépendre de l'activité d'une autre zone en interaction.

Un deuxième aspect de la modélisation ZDES mode III abordé dans le cadre de la présente étude a porté sur la correction d'un défaut d'évolution longitudinale du coefficient de frottement moyen, qui présentait des oscillations non physiques avant correction, comme illustré dans l'article qui suit. Ce défaut est lié à la raideur des termes sources au niveau de l'interface RANS/LES (par exemple la discontinuité du terme de destruction (3.5) à l'interface, liée à l'équation (3.33)), comme identifié par Roussel [261]. Cette raideur semblant bénéfique au fonctionnement global de la méthode (§3.3.4), le développement proposé vise à la diminuer localement pour réduire les oscillations indésirables tout en la préservant à une échelle plus globale de l'ordre de plusieurs tailles de maille. Une fonction d'interface davantage progressive a été introduite dans le modèle de turbulence à cet effet, et plusieurs fonctions candidates ont été étudiées, comme détaillé dans Renard et Deck [258]. L'article qui suit ([257]) présente la fonction retenue et montre que les oscillations sont fortement atténuées. De plus, cette fonction se prête bien à une éventuelle généralisation à des cas plus complexes.

1. Hors zone de relaxation immédiatement en aval de la condition d'entrée de domaine numérique.

Technical Notes

Improvements in Zonal Detached Eddy Simulation for Wall Modeled Large Eddy Simulation

Nicolas Renard* and Sébastien Deck†
ONERA–The French Aerospace Lab,
F-92190 Meudon, France

DOI: 10.2514/1.J054143

Nomenclature

d_w	=	cell center wall distance
f_i	=	interface function
f_δ	=	smooth interface function
Re_τ	=	friction Reynolds number
Re_θ	=	Reynolds number based on the momentum thickness
x_{center}	=	streamwise coordinate of the cell center
x, y, z	=	streamwise, wall-normal, and spanwise coordinates
α	=	Reynolds-averaged Navier–Stokes/large-eddy simulation interface function parameter
Δ_{vol}	=	mesh characteristic length based on cell volume
δ	=	boundary-layer thickness
δ_0	=	inlet boundary-layer thickness

I. Introduction

MEAN flow quantities in attached turbulent boundary layers may be predicted by Reynolds-averaged Navier–Stokes (RANS) simulations, but resolving the most energetic fluctuations is useful for mild flow separation, dynamic loading, or noise predictions. The inner layer, associated with the prohibitive cost of a direct numerical simulation and even of a wall-resolved large-eddy simulation (WRLES) at high Reynolds numbers [1,2], is modeled in wall-modeled large-eddy simulation (WMLES) while most of the turbulent kinetic energy in the outer layer is resolved. Hybrid RANS/LES methods such as detached-eddy simulation (DES) [3], very efficient in massively separated flows, can constitute a WMLES strategy (RANS inner and LES outer zones [4]). The inner-RANS/outer-LES interface, acting like a wall model, is sometimes passive (no forcing or filtering), which is simple, robust, and avoids spurious acoustic generation, but may miss some of the physics by neglecting the difference between the RANS and LES variables (e.g., log-layer mismatch). Nonzonal blending of RANS and LES models such as in [5,6] typically requires turbulence injection at the simulation inflow (zonal approach [7]).

A fully zonal hybrid RANS/LES WMLES approach is considered here with mode III of zonal detached-eddy simulation (ZDES) [8]. In

ZDES, three modes are assigned to user-defined zones. Massively separated flows are treated in modes I and II. In mode II, the whole attached boundary layer is treated in RANS, whereas large-scale fluctuations in the outer layer are resolved in mode III [2]. Within the WMLES zone (mode III), the passive RANS/LES interface height is imposed by the user independently from the mesh resolution (Deck et al. [9] showed that this provides a monotonous error decay with mesh refinement, not contradicting Kawai and Larsson [10] who dealt with WMLES strategies intrinsically different from hybrid RANS/LES modeling). Besides, its height should scale in outer rather than inner units, reducing the deviation from the logarithmic layer [2].

The industrial WMLES use of ZDES mode III requires robust numerics, a simple model formulation, and high Reynolds number assessment. The present test case is a very well-documented zero-pressure gradient, flat-plate boundary layer [2]. The wide Reynolds number range (up to $Re_\theta > 10^4$) and the geometrical simplicity make all demands on the turbulence model. Anticipating that the interface positioning might be reconsidered at higher Reynolds numbers, Renard and Deck [11] set the interface at

$$y_{\text{interface}}^+ = 3.9\sqrt{Re_\tau}$$

The present Note briefly reviews this new interface setting, its motivations, and the benefits obtained at the current reachable Reynolds numbers. Spurious skin friction oscillations with the new interface are addressed by introducing a generic RANS/LES interface function into ZDES mode III. A smooth interface function attenuates the oscillations while preserving the turbulent profiles.

II. Computational Description

The wall-modeled LES capacity of ZDES mode III [8] is assessed in a quasi-incompressible ($M_\infty = 0.21$) zero-pressure gradient, flat-plate turbulent boundary layer over a wide Reynolds number range $3150 \leq Re_\theta \leq 14,000$ up to industry-relevant values. The computational domain is $350\delta_0$ long and $16\delta_0$ wide (where δ_0 is the inlet boundary-layer thickness). The ONERA finite volume structured multiblock compressible code FLU3M is used to solve Navier–Stokes equations (see [12,13] for details and [14–17] for statistical and spectral validations), with a low-dissipation AUSM+(P) convective flux scheme [18] and second-order implicit time integration (the same kind of flow solver and numerical schemes can handle complex engineering geometries, e.g., [19]). The time step $\Delta t^+ = 0.26$ is small enough for the accurate turbulent dynamics resolution [20]. The challenging mesh resolution of [2] is retained [$\Delta x^+ = 200$ ($\Delta x/\delta_0 = 0.212$) streamwise and $\Delta z^+ = 100$ ($\Delta z/\delta_0 = 0.107$) spanwise spacings, referring to inlet wall units]. The first mesh cell is within one wall unit from the wall. The resulting WMLES mesh has $N_{xyz} = 30 \cdot 10^6$ points (contrasting with the $800 \cdot 10^6$ -point mesh of [21] to assess the wall-resolved LES capacity of ZDES mode III in a very similar test case).

ZDES mode III relies on the Spalart–Allmaras turbulence model [22] as a RANS model in the inner layer, where the characteristic length $d_{\text{ZDES}}^{\text{III}}$ is the cell center wall distance d_w , and as a LES subgrid-scale model in the outer layer, where $d_{\text{ZDES}}^{\text{III}}$ depends on the mesh length $\Delta_{\text{vol}} = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}$. The passive (no filtering or forcing) RANS/LES interface height $d_w^{\text{interface}}$ (Fig. 1) is user defined from a prior RANS simulation:

$$d_{\text{ZDES}}^{\text{III}} = \begin{cases} d_w & \text{if } d_w < d_w^{\text{interface}} \\ \min(d_w, C_{\text{DES}} \Delta_{\text{vol}}) & \text{otherwise, } C_{\text{DES}} = 0.65 \end{cases} \quad (1)$$

Received 6 January 2015; revision received 17 April 2015; accepted for publication 17 April 2015; published online 23 July 2015. Copyright © 2015 by the authors. Published by the American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., with permission. Copies of this paper may be made for personal or internal use, on condition that the copier pay the \$10.00 per-copy fee to the Copyright Clearance Center, Inc., 222 Rosewood Drive, Danvers, MA 01923; include the code 1533-385X/15 and \$10.00 in correspondence with the CCC.

*Ph.D. Student, Applied Aerodynamics Department, 8 rue des Vertugadins.

†Research Scientist, Applied Aerodynamics Department, 8 rue des Vertugadins.

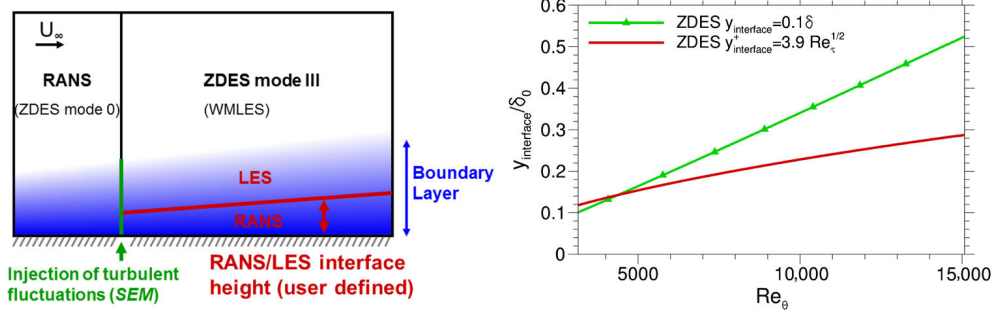


Fig. 1 ZDES mode III simulation setup: zonal definition (left); RANS/LES interface position normalized by the inlet boundary layer thickness δ_0 (right).

The synthetic eddy method (SEM) of [23] adapted by Pamiès et al. [14] and Larauie and Deck [24] provides the WMLES zone turbulent inflow (Fig. 1). Reducing the inflow relaxation length (as in [7,25] and, specifically, in ZDES mode III [26]) is not relevant here. Instead, the freely developed (no dynamic forcing) resolved turbulence resulting from the local inner-RANS/outer-LES interface treatment is investigated, especially at a high Reynolds number station, where the inflow condition has virtually no footprint.

III. New RANS/LES Interface Positioning: Benefits and Skin Friction Oscillation Issue

Setting the interface at $y_{\text{interface}} = 0.1\delta$ has advantages at $Re_\theta = 13,000$ (see [2]), but does not necessarily reflect the higher Reynolds number physics. Neither $y = 0.1\delta$ nor the lower and upper bounds of the logarithmic layer (respectively, near $y_a^+ = 100$ and $y_b^+ = 0.15\delta$) are associated with prominent phenomena. On the contrary, the geometric center of the logarithmic layer (near $y^+ = \sqrt{y_a^+ y_b^+} = \sqrt{100 \times 0.15 Re_\tau} = 3.9\sqrt{Re_\tau}$) is central at high Reynolds numbers. It coincides with the streamwise velocity spectrum outer energy peak [27] associated with superstructures, which amplitude modulate the streamwise velocity fluctuations with a sign change at $y^+ = 3.9\sqrt{Re_\tau}$ [28]. Setting the interface $y_{\text{interface}}^+ = 3.9\sqrt{Re_\tau}$, where these high Reynolds number mechanisms gravitate, could reduce the Reynolds number sensitivity. The resulting turbulent profiles in ZDES have been investigated by [11]. The prior RANS simulation provides the needed local boundary-layer thickness and mean skin friction. The interfaces $y_{\text{interface}} = 0.1\delta$ and $y_{\text{interface}}^+ = 3.9\sqrt{Re_\tau}$ are depicted in Fig. 1. Note that Choi et al. [5] positioned their passive RANS/LES blending at the midpoint of the logarithmic layer, with no success compared with their reference positioning, but with very different modeling strategies.

The new interface impact on mean skin friction is analyzed using the FIK identity (named after its authors [29]) assuming incompressibility and boundary-layer hypothesis (see [2,21])

$$C_f = \underbrace{\frac{4(1-\delta_1/\delta)}{Re_\delta}}_{C_{f,1}} + \underbrace{\int_0^1 -4 \frac{\langle u'v' \rangle}{U_\infty^2} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right) d\left(\frac{y}{\delta}\right)}_{C_{f,2}} - 2 \underbrace{\int_0^1 \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \frac{\partial(\tau/\rho)}{\partial y} \frac{\delta}{U_\infty^2} d\left(\frac{y}{\delta}\right)}_{C_{f,3}} \quad (2)$$

where

$$Re_\delta = \frac{\delta U_\infty}{\nu}, \quad \langle u \rangle(y=\delta) = 0.99U_\infty, \quad \delta_1 = \int_0^\delta \left(1 - \frac{\langle u \rangle}{U_\infty}\right) dy$$

and

$$\tau/\rho = \nu \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} - \langle u'v' \rangle$$

Turbulent friction analysis may focus on $C_{f,2}$ only (see [21]). Splitting resolved and modeled stresses, the resolved fraction of turbulent friction is interpreted as

$$\frac{C_{f,2,\text{res}}}{C_{f,2}} = \frac{\int_0^1 -4 \langle u'v' \rangle_{\text{res}} / U_\infty^2 (1 - (y/\delta)) d(y/\delta)}{\int_0^1 -4 \langle u'v' \rangle_{\text{tot}} / U_\infty^2 (1 - (y/\delta)) d(y/\delta)} \quad (3)$$

With both $y_{\text{interface}} = 0.1\delta$ and $y_{\text{interface}}^+ = 3.9\sqrt{Re_\tau}$ interfaces, the integrand

$$F_R = -4 \frac{\langle u'v' \rangle}{U_\infty^2} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)$$

of $C_{f,2}$ [Eq. (2)] agrees well with the experiment at $Re_\theta = 13,000$ [30] (Fig. 2, left). Its resolved fraction

$$\frac{\langle u'v' \rangle_{\text{res}}}{\langle u'v' \rangle_{\text{tot}}}$$

monotonously increases from zero at the wall to a value close to one in the LES layer (indicating significant turbulent fluctuations in the RANS layer [2]). At $Re_\theta = 13,000$, the new interface is lower (see Fig. 1), and the near-wall resolved fraction of F_R is higher. The resolved fraction of turbulent friction [Eq. (3)] (smaller than the 100% of a direct numerical simulation) is greater than 90% with the new interface at $Re_\theta = 13,000$ and increases with the Reynolds number (Fig. 2, middle), suggesting it may reach a finite limit above 90% at higher Reynolds numbers (a constant value would be interpreted as low Reynolds number sensitivity). Unsurprisingly, the resolved fraction is lower at $Re_\theta = 13,000$ with the former interface (located higher, Fig. 1) and it is decaying. The resolved streamwise velocity power spectral density $\Phi_{uu}(k_x)$ plots with the new interface $y_{\text{interface}}^+ = 3.9\sqrt{Re_\tau}$ at $Re_\theta = 13,000$, where k_x is the streamwise wavenumber, are consistent with the expected physics [31,32] even near the wall, where the resolved fraction is higher, although the mesh is not finer than in the $y_{\text{interface}} = 0.1\delta$ case (Fig. 2, right).

Disregarding the inflow relaxation zone (see Sec. II), Fig. 3 shows that, with the new interface $y_{\text{interface}}^+ = 3.9\sqrt{Re_\tau}$, the skin friction in the fully developed region stays within 5% (shaded tolerance margin) of the Coles–Fernholz correlation fitted to experimental data by Nagib et al. [33], like the former interface $y_{\text{interface}} = 0.1\delta$ and like the Spalart–Allmaras RANS simulation (RANS SA). However, spurious oscillations are visible in the streamwise evolution with the new interface, coinciding with the RANS/LES interface crossing the mesh cell centers (Fig. 3, right, solid lines: mesh lines parallel to the wall, cell centers indicated by dashed lines). Indeed, with the discontinuous formulation of $\tilde{d}_{\text{ZDES}}^{\text{III}}$ at $d_w = d_{\text{interface}}^{\text{III}}$ [Eq. (1)], each cell is either RANS or LES, resulting in a stair-like effective RANS/LES interface (Fig. 3, bottom left, blue cells (center (in green) below the interface): RANS, white cells (center (in black) above the interface): LES). The oscillations are much weaker in the $y_{\text{interface}} = 0.1\delta$ case because the interface is farther from the wall (Fig. 1). A solution to attenuate them with the $y_{\text{interface}}^+ = 3.9\sqrt{Re_\tau}$ interface is proposed in the following. The correction is restricted to the vicinity of the RANS/LES interface to preserve the overall good prediction of turbulent levels and spectra.

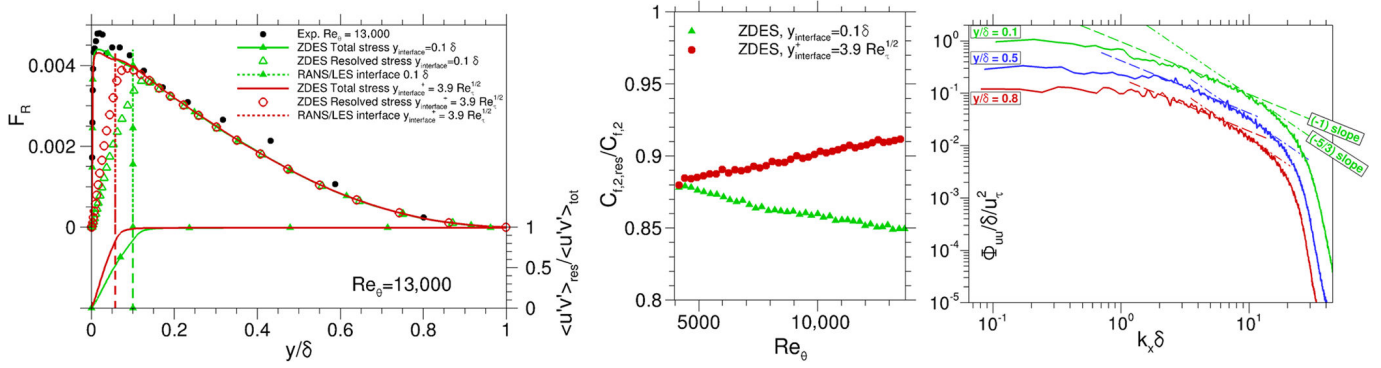


Fig. 2 Resolved fraction of $C_{f,2}$ [Eq. (2)]: profile (left); Reynolds-number evolution (center); resolved streamwise velocity spectra (right).

IV. Introduction of a RANS/LES Interface Function into ZDES Mode III

The sketched effective RANS/LES interface (Fig. 3) suggests that the binary cell description (RANS or LES) should be refined using a RANS/LES interface function f_i ($f_i = 0$ in full RANS and $f_i = 1$ in full LES). Intermediate values $0 < f_i < 1$ when the RANS/LES interface crosses the cell enable a smoother RANS/LES switch, but are restricted to the vicinity of the interface (over a length scale of the order of the cell height). Everywhere else, f_i is rigorously zero or one (the turbulence model is not meant for an intermediate behavior, neither RANS nor LES). The smoothed interface retains the large-scale stiffness of the initial ZDES mode III. The method remains zonal as soon as f_i does not depend on the resolved fluctuations (the interface location does not fluctuate). The characteristic length becomes

$$\tilde{d}_{\text{DES}}^{\text{III}} = (1 - f_i) \cdot d_w + f_i \cdot \min(d_w, C_{\text{DES}} \Delta_{\text{vol}});$$

$$\Delta_{\text{vol}} = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}; \quad C_{\text{DES}} = 0.65 \quad (4)$$

The eddy viscosity becomes $\mu_t = \rho \tilde{\nu} f_{v1}^{\text{III}}$, where $f_{v1}^{\text{III}} = (1 - f_i) \cdot f_{v1}(\chi) + f_i$,

$$f_{v1}(\chi) = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3}, \quad \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}$$

whereas the transport equation becomes

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + u_j \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} = c_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu} - c_{w1} f_w^{\text{III}} \left(\frac{\tilde{\nu}}{\tilde{d}_{\text{DES}}^{\text{III}}} \right)^2$$

$$+ \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left((\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) + c_{b2} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i} \right] \quad (5)$$

with

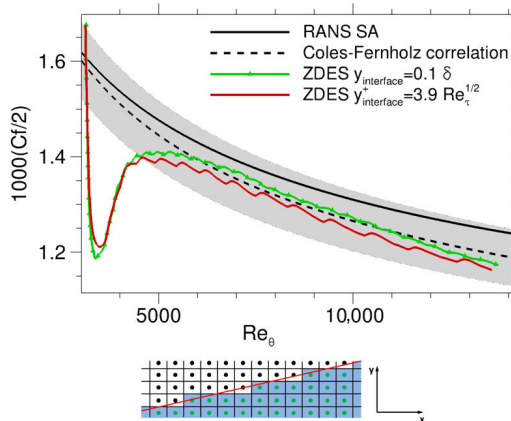


Fig. 3 RANS/LES interface positioning: skin friction evolution (left); effective interface (bottom left); position with respect to mesh lines and skin friction oscillations for $y_{\text{interface}}^+ = 3.9 \sqrt{Re_\tau}$ (right).

$$\tilde{S} = \Omega + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 (\tilde{d}_{\text{DES}}^{\text{III}})^2} f_{v2}^{\text{III}}, \quad \Omega = |\text{rot } \underline{u}| = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}},$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad f_{v2}^{\text{III}} = (1 - f_i) f_{v2}^{\text{RANS}},$$

$$f_{v2}^{\text{RANS}} = \max \left(0, 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}(\chi)} \right)$$

$$f_w^{\text{III}} = (1 - f_i) g \left(\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right)^{1/6} + f_i, \quad g = r + c_{w2}(r^6 - r),$$

$$r = \frac{\tilde{\nu}}{\max(10^{-n}, \tilde{S}^{\text{RANS}}) \kappa^2 d_w^2}$$

and

$$\tilde{S}^{\text{RANS}} = \Omega + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d_w^2} f_{v2}^{\text{RANS}}$$

The numerical coefficients are the same as in the RANS model [22] and in its subgrid-scale model use in ZDES [8], to which the model must reduce when $f_i = 0$ and $f_i = 1$. The use in between RANS and LES (i.e., with $0 < f_i < 1$) should be restricted to a limited area.

V. Smooth RANS/LES Interface Function f_δ

Standard ZDES mode III [8] is obtained from Eqs. (4) and (5) with the discontinuous function $f_i = f_{i,\text{classical}}$, where $f_{i,\text{classical}} = 0$ if $d_w < d_w^{\text{interface}}$ and $f_{i,\text{classical}} = 1$ otherwise (d_w and $d_w^{\text{interface}}$ are the cell center and interface wall distances at the same streamwise position). Early attempts toward a more gradual interface have shown that a discontinuous gradient of f_i ; also results in C_f oscillations [34]. A smooth interface function $f_i = f_\delta$ (i.e., all wall-normal derivatives are continuous) is consequently sought, which should be different from zero or one on a support of limited extent only. The interface

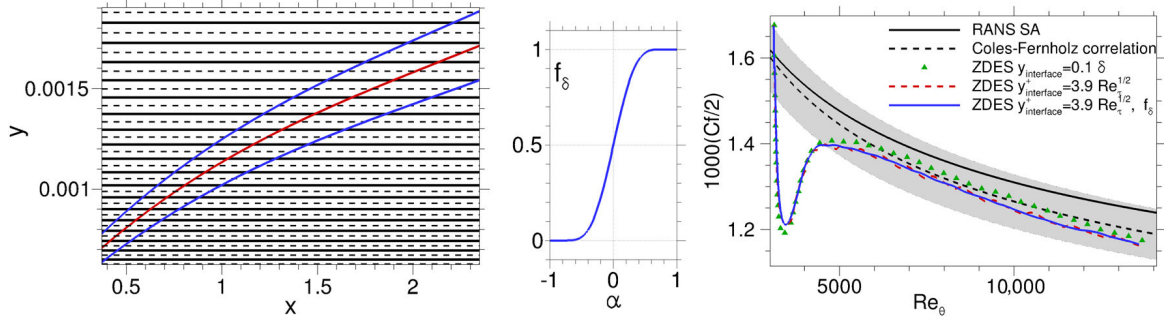


Fig. 4 Smooth interface function: variation support (left); function $f_\delta(\alpha)$ (center); impact on skin friction evolution (right).

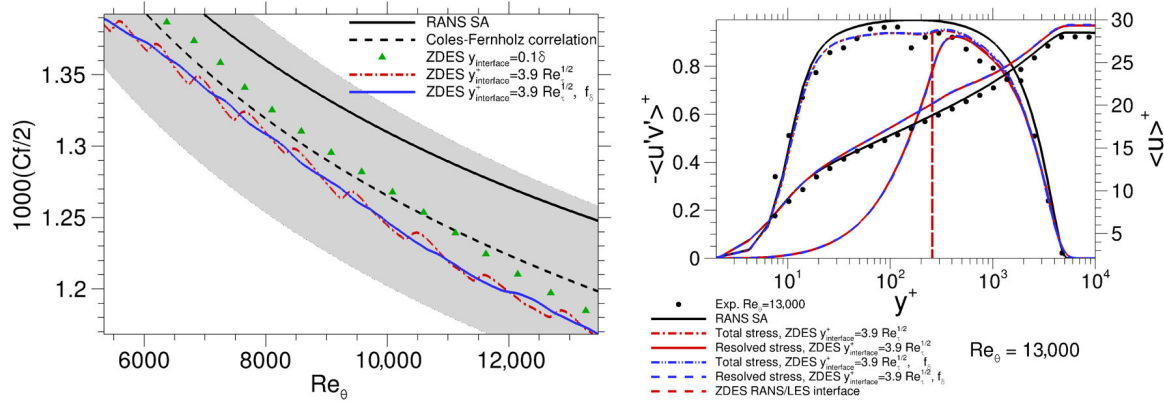


Fig. 5 Impact of f_δ : skin friction evolution (left); mean velocity and Reynolds shear stress (right).

layer is consequently defined as the zone where the interface parameter

$$\alpha = \frac{d_w - d_w^{\text{interface}}(x_{\text{center}})}{0.1 d_w^{\text{interface}}(x_{\text{center}})}$$

lies between -1 and 1 [i.e., where the cell center wall distance is between $0.9 d_w^{\text{interface}}(x_{\text{center}})$ and $1.1 d_w^{\text{interface}}(x_{\text{center}})$] (whereas $\alpha = 0$ when the cell center coincides with the RANS/LES interface). The interface layer thickness is a constant fraction (0.2) of the RANS zone thickness. The smooth function $f_\delta(\alpha)$ smoothly connects the constant values zero for $\alpha < -1$ and 1 for $\alpha > 1$ (the derivatives of any order vanish for $\alpha = \pm 1$):

$$f_\delta(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{if } \alpha \leq -1 \text{ (full RANS)} \\ \frac{1}{1 + \exp(\frac{-6\alpha}{1-\alpha^2})} & \text{if } -1 < \alpha < 1 \\ 1 & \text{if } \alpha \geq 1 \text{ (full LES)} \end{cases} \quad (6)$$

Most of the RANS/LES switch is made by $f_\delta(\alpha)$ over a support narrower than $[-1, 1]$ and even than $[-1/2, 1/2]$ (Fig. 4, middle). The present interface layer thickness (of the order of three cells height, Fig. 4, left, showing the RANS/LES interface $y_{\text{interface}}^+ = 3.9\sqrt{Re_\tau}$ ($\alpha = 0$) and the upper ($y = 1.1y_{\text{interface}}$, $\alpha = 1$) and lower ($y = 0.9y_{\text{interface}}$, $\alpha = -1$) bounds of the variation support of f_δ together with horizontal mesh lines in solid lines and cell centers in dashed lines) provides a RANS/LES switch in approximately one cell height, showing that the coefficient 0.1 in the definition of α is suited for this study.

Figure 4 (right, magnified in Fig. 5, left) presents the Reynolds number evolution of skin friction with the smooth interface function f_δ . The C_f oscillations are significantly reduced without altering the mean value (again compared with the 5% tolerance margin about the Coles–Fernholz correlation fitted to experimental data by [33]). The impact on mean velocity, resolved and total Reynolds shear stress at $Re_\theta = 13,000$ is negligible (Fig. 5, right, experimental data by [30]), validating the use of f_δ to mitigate the skin friction oscillations while preserving the turbulent profiles.

VI. Conclusions

The zonal detached-eddy simulation mode III technique has been assessed in a wall-modeled LES of a zero-pressure gradient, flat-plate turbulent boundary layer over a wide Reynolds number range $3150 \leq Re_\theta \leq 14,000$ up to industry-relevant values. A new Reynolds-averaged Navier–Stokes (RANS)/LES interface positioning at the geometric center of the logarithmic layer ($y_{\text{interface}}^+ = 3.9\sqrt{Re_\tau}$), motivated by the high Reynolds number physical phenomena concentrating there, increases the resolved fraction of turbulent friction, with a favorable Reynolds number trend compared with former interface settings, while preserving a physically consistent spectral content. This new interface, however, amplifies spurious skin friction oscillations caused by the stiff model formulation, which is corrected by introducing a RANS/LES interface function f_i . A smooth function $f_i = f_\delta$ significantly attenuates these oscillations while preserving the prediction capabilities in the fully developed region, especially skin friction within 5% of the experiment-fitted Coles–Fernholz correlation [33].

Computing $f_\delta(\alpha)$ [Eq. (6)] only involves the cell center and RANS/LES interface wall distances, already needed in standard zonal detached-eddy simulation (ZDES) mode III. This function can consequently be extended to three-dimensional curvilinear meshes, unstructured meshes, and spatial discretizations other than finite volumes, if ZDES is already implemented. Future work will consider the new interface positioning at even higher Reynolds numbers. The inflow relaxation length, disregarded here to focus on the fully developed region, may also be optimized [26]. Moving from the present validation test case to more complex geometries will require knowledge of the local boundary-layer thickness and mean skin friction, either from a prior RANS simulation, if its accuracy is satisfying, or from statistics collected on the fly during the simulation.

Acknowledgments

The thesis of Nicolas Renard is partly funded by the French defense procurement agency Direction générale de l'armement. The authors thank all the people involved in the past and present evolution of the FLU3M code. Romain Laraufie, Pierre-Élie Weiss, Corentin

Roussel, and Pierre Sagaut are warmly acknowledged for very stimulating discussions.

References

- [1] Piomelli, U., "Wall-Layer Models for Large-Eddy Simulations," *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 44, No. 6, 2008, pp. 437–446. doi:10.1016/j.paerosci.2008.06.001
- [2] Deck, S., Renard, N., Laraufie, R., and Sagaut, P., "Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) of a Spatially Developing Flat Plate Turbulent Boundary Layer over the Reynolds Number Range $3150 \leq Re_\theta \leq 14,000$," *Physics of Fluids*, Vol. 26, No. 2, 2014, Paper 025116. doi:10.1063/1.4866180
- [3] Spalart, P. R., "Detached-Eddy Simulation," *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 41, Jan. 2009, pp. 181–202. doi:10.1146/annurev.fluid.010908.165130
- [4] Nikitin, N. V., Nicoud, F., Wasistho, B., Squires, K. D., and Spalart, P. R., "Approach to Wall Modeling in Large-Eddy Simulations," *Physics of Fluids*, Vol. 12, No. 7, 2000, pp. 1629–1632. doi:10.1063/1.870414
- [5] Choi, J.-I., Edwards, J. R., and Baurle, R. A., "Compressible Boundary-Layer Predictions at High Reynolds Number Using Hybrid LES/RANS Methods," *AIAA Journal*, Vol. 47, No. 9, 2009, pp. 2179–2193. doi:10.2514/1.41598
- [6] Shur, M. L., Spalart, P. R., Strelets, M. K., and Travin, A. K., "A Hybrid RANS-LES Approach with Delayed-DES and Wall-Modelled LES Capabilities," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, No. 6, 2008, pp. 1638–1649. doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2008.07.001
- [7] Shur, M. L., Spalart, P. R., Strelets, M. K., and Travin, A. K., "Synthetic Turbulence Generators for RANS-LES Interfaces in Zonal Simulations of Aerodynamic and Aeroacoustic Problems," *Flow Turbulence and Combustion*, Vol. 93, No. 1, 2014, pp. 63–92. doi:10.1007/s10494-014-9534-8
- [8] Deck, S., "Recent Improvements in the Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) Formulation," *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, Vol. 26, No. 6, 2012, pp. 523–550. doi:10.1007/s00162-011-0240-z
- [9] Deck, S., Weiss, P.-E., Pamiès, M., and Garnier, E., "Zonal Detached Eddy Simulation of a Spatially Developing Flat Plate Turbulent Boundary Layer," *Computers & Fluids*, Vol. 48, No. 1, 2011, pp. 1–15. doi:10.1016/j.compfluid.2011.03.009
- [10] Kawai, S., and Larsson, J., "Wall-Modeling in Large Eddy Simulation: Length Scales, Grid Resolution, and Accuracy," *Physics of Fluids*, Vol. 24, No. 1, 2012, Paper 015105. doi:10.1063/1.3678331
- [11] Renard, N., and Deck, S., "On the Interface Positioning in a Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) of a Spatially Developing Flat Plate Turbulent Boundary Layer," *Progress in Hybrid RANS-LES Modelling*, edited by Girmaji, S., Haase, W., Peng, S.-H., and Schwaborn, D., Vol. 130, Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design, Springer-Verlag, New York, 2015, pp. 203–213. doi:10.1007/978-3-319-15141-0_16
- [12] Pechier, M., Guillen, P., and Caysac, R., "Magnus Effect over Finned Projectiles," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 38, No. 4, 2001, pp. 542–549. doi:10.2514/2.3714
- [13] Deck, S., Duveau, P., d'Espinay, P., and Guillen, P., "Development and Application of Spalart–Allmaras One Equation Turbulence Model to Three-Dimensional Supersonic Complex Configurations," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 6, No. 3, 2002, pp. 171–183. doi:10.1016/S1270-9638(02)01148-3
- [14] Pamiès, M., Weiss, P., Garnier, E., Deck, S., and Sagaut, P., "Generation of Synthetic Turbulent Inflow Data for Large Eddy Simulation of Spatially Evolving Wall-Bounded Flows," *Physics of Fluids*, Vol. 21, No. 4, 2009, Paper 045103. doi:10.1063/1.3103881
- [15] Gand, F., Deck, S., Brunet, V., and Sagaut, P., "Flow Dynamics Past a Simplified Wing Body Junction," *Physics of Fluids*, Vol. 22, No. 11, 2010, Paper 115111. doi:10.1063/1.3500697
- [16] Weiss, P.-E., and Deck, S., "Control of the Antisymmetric Mode ($m = 1$) for High Reynolds Axisymmetric Turbulent Separating/Reattaching Flows," *Physics of Fluids*, Vol. 23, No. 9, 2011, Paper 095102. doi:10.1063/1.3614481
- [17] Dandois, J., Garnier, E., and Sagaut, P., "Numerical Simulation of Active Separation Control by a Synthetic Jet," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 574, March 2007, pp. 25–58. doi:10.1017/S0022112006003995
- [18] Mary, I., and Sagaut, P., "Large Eddy Simulation of Flow Around an Airfoil Near Stall," *AIAA Journal*, Vol. 40, No. 6, 2002, pp. 1139–1145. doi:10.2514/2.1763
- [19] Deck, S., Gand, F., Brunet, V., and Khelil, S. B., "High-Fidelity Simulations of Unsteady Civil Aircraft Aerodynamics: Stakes and Perspectives, Application of Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES)," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A: Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 372, No. 2022, 2014, Paper 20130325. doi:10.1098/rsta.2013.0325
- [20] Choi, H., and Moin, P., "Effects of the Computational Time Step on Numerical Solutions of Turbulent Flow," *Journal of Computational Physics*, Vol. 113, No. 1, 1994, pp. 1–4. doi:10.1006/jcph.1994.1112
- [21] Deck, S., Renard, N., Laraufie, R., and Weiss, P.-E., "Large Scale Contribution to Mean Wall Shear Stress in High Reynolds Number Flat Plate Boundary Layers up to $Re_\theta = 13650$," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 743, March 2014, pp. 202–248. doi:10.1017/jfm.2013.629
- [22] Spalart, P. R., and Allmaras, S. R., "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows," *La Recherche Aérospatiale*, No. 1, 1994, pp. 5–21.
- [23] Jarrin, N., Benhamadouche, S., Laurence, D., and Prosser, R., "Synthetic-Eddy-Method for Generating Inflow Conditions for Large Eddy Simulation," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 27, No. 4, 2006, pp. 585–593. doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2006.02.006
- [24] Laraufie, R., and Deck, S., "Assessment of Reynolds Stresses Tensor Reconstruction Methods for Synthetic Turbulent Inflow Conditions, Application to Hybrid RANS/LES Methods," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 42, Aug. 2013, pp. 68–78. doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2013.04.007
- [25] Keating, A., Prisco, G. D., and Piomelli, U., "Interface Conditions for Hybrid RANS/LES Calculations," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 27, No. 5, 2006, pp. 777–788. doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2006.03.007
- [26] Laraufie, R., Deck, S., and Sagaut, P., "Dynamic Forcing Method for Unsteady Turbulent Inflow Conditions," *Journal of Computational Physics*, Vol. 230, No. 23, 2011, pp. 8647–8663. doi:10.1016/j.jcp.2011.08.012
- [27] Marusic, I., Mathis, R., and Hutchins, N., "High Reynolds Number Effects in Wall Turbulence," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 31, No. 3, 2010, pp. 418–428. doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2010.01.005
- [28] Mathis, R., Hutchins, N., and Marusic, I., "Large-Scale Amplitude Modulation of the Small-Scale Structures in Turbulent Boundary Layers," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 628, June 2009, pp. 311–337. doi:10.1017/S0022112009006946
- [29] Fukagata, K., Iwamoto, K., and Kasagi, N., "Contribution of Reynolds Stress Distribution to the Skin Friction in Wall-Bounded Flows," *Physics of Fluids*, Vol. 14, No. 11, 2002, pp. 73–76. doi:10.1063/1.1516779
- [30] DeGraaff, D. B., and Eaton, J. K., "Reynolds Number Scaling of the Flat Plate Turbulent Boundary Layer," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 422, Nov. 2000, pp. 319–346. doi:10.1017/S0022112000001713
- [31] Perry, A. E., and Chong, M. S., "On the Mechanism of Wall Turbulence," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 119, June 1982, pp. 173–217. doi:10.1017/S0022112082001311
- [32] Perry, A. E., Henbest, S., and Chong, M. S., "Theoretical and Experimental Study of Wall Turbulence," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 165, April 1986, pp. 163–199. doi:10.1017/S002211208600304X
- [33] Nagib, H. M., Chauhan, K. A., and Monkewitz, P. A., "Approach to an Asymptotic State for Zero Pressure Gradient Turbulent Boundary Layers," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A: Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 365, No. 1852, 2007, pp. 755–770. doi:10.1098/rsta.2006.1948
- [34] Renard, N., and Deck, S., "Recent Improvements in the Formulation of Mode III of ZDES (Zonal Detached Eddy Simulation) for WMLES Use at $Re_\theta > 10^4$," *53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting, AIAA Science and Technology Forum 2015*, AIAA Paper 2015-1981, Jan. 2015.

P. Tucker
Associate Editor

Bibliographie

- [1] O. B. ADEYINKA et G. F. NATERER : Modeling of entropy production in turbulent flows. *Journal of Fluids Engineering*, 126:893–899, 2004.
- [2] R. J. ADRIAN, C. D. MEINHART et C. D. TOMKINS : Vortex organization in the outer region of the turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 422:1–54, 2000.
- [3] B.-K. AHN, W. R. GRAHAM et S. A. RIZZI : A structure-based model for turbulent-boundary-layer wall pressures. *Journal of Fluid Mechanics*, 650:443–478, 2010.
- [4] P. H. ALFREDSSON, A. SEGALINI et R. ÖRLÜ : A new scaling for the streamwise turbulence intensity in wall-bounded turbulent flows and what it tells us about the "outer" peak. *Physics of Fluids*, 23:041702, 2011.
- [5] F. ALIZARD, J.-C. ROBINET et G. FILLIARD : Sensitivity analysis of optimal transient growth for turbulent boundary layers. *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 49:373–386, 2015.
- [6] J. D. ANDERSON(JR.) : *Fundamentals of Aerodynamics*. McGraw-Hill, third edition édn, 2001.
- [7] G. ARAYA, L. CASTILLO, C. MENEVEAU et K. JANSEN : A dynamic multi-scale approach for turbulent inflow boundary conditions in spatially developing flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 670:581–605, 2011.
- [8] B. ARGUILLAT, D. RICOT, C. BAILLY et G. ROBERT : Measured wavenumber : Frequency spectrum associated with acoustic and aerodynamic wall pressure fluctuations. *J. Acoust. Soc. Am.*, 128(4):1647–1655, 2010.
- [9] B. AUPOIX, D. ARNAL, H. BÉZARD, B. CHAOUAT, F. CHEDEVERGNE, S. DECK, V. GLEIZE, P. GRECARD et E. LAROCHE : Transition and turbulence modeling. *Aerospace Lab Journal*, (2):1–13, 2011.
- [10] B. AUPOIX, G. PAILHAS et R. HOUEVILLE : Towards a general strategy to model riblet effects. *AIAA Journal*, 50(3):708–716, 2012.
- [11] J. S. BAGGETT, J. JIMÉNEZ et A. G. KRAVCHENKO : Resolution requirements in large-eddy simulations of shear flows. *Center for Turbulence Research Annual Research Briefs*, p. 51–66, 1997.

- [12] C. BAILLY, C. BOGEY et O. MARSDEN : Progress in direct noise computation. *International Journal of Aeroacoustics*, 9(1-2):123–143, 2010.
- [13] B. J. BALAKUMAR et R. J. ADRIAN : Large- and very-large-scale motions in channel and boundary-layer flows. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 365:665–681, 2007.
- [14] P. R. BANDYOPADHYAY et A. K. M. F. HUSSAIN : The coupling between scales in shear flows. *Physics of Fluids*, 27:2221–2228, 1984.
- [15] A. BANNIER, E. GARNIER et P. SAGAUT : Riblet flow model based on an extended FIK identity. *Flow, Turbulence and Combustion*, 95(2):351–376, <http://dx.doi.org/10.1007/s10494-015-9624-2>, 2015. ISSN 1386-6184. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s10494-015-9624-2>.
- [16] B. BASARA, S. KRAJNOVIĆ, S. GIRIMAJI et Z. PAVLOVIC : Near-wall formulation of the Partially Averaged Navier–Stokes turbulence model. *AIAA Journal*, 49(12):2627–2636, 2011.
- [17] J. S. BENDAT et A. G. PIERSON : *Random Data Analysis and Measurement Procedures*. John Wiley & Sons, 2nd edition (revised and expanded) édn, 1986.
- [18] M. BERNARDINI et S. PIROZZOLI : Inner/outer layer interactions in turbulent boundary layers : A refined measure for the large-scale amplitude modulation mechanism. *Physics of Fluids*, 23:061701–1–4, 2011.
- [19] R. F. BLACKWELDER et H. ECKELMANN : Streamwise vortices associated with the bursting phenomenon. *Journal of Fluid Mechanics*, 94(3):577– 594, 1979.
- [20] S. T. BOSE et P. MOIN : A dynamic slip boundary condition for wall-modeled large-eddy simulation. *Physics of Fluids*, 26:015104, 2014.
- [21] M. BREUER, N. JOVIČIĆ et K. MAZAEV : Comparison of DES, RANS and LES for the separated flow around a flat plate at high incidence. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 41:357–388, 2003.
- [22] T. F. BROOKS, D. S. POPE et M. A. MARCOLINI : Airfoil self-noise and prediction. Reference Publication 1218, NASA, 1989.
- [23] S. BÜHLER, L. KLEISER et C. BOGEY : Simulation of subsonic turbulent nozzle jet flow and its near-field sound. *AIAA Journal*, 52(8):1653–1669, 2014.
- [24] O. CABRIT, R. MATHIS et I. MARUSIC : On the fundamental fluctuating wall-shear-stress. In *International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena (TSFP-8)*, num. TBL3A, 2013.
- [25] J. CARLIER et M. STANISLAS : Experimental study of eddy structures in a turbulent boundary layer using particle image velocimetry. *Journal of Fluid Mechanics*, 535:143–188, 2005.
- [26] I. P. CASTRO, A. SEGALINI et P. H. ALFREDSSON : Outer-layer turbulence intensities in smooth- and rough-wall boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 727:119–131, 2013.
- [27] C.-Y. CHANG, S. JAKIRLIĆ, B. KRUMBEIN et C. TROPEA : A novel VLES model for turbulent flow simulations. In *International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena, TSFP-9, June-July 2015, Melbourne*, 2015.
- [28] B. CHAOUAT et R. SCHIESTEL : A new partially integrated transport model for subgrid-scale stresses and dissipation rate for turbulent developing flows. *Physics of Fluids*, 17:065106, 2005.

-
- [29] B. CHAOUAT et R. SCHIESTEL : Hybrid RANS/LES simulations of the turbulent flow over periodic hills at high Reynolds number using the PITM method. *Computers & Fluids*, 84:279–300, 2013.
- [30] D. R. CHAPMAN : Computational aerodynamics development and outlook. *AIAA Journal*, 17(12):1293–1313, 1979.
- [31] N. CHAUVET : *Simulation numérique et analyse physique d'un jet propulsif contrôlé par des injections radiales*. Thèse de doctorat, ONERA/Université de Poitiers, 2007.
- [32] N. CHAUVET : *Simulation numérique et analyse physique d'un jet propulsif contrôlé par des injections radiales*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 2007.
- [33] N. CHAUVET, S. DECK et L. JACQUIN : Zonal Detached Eddy Simulation of a controlled propulsive jet. *AIAA Journal*, 45(10):2458–2473, 2007.
- [34] S. CHEN, Z. XIA, S. PEI, J. WANG, Y. YANG, Z. XIAO et Y. SHI : Reynolds-stress-constrained large-eddy simulation of wall-bounded turbulent flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 703:1–28, 2012.
- [35] H. CHOI et P. MOIN : Effects of the computational time step on numerical solutions of turbulent flow. *Journal of Computational Physics*, 113(1):227–234, 1994.
- [36] H. CHOI et P. MOIN : Grid-point requirements for large eddy simulation : Chapman's estimates revisited. *Physics of Fluids*, 24:011702–1–5, 2012.
- [37] J.-I. CHOI, J. R. EDWARDS et R. A. BAURLE : Compressible Boundary-Layer Predictions at High Reynolds Number Using Hybrid LES/RANS Methods. *AIAA Journal*, 47 No 9:2179–2193, 2009.
- [38] M. S. CHONG, J. SORIA, A. E. PERRY, J. CHACIN, B. J. CANTWELL et Y. NA : Turbulence structures of wall-bounded shear flows using DNS data. *Journal of Fluid Mechanics*, 357:225–247, 1998.
- [39] D. CHUNG et B. J. MCKEON : Large-eddy simulation of large-scale structures in long channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 661:341–364, 2010.
- [40] D. CHUNG, J. P. MONTY et A. OOI : An idealised assessment of Townsend's outer-layer similarity hypothesis for wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 742 R3:1–12, 2014.
- [41] A. CIMARELLI : *Statistical analysis and simulation techniques in wall-bounded turbulence*. Thèse de doctorat, Università di Bologna, 2011.
- [42] A. CIMARELLI, E. D. ANGELIS et C. M. CASCIOLA : Paths of energy in turbulent channel flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 715:436–451, 2013.
- [43] A. CIMARELLI, E. D. ANGELIS, P. SCHLATTER, G. BRETHOUWER, A. TALAMELLI et C. M. CASCIOLA : Sources and fluxes of scale energy in the overlap layer of wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 771:407–423, 2015.
- [44] A. CIMARELLI, E. D. ANGELIS, A. TALAMELLI, C. M. CASCIOLA et J. JIMÉNEZ : The attached reverse and detached forward cascades in wall-turbulent flows. *Journal of Physics : Conference Series*, 506:012005, 2014.
- [45] N. T. CLEMENS et V. NARAYANASWAMY : Low-frequency unsteadiness of shock wave/turbulent boundary layer interactions. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 46:469–492, 2014.

- [46] D. COLES : The law of the wake in the turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 1:191–226, 1956.
- [47] S. CORRSIN : Some current problems in turbulent shear flows. In F. SHERMAN, éd. : *1st Symposium on Naval Hydrodynamics*, vol. 515. National Research Council publication, 1955.
- [48] S. CORRSIN : Local isotropy in turbulent shear flow. Research Memorandum RM 58B11, NACA, 1958.
- [49] C. COSSU, G. PUJALS et S. DEPARDON : Optimal transient growth and very large-scale structures in turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 619:79–94, 2009.
- [50] J. COUSTEIX : *Aérodynamique. Turbulence et couche limite*. Cepadues Editions, 1989.
- [51] A. CRAYA : *Contribution à l'analyse de la turbulence associée à des vitesses moyennes*. Thèse de doctorat, Université de Grenoble, 1957.
- [52] G. CRESSENT : Évaluation de méthodes avancées de visualisation en aérodynamique appliquée pour l'analyse massive de données instationnaires. *Rapport de stage de fin d'études et de Master Recherche, Onera, DAAP/MHL, ISAE-ENSMA*, 2013.
- [53] J. DANDOIS, E. GARNIER et P. SAGAUT : Numerical simulation of active separation control by a synthetic jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 574:25–58, 2007.
- [54] L. DAVIDSON : Large Eddy Simulation of heat transfer in boundary layer and backstep flow using PANS. In *Turbulence, Heat and Mass Transfer, THMT-12, Palermo, Sicily/Italy*, 2012.
- [55] L. DAVIDSON : The PANS $k-\epsilon$ model in a zonal hybrid RANS-LES formulation. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 46:112–126, 2014.
- [56] L. DAVIDSON et S.-H. PENG : Embedded Large-Eddy Simulation Using the Partially Averaged Navier–Stokes Model. *AIAA Journal*, 51(5):1066–1079, 2013.
- [57] C. M. de SILVA, E. P. GNANAMANICKAM, C. ATKINSON, N. A. BUCHMANN, N. HUTCHINS, J. SORIA et I. MARUSIC : High spatial range velocity measurements in a high Reynolds number turbulent boundary layer. *Physics of Fluids*, 26:025117, 2014.
- [58] S. DECK : *Simulation numérique des charges latérales instationnaires sur des configurations de lanceur*. Thèse de doctorat, Université d'Orléans, 2002.
- [59] S. DECK : Numerical simulation of transonic buffet over a supercritical airfoil. *AIAA Journal*, 43(7):1556–1566, 2005.
- [60] S. DECK : Zonal-Detached-Eddy Simulation of the flow around a high-lift configuration. *AIAA Journal*, 43(11):2372–2384, 2005.
- [61] S. DECK : Recent improvements in the Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) formulation. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 26:523–550, 2012.
- [62] S. DECK, P. DUVEAU, P. D'ESPINEY et P. GUILLEN : Development and application of Spalart Allmaras one equation turbulence model to three-dimensional supersonic complex configurations. *Aerospace Science and Technology*, 6(3):171–183, 2002.
- [63] S. DECK, F. GAND, V. BRUNET et S. B. KHELIL : High-fidelity simulations of unsteady civil aircraft aerodynamics : stakes and perspectives. Application of Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES). *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 372:20130325, 2014.
- [64] S. DECK et R. LARAUFIE : Numerical investigation of the flow dynamics past a three-element aerofoil. *Journal of Fluid Mechanics*, 732:401–444, 2013.

- [65] S. DECK, N. RENARD, R. LARAUFIE et P. SAGAUT : Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer over the Reynolds number range $3\,150 \leq Re_\theta \leq 14\,000$. *Physics of Fluids*, 26:025116, 2014.
- [66] S. DECK, N. RENARD, R. LARAUFIE et P.-E. WEISS : Large scale contribution to mean wall shear stress in high Reynolds number flat plate boundary layers up to $Re_\theta = 13\,650$. *Journal of Fluid Mechanics*, 743:202–248, 2014.
- [67] S. DECK et P. THORIGNY : Unsteadiness of an axisymmetric separating-reattaching flow : Numerical investigation. *Physics of Fluids*, 19:065103, 2007.
- [68] S. DECK, P.-E. WEISS, M. PAMIÈS et E. GARNIER : Zonal Detached Eddy Simulation of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer. *Computers & Fluids*, 48:1–15, 2011.
- [69] S. DECK, P.-E. WEISS, M. PAMIÈS et E. GARNIER : *On the use of stimulated detached eddy simulation (SDES) for spatially developing boundary layers*, in *Advances in hybrid RANS-LES modelling*, vol. 97 de *Notes on numerical fluid mechanics and multidisciplinary design*, p. 67–76. Springer, 2007.
- [70] D. B. DEGRAFF et J. K. EATON : Reynolds number scaling of the flat plate turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 422:319–346, 2000.
- [71] J. C. del ÁLAMO et J. JIMÉNEZ : Linear energy amplification in turbulent channels. *Journal of Fluid Mechanics*, 559:205–213, 2006.
- [72] J. C. del ÁLAMO et J. JIMÉNEZ : Estimation of turbulent convection velocities and corrections to Taylor’s approximation. *Journal of Fluid Mechanics*, 640:5–26, 2009.
- [73] J. C. del ÁLAMO, J. JIMÉNEZ, P. ZANDONADE et R. D. MOSER : Self-similar vortex clusters in the turbulent logarithmic region. *Journal of Fluid Mechanics*, 561:329–358, 2006.
- [74] D. J. C. DENNIS et T. B. NICKELS : On the limitations of Taylor’s hypothesis in constructing long structures in a turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 614:197–206, 2008.
- [75] D. J. C. DENNIS et T. B. NICKELS : Experimental measurement of large-scale three-dimensional structures in a turbulent boundary layer. Part 1. Vortex packets. *Journal of Fluid Mechanics*, 673:180–217, 2011.
- [76] D. J. C. DENNIS et T. B. NICKELS : Experimental measurement of large-scale three-dimensional structures in a turbulent boundary layer. Part 2. Long structures. *Journal of Fluid Mechanics*, 673:218–244, 2011.
- [77] J. A. DOMARADZKI, W. LIU, C. HÄRTEL et L. KLEISER : Energy transfer in numerically simulated wall-bounded turbulent flows. *Physics of Fluids*, 6:1583, 1994.
- [78] D. C. DUNN et J. F. MORRISON : Analysis of the energy budget in turbulent channel flow using orthogonal wavelets. *Computers and Fluids*, 34:199–224, 2005.
- [79] J. P. DUSSAUGE et J. GAVIGLIO : The rapid expansion of a supersonic turbulent flow : role of bulk dilatation. *Journal of Fluid Mechanics*, 174:81–112, 1987.
- [80] G. EITEL-AMOR, R. ÖRLÜ et P. SCHLATTER : Simulation and validation of a spatially evolving turbulent boundary layer up to $Re_\theta = 8\,300$. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 47:57–69, 2014.
- [81] L. P. ERM et P. N. JOUBERT : Low-Reynolds-number turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 230:1–44, 1991.

- [82] A. FADAI-GHOTBI, C. FRIESS, R. MANCEAU et J. BORÉE : A seamless hybrid RANS-LES model based on transport equations for the subgrid stresses and elliptic blending. *Physics of Fluids*, 22:055104, 2010.
- [83] A. FADAI-GHOTBI, C. FRIESS, R. MANCEAU, T. B. GATSKI et J. BORÉE : Temporal filtering : A consistent formalism for seamless hybrid RANS-LES modeling in inhomogeneous turbulence. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 31:378–389, 2010.
- [84] A. FAVRE et J. GAVIGLIO : Turbulence et perturbations dans la couche limite d'une plaque plane. Rapport 278, Groupe consultatif pour la recherche et la réalisation aéronautiques, 1960.
- [85] A. FAVRE, L. S. G. KOVASZNAY, R. DUMAS, J. GAVIGLIO et M. COANTIC : *La turbulence en mécanique des fluides - Bases théoriques et expérimentales - Méthodes statistiques*. Gauthier-Villars, 1976.
- [86] H. H. FERNHOLZ et P. J. FINLEY : The incompressible zero-pressure-gradient turbulent boundary layer : an assessment of the data. *Progress in Aerospace Sciences*, 32:245–311, 1996.
- [87] A. FERRANTE et S. ELGHOBASHI : Reynolds number effect on drag reduction in a microbubble-laden spatially developing boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 543:93–106, 2009.
- [88] O. FLORES et J. JIMÉNEZ : Effect of wall-boundary disturbances on turbulent channel flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 566:357–376, 2006.
- [89] O. FLORES et J. JIMÉNEZ : Hierarchy of minimal flow units in the logarithmic layer. *Physics of Fluids*, 22:071704–1/4, 2010.
- [90] O. FLORES, J. JIMÉNEZ et J. C. del ÁLAMO : Vorticity organization in the outer layer of turbulent channels with disturbed walls. *Journal of Fluid Mechanics*, 591:145–154, 2007.
- [91] K. FUKAGATA, K. IWAMOTO et N. KASAGI : Contribution of Reynolds stress distribution to the skin friction in wall-bounded flows. *Physics of Fluids*, 14(11):73–76, 2002.
- [92] M. GADELHAK : *Flow Control : Passive, Active, and Reactive Flow Management*. 2000.
- [93] M. GADELHAK et A. K. M. F. HUSSAIN : Coherent structures in a turbulent boundary layer. Part 1 : Generation of "artificial" bursts. *Physics of Fluids*, 29:2124–2139, 1986.
- [94] B. GANAPATHISUBRAMANI, N. T. CLEMENS et D. S. DOLLING : Large-scale motions in a supersonic turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 556:271–282, 2006.
- [95] B. GANAPATHISUBRAMANI, N. HUTCHINS, J. P. MONTY, D. CHUNG et I. MARUSIC : Amplitude and frequency modulation in wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 712:61–91, 2012.
- [96] F. GAND, S. DECK, V. BRUNET et P. SAGAUT : Flow dynamics past a simplified wing body junction. *Physics of Fluids*, 22:115111, 2010.
- [97] R. GARCÍA-MAYORAL et J. JIMÉNEZ : Drag reduction by riblets. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 369:1412–1427, 2011.
- [98] T. B. GATSKI, C. L. RUMSEY et R. MANCEAU : Current trends in modelling research for turbulent aerodynamic flows. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 365:2389–2418, 2007.
- [99] J. GAVIGLIO, J.-P. DUSSAUGE, J.-F. DEBIEVE et A. FAVRE : Behavior of a turbulent flow, strongly out of equilibrium, at supersonic speeds. *Physics of Fluids*, 20:S179–S192, 1977.

- [100] W. K. GEORGE : Recent advancements toward the understanding of turbulent boundary layers. *AIAA Journal*, 44(11):2435–2449, 2006.
- [101] W. K. GEORGE : Is there a universal log law for turbulent wall-bounded flows ? *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 365:789–806, 2007.
- [102] M. GERMANO : Properties of the hybrid RANS/LES filter. *Theoretical Computational Fluid Dynamics*, 17:225–231, 2004.
- [103] M. GERMANO, U. PIOMELLI, P. MOIN et W. H. CABOT : A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Physics of Fluids A*, 3(7):1760–1765, 1991.
- [104] D. A. GIESEKING, J.-I. CHOI, J. R. EDWARDS et H. A. HASSAN : Compressible-Flow Simulations Using a New Large-Eddy Simulation/Reynolds-Averaged Navier–Stokes Model. *AIAA Journal*, 49(10):2194–2209, 2011.
- [105] S. S. GIRIMAJI : Partially-Averaged Navier-Stokes model for turbulence : a Reynolds-Averaged Navier-Stokes to Direct Numerical Simulation bridging method. *Journal of Applied Mechanics*, 73:413–421, 2006.
- [106] X. GLOERFELT et J. BERLAND : Turbulent boundary-layer noise : direct radiation at Mach number 0.5. *Journal of Fluid Mechanics*, 723:318–351, 2013.
- [107] M. GOLDHAMMER : (Boeing Commercial Airplanes, Seattle, USA) The next decade in commercial aircraft aerodynamics : a Boeing perspective. *In Proc. KATnet II Conf. of Key Aerodynamic Technologies, Bremen*, 2009.
- [108] T. GOMEZ, V. FLUTET et P. SAGAUT : Contribution of Reynolds stress distribution to the skin friction in compressible turbulent channel flows. *Physical Review E*, 79:035301–1/4, 2009.
- [109] M. GUALA, M. METZGER et B. J. MCKEON : Interactions within the turbulent boundary layer at high reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 666:573–604, 2011.
- [110] F. HAMBA : Log-layer mismatch and commutation error in hybrid RANS/LES simulation of channel flow. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 30:20–31, 2009.
- [111] F. HAMBA : Analysis of filtered Navier–Stokes equation for hybrid RANS/LES simulation. *Physics of Fluids*, 23:015108, 2011.
- [112] K. HANJALIĆ et B. E. LAUNDER : Fully developed asymmetric flow in a plane channel. *Journal of Fluid Mechanics*, 51:301–335, 1972.
- [113] Z. HARUN, J. P. MONTY, R. MATHIS et I. MARUSIC : Pressure gradient effects on the large-scale structure of turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 715:477–498, 2013.
- [114] Y. HASEGAWA, M. QUADRIO et B. FROHNAPFEL : Numerical simulation of turbulent duct flows with constant power input. *Journal of Fluid Mechanics*, 750:191–209, 2014.
- [115] M. R. HEAD et P. BANDYOPADHYAY : New aspects of turbulent boundary layer structure. *Journal of Fluid Mechanics*, 107:297–338, 1981.
- [116] S. HERPIN, M. STANISLAS, J. M. FOUCAUT et S. COUDERT : Influence of the Reynolds number on the vortical structures in the logarithmic region of turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 716:5–50, 2013.
- [117] J. L. HERRIN et J. C. DUTTON : The turbulence structure of a reattaching axisymmetric compressible free shear layer. *Physics of Fluids*, 9:3502, 1997.

- [118] R. J. HILL : Exact second-order structure-function relationships. *Journal of Fluid Mechanics*, 468:317–326, 2002.
- [119] J. O. HINZE : *Turbulence : An introduction to its mechanism and theory*. McGraw-Hill, 1959.
- [120] S. HOYAS et J. JIMÉNEZ : Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up to $Re_\tau=2003$. *Physics of Fluids*, 18:011702–1/4, 2006.
- [121] L. HUDGINS, C. A. FRIEHE et M. E. MAYER : Wavelet transforms and atmospheric turbulence. *Physical Review Letters*, 71(20):3279–3282, 1993.
- [122] M. HULTMARK, M. VALLIKIVI, S. C. C. BAILEY et A. J. SMITS : Logarithmic scaling of turbulence in smooth- and rough-wall pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 728:376–395, 2013.
- [123] N. HUTCHINS, K. CHAUHAN, I. MARUSIC, J. MONTY et J. KLEWICKI : Towards reconciling the large-scale structure of turbulent boundary layers in the atmosphere and laboratory. *Boundary-Layer Meteorology*, 145:273–306, 2012.
- [124] N. HUTCHINS et I. MARUSIC : Evidence of very long meandering features in the logarithmic region of turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 579:1–28, 2007.
- [125] N. HUTCHINS et I. MARUSIC : Large-scale influences in near-wall turbulence. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 365:647–664, 2007.
- [126] N. HUTCHINS, J. P. MONTY, B. GANAPATHISUBRAMANI, H. C. H. NG et I. MARUSIC : Three-dimensional conditional structure of a high-Reynolds-number turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 673:255–285, 2011.
- [127] N. HUTCHINS, T. B. NICKELS, I. MARUSIC et M. S. CHONG : Hot-wire spatial resolution issues in wall-bounded turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 635:103–136, 2009.
- [128] Y. HWANG : Near-wall turbulent fluctuations in the absence of wide outer motions. *Journal of Fluid Mechanics*, 723:264–288, 2013.
- [129] Y. HWANG : Statistical structure of self-sustaining attached eddies in turbulent channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 767:254–289, 2015.
- [130] Y. HWANG et C. COSSU : Self-sustained process at large scales in turbulent channel flow. *Physical Review Letters*, 105:044505, 2010.
- [131] Y. HWANG et C. COSSU : Self-sustained processes in the logarithmic layer of turbulent channel flows. *Physics of Fluids*, 23:061702, 2011.
- [132] M. INOUE, R. MATHIS, I. MARUSIC et D. I. PULLIN : Inner-layer intensities for the flat-plate turbulent boundary layer combining a predictive wall-model with large-eddy simulations. *Physics of Fluids*, 24:075102/1–17, 2012.
- [133] M. INOUE et D. I. PULLIN : Large-eddy simulation of the zero-pressure-gradient turbulent boundary layer up to $Re_\theta = O(10^{12})$. *Journal of Fluid Mechanics*, 686:507–533, 2011.
- [134] M. INOUE, D. PULLIN, Z. HARUN et I. MARUSIC : LES of the adverse-pressure gradient turbulent boundary layer. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 44:293–300, 2013.
- [135] I. JACOBI et B. J. MCKEON : Phase relationships between large and small scales in the turbulent boundary layer. *Experiments in Fluids*, 54:1481, 2013.
- [136] S. JAKIRLIĆ et K. HANJALIĆ : A new approach to modelling near-wall turbulence energy and stress dissipation. *Journal of Fluid Mechanics*, 459:139–166, 2002.

- [137] S. JAKIRLIĆ et R. MADUTA : Extending the bounds of ‘steady’ RANS closures : Toward an instability-sensitive Reynolds stress model. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 51:175–194, 2015.
- [138] N. JARRIN, S. BENHAMADOUCHE, D. LAURENCE et R. PROSSER : A Synthetic-Eddy-Method for generating inflow conditions for large-eddy simulations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 27:585–593, 2006.
- [139] N. JARRIN, R. PROSSER, J.-C. URIBE, S. BENHAMADOUCHE et D. LAURENCE : Reconstruction of turbulent fluctuations for hybrid RANS/LES simulations using a Synthetic-Eddy Method. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 30:435–442, 2009.
- [140] T. O. JELLY, S. Y. JUNG et T. A. ZAKI : Turbulence and skin friction modification in channel flow with streamwise-aligned superhydrophobic surface texture. *Physics of Fluids*, 26:095102/1–27, 2014.
- [141] J. JIMÉNEZ : The physics of wall turbulence. *Physica A*, 263:252–262, 1999.
- [142] J. JIMÉNEZ : Turbulent flows over rough walls. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 36:173–196, 2004.
- [143] J. JIMÉNEZ : Cascades in wall-bounded turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 44:27–45, 2012.
- [144] J. JIMÉNEZ : How linear is wall-bounded turbulence? *Physics of Fluids*, 25:110814, 2013.
- [145] J. JIMÉNEZ : Near-wall turbulence. *Physics of Fluids*, 25:101302, 2013.
- [146] J. JIMÉNEZ : Direct detection of linearized bursts in turbulence. *Physics of Fluids*, 27:065102, 2015.
- [147] J. JIMÉNEZ, J. C. D. ALAMO et O. FLORES : The large-scale dynamics of near-wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 505:179–199, 2004.
- [148] J. JIMÉNEZ, S. HOYAS, M. P. SIMENS et Y. MIZUNO : Turbulent boundary layers and channels at moderate Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 657:335–360, 2010.
- [149] J. JIMÉNEZ et A. PINELLI : The autonomous cycle of near-wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 389:335–359, 1999.
- [150] J. JIMÉNEZ : Computing high-Reynolds-number turbulence : will simulations ever replace experiments? *Journal of Turbulence*, 4 022:1–14, 2003.
- [151] Y. KAMETANI et K. FUKAGATA : Direct numerical simulation of spatially developing turbulent boundary layers with uniform blowing or suction. *Journal of Fluid Mechanics*, 681:154–172, 2011.
- [152] Y. KAMETANI, K. FUKAGATA, R. ÖRLÜ et P. SCHLATTER : Effect of uniform blowing/suction in a turbulent boundary layer at moderate Reynolds number. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 55:132–142, doi : 10.1016/j.ijheatfluidflow.2015.05.019, 2015. URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2015.05.019>.
- [153] Y. KANEDA, K. MORISHITA et T. ISHIHARA : Small scale universality and spectral characteristics in turbulent flows. In *International Symposium on turbulence and shear flow phenomena (TSFP-8)*, 2013.
- [154] S. KAWAI et J. LARSSON : Wall-modeling in large eddy simulation : Length scales, grid resolution, and accuracy. *Physics of Fluids*, 24:015105–1/10, 2012.

- [155] A. KEATING et U. PIOMELLI : A dynamic stochastic forcing method as a wall-layer model for large-eddy simulation. *Journal of Turbulence*, 7(12):24, 2006.
- [156] K. C. KIM et R. J. ADRIAN : Very large-scale motion in the outer layer. *Physics of Fluids*, 11(2):417, 1999.
- [157] Y. KIM, I. P. CASTRO et Z.-T. XIE : Divergence-free turbulence inflow conditions for large-eddy simulations with incompressible flow solvers. *Computers & Fluids*, 84:56–68, 2013.
- [158] P. S. KLEBANOFF : Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient. Rap. tech. NACA-TR-1247, National Advisory Committee for Aeronautics, 1955.
- [159] J. KLEWICKI, P. FIFE, T. WEI et P. MCMURTRY : A physical model of the turbulent boundary layer consonant with mean momentum balance structure. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 365:823–839, 2007.
- [160] J. C. KLEWICKI : Reynolds number dependence, scaling, and dynamics of turbulent boundary layers. *Journal of Fluids Engineering*, 132:094001/1–48, 2010.
- [161] S. J. KLINE, W. C. REYNOLDS, F. A. SCHRAUB et P. W. RUNSTADLER : The structure of turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 30:741–773, 1967.
- [162] A. N. KOLMOGOROV : The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 30:299–303, 1941.
- [163] A. N. KOLMOGOROV : A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 13:82–85, 1962.
- [164] P.-A. KROGSTAD, R. A. ANTONIA et L. W. B. BROWNE : Comparison between rough- and smooth-wall turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 245:599–617, 1992.
- [165] P.-A. KROGSTAD et V. EFROS : About turbulence statistics in the outer part of a boundary layer developing over twodimensional surface roughness. *Physics of Fluids*, 24:075112, 2012.
- [166] P.-A. KROGSTAD, J. H. KASPERSEN et S. RIMESTAD : Convection velocities in a turbulent boundary layer. *Physics of Fluids*, 10(4):949–957, 1998.
- [167] G. J. KUNKEL et I. MARUSIC : Study of the near-wall-turbulent region of the high-Reynolds-number boundary layer using an atmospheric flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 548:375–402, 2006.
- [168] F. LAADHARI : Reynolds number effect on the dissipation function in wall-bounded flows. *Physics of Fluids*, 19:038101/1–4, 2007.
- [169] L. D. LANDAU et E. M. LIFSHITZ : *Fluid Mechanics*. Pergamon Press, 1959.
- [170] R. LARAUFIE : *Simulations avancées de turbulence pariétale à haut nombre de Reynolds sur des géométries curvilignes par une approche hybride RANS/LES*. Thèse de doctorat, ONERA/UPMC, 2012.
- [171] R. LARAUFIE et S. DECK : Zonal detached eddy simulation (ZDES) study of a 3D curved duct. In K. HANJALIC, Y. NAGANO, D. BORELLO et S. JAKIRLIC, édés : *Turbulence, Heat and Mass Transfer 7*, vol. Proceedings of the seventh international symposium on turbulence, heat and mass transfer, p. 511–514. Begell House Inc., 2012.
- [172] R. LARAUFIE et S. DECK : Assessment of Reynolds stresses tensor reconstruction methods for synthetic turbulent inflow conditions. Application to hybrid RANS/LES methods. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 42:68–78, 2013.

- [173] R. LARAUFIE, S. DECK et P. SAGAUT : A dynamic forcing method for unsteady turbulent inflow conditions. *Journal of Computational Physics*, 230:8647–8663, 2011.
- [174] R. LARAUFIE, S. DECK et P. SAGAUT : A Rapid switch from RANS to WMLES for spatially developing boundary layers. *Progress in Hybrid RANS-LES Modelling, NNFM117*, edited by S. Fu W. Haase S.-H. Peng and D. Schwaborn, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, p. 147–156, 2012.
- [175] L. LARCHEVÊQUE, P. SAGAUT, T.-H. LÊ et P. COMTE : Large-eddy simulation of a compressible flow in a three-dimensional open cavity at high Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 516:265–301, 2004.
- [176] J. LEE, S. Y. JUNG, H. J. SUNG et T. A. ZAKI : Effect of wall heating on turbulent boundary layers with temperature-dependent viscosity. *Journal of Fluid Mechanics*, 726:196–225, 2013.
- [177] J. H. LEE et H. J. SUNG : Very-large-scale motions in a turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 673:80–120, 2011.
- [178] J. H. LEE et H. J. SUNG : Comparison of very-large-scale motions of turbulent pipe and boundary layer simulations. *Physics of Fluids*, 25:045103–1–17, 2013.
- [179] J. LEE et H. SUNG : Direct Numerical Simulation of a turbulent boundary layer up to $Re_\theta = 2500$. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 32:1–10, 2011.
- [180] M. LEE et R. D. MOSER : Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau \approx 5\,200$. *Journal of Fluid Mechanics*, 774:395–415, 2015.
- [181] E. LENORMAND, P. SAGAUT et L. T. PHUOC : Large eddy simulation of subsonic and supersonic channel flow at moderate Reynolds number. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 32:369–406, 2000.
- [182] E. LENORMAND, P. SAGAUT, L. T. PHUOC et P. COMTE : Subgrid-scale models for large-eddy simulations of compressible wall bounded flows. *AIAA Journal*, 38:1340–1350, 2000.
- [183] M. A. LESCHZNER, H. CHOI et K.-S. CHOI : Flow-control approaches to drag reduction in aerodynamics : progress and prospects (Preface). *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 369:1349–1351, 2011.
- [184] A. K. LEWKOWICZ : An improved universal wake function for turbulent boundary layers and some of its consequences. *Z. Flugwiss. Weltraumforsch.*, 6:261–266, 1982.
- [185] D. LILLY : A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method. *Physics of Fluids A*, 4(3):633–635, 1992.
- [186] C. C. LIN : On Taylor’s hypothesis and the acceleration terms in the Navier-Stokes equations. *Quarterly of Applied Mathematics*, X(4):154–165, 1953.
- [187] A. LOZANO-DURÁN et J. JIMÉNEZ : Effect of the computational domain on direct simulations of turbulent channels up to $Re_\tau = 4\,200$. *Physics of Fluids*, 26:011702, 2014.
- [188] T. S. LUND, X. WU et K. D. SQUIRES : Generation of turbulent inflow data for spatially-developing boundary layer simulations. *Journal of Computational Physics*, 140:233–258, 1998.
- [189] R. MANCEAU : Recent progress in the development of the Elliptic Blending Reynolds-stress model. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 51:195–220, 2015.
- [190] N. MARATI, C. M. CASCIOLA et R. PIVA : Energy cascade and spatial fluxes in wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 521:191–215, 2004.

- [191] M. MARQUILLIE, U. EHRENSTEIN et J.-P. LAVAL : Instability of streaks in wall turbulence with adverse pressure gradient. *Journal of Fluid Mechanics*, 681:205–240, 2011.
- [192] O. MARSDEN, C. BOGEY et C. BAILLY : Direct noise computation of the turbulent flow around a zero-incidence airfoil. *AIAA Journal*, 46(4):874–883, 2008.
- [193] I. MARUSIC, K. A. CHAUHAN, V. KULANDAIVELU et N. HUTCHINS : Evolution of zero-pressure-gradient boundary layers from different tripping conditions. *Journal of Fluid Mechanics*, 783:379–411, 2015.
- [194] I. MARUSIC et W. D. C. HEUER : Reynolds number invariance of the structure inclination angle in wall turbulence. *Physical Review Letters*, 99:114504, 2007.
- [195] I. MARUSIC et N. HUTCHINS : *Transition And Turbulence Control*, chap. Experimental study of wall turbulence : implications for control, p. 1–40. Lecture Notes Series, Institute for Mathematical Sciences, National University of Singapore : Volume 8, 2005.
- [196] I. MARUSIC et G. KUNKEL : Streamwise turbulence intensity formulation for flat-plate boundary layers. *Physics of Fluids*, 15(8):2461–2464, 2003.
- [197] I. MARUSIC, J. D. LI et A. E. PERRY : A study of the Reynolds-shear-stress spectra in zero-pressure-gradient boundary layers. In *Tenth Australian Fluid Mechanics Conference - University of Melbourne*, 1989.
- [198] I. MARUSIC, R. MATHIS et N. HUTCHINS : High Reynolds number effects in wall turbulence. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 31:418–428, 2010.
- [199] I. MARUSIC, R. MATHIS et N. HUTCHINS : Predictive model for wall-bounded turbulent flow. *Science*, 329:193–196, 2010.
- [200] I. MARUSIC, B. J. MCKEON, P. A. MONKEWITZ, H. M. NAGIB, A. J. SMITS et K. R. SREENIVASAN : Wall-bounded turbulent flows at high Reynolds numbers : Recent advances and key issues. *Physics of Fluids*, 22:065103–1/24, 2010.
- [201] I. MARUSIC, J. P. MONTY, M. HULTMARK et A. J. SMITS : On the logarithmic region in wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 716 R3:1–11, 2013.
- [202] I. MARUSIC, A. UDDIN et A. PERRY : Similarity law for the streamwise turbulence intensity in zero-pressure-gradient turbulent boundary layers. *Physics of Fluids*, 9:3718–3726, 1997.
- [203] I. MARY et P. SAGAUT : Large eddy simulation of flow around an airfoil near stall. *AIAA Journal*, 40:1139–1145, 2002.
- [204] R. MATHIS, N. HUTCHINS et I. MARUSIC : Large-scale amplitude modulation of the small-scale structures in turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 628:311–337, 2009.
- [205] R. MATHIS, N. HUTCHINS et I. MARUSIC : A predictive inner-outer model for streamwise turbulence statistics in wall-bounded flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 681:537–566, 2011.
- [206] R. MATHIS, I. MARUSIC, S. I. CHERNYSHENKO et N. HUTCHINS : Estimating wall-shear-stress fluctuations given an outer region input. *Journal of Fluid Mechanics*, 715:163–180, 2013.
- [207] R. MATHIS, I. MARUSIC, N. HUTCHINS et K. R. SREENIVASAN : The relationship between the velocity skewness and the amplitude modulation of the small scale by the large scale in turbulent boundary layers. *Physics of Fluids*, 23:121702–1–4, 2011.
- [208] R. MATHIS, I. MARUSIC, N. L. JONES et G. N. IVEY : Coupling a boundary layer wall shear-stress model with field experiments in a shallow tidal river. In *International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena (TSFP-8), Poitiers, France*, 2013.

- [209] F. MEHDI, T. G. JOHANSSON, C. M. WHITE et J. W. NAUGHTON : On determining wall shear stress in spatially developing two-dimensional wall-bounded flows. *Experiments in Fluids*, 55:1656/1–9, 2014.
- [210] F. MEHDI et C. M. WHITE : Integral form of the skin friction coefficient suitable for experimental data. *Experiments in Fluids*, 50:43–51, 2011.
- [211] M. METZGER, B. J. MCKEON et H. HOLMES : The near-neutral atmospheric surface layer : turbulence and non-stationarity. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 365:859–876, 2007.
- [212] R. MICHEL, C. QUÉMARD et R. DURANT : Application d’un schéma de longueur de mélange à l’étude des couches limites turbulentes d’équilibre. Note Technique 154, ONERA, 1969.
- [213] C. B. MILLIKAN : A critical discussion of turbulent flows in channels and circular tubes. In J. P. D. HARTOG et H. PETERS, édés : *Proceedings of the Fifth International Congress in Applied Mechanics*, p. 386–392, New York, 1938. Wiley.
- [214] Y. MIZUNO et J. JIMÉNEZ : Wall turbulence without walls. *Journal of Fluid Mechanics*, 723:429–455, 2013.
- [215] L. MOCHEL, P.-E. WEISS et S. DECK : Zonal Immersed Boundary Conditions : application to a high-Reynolds-number afterbody flow. *AIAA Journal*, 52(12):2782–2794, 2014.
- [216] P. A. MONKEWITZ, K. A. CHAUHAN et H. M. NAGIB : Self-consistent high-Reynolds-number asymptotics for zero-pressure-gradient turbulent boundary layers. *Physics of Fluids*, 19:115101/1–12, 2007.
- [217] M. V. MORKOVIN : Effects of compressibility on turbulent flows. In *Colloque International CNRS No. 108, Mécanique de la turbulence*. Éditions CNRS, 1961.
- [218] J. F. MORRISON : The interaction between inner and outer regions of turbulent wall-bounded flow. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 365:683–698, 2007.
- [219] Y. NA et P. MOIN : Direct numerical simulation of a separated turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 374:379–405, 1998.
- [220] H. M. NAGIB, K. A. CHAUHAN et P. A. MONKEWITZ : Approach to an asymptotic state for zero pressure gradient turbulent boundary layers. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 365:755–770, 2007.
- [221] H. M. NAGIB, C. CHRISTOPHOROU, J.-D. REUDI, P. MONKEWITZ, J. ÖSTERLUND et S. GRAVANTE : Can we ever rely on results from wall-bounded turbulent flows without direct measurements of wall shear stress? In *24th AIAA Aerodynamic Measurement Technology and Ground Testing Conference*, 2004.
- [222] T. B. NICKELS et I. MARUSIC : On the different contributions of coherent structures to the spectra of a turbulent round jet and a turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 448:367–385, 2001.
- [223] T. B. NICKELS, I. MARUSIC, S. HAFEZ et M. S. CHONG : Evidence of the k_1^{-1} Law in a High-Reynolds-Number Turbulent Boundary Layer. *Physical Review Letters*, 95:074501–1/4, 2005.
- [224] F. NICOUD et F. DUCROS : Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor. *Flow Turbulence and Combustion*, 62:183–200, 1999.

- [225] N. V. NIKITIN, F. NICLOUD, B. WASISTHO, K. D. SQUIRES et P. R. SPALART : An approach to wall modeling in large-eddy simulations. *Physics of Fluids*, 12(7):1629–1632, 2000.
- [226] S. OERLEMANS, P. SIJTSMA et B. M. LÓPEZ : Location and quantification of noise sources on a wind turbine. *Journal of Sound and Vibration*, 299:869–883, 2007.
- [227] R. ÖRLÜ : *Experimental Studies in Jet Flows and Zero Pressure-Gradient Turbulent Boundary Layers*. Thèse de doctorat, Department of Mechanics, KTH Stockholm, Sweden, 2009.
- [228] R. PAIN, P.-E. WEISS et S. DECK : Zonal Detached Eddy Simulation of the flow around a simplified launcher afterbody. *AIAA Journal*, 52(9):1967–1979, 2014.
- [229] M. PAMIÈS, P.-E. WEISS, E. GARNIER, S. DECK et P. SAGAUT : Generation of synthetic turbulent inflow data for large eddy simulation of spatially evolving wall-bounded flows. *Physics of Fluids*, 21:045103, 2009.
- [230] M. PAMIÈS : *Contrôle d’une couche limite turbulente au moyen d’un micro-système distribué*. Thèse de doctorat, Université de Lille 1, 2008.
- [231] R. L. PANTON : Overview of the self-sustaining mechanisms of wall turbulence. *Progress in Aerospace Sciences*, 37:341–383, 2001.
- [232] G. I. PARK et P. MOIN : An improved dynamic non-equilibrium wall-model for large eddy simulation. *Physics of Fluids*, 26:015108, 2014.
- [233] D. S. PEARSON, P. J. GOULART et B. GANAPATHISUBRAMANI : Turbulent separation upstream of a forward-facing step. *Journal of Fluid Mechanics*, 724:284–304, 2013.
- [234] M. PÉCHIER, P. GUILLEN et R. CAYSAC : Magnus effect over finned projectiles. *AIAA Journal of Spacecraft and Rockets*, 38(4):542–549, 2001.
- [235] Y. PEET et P. SAGAUT : Theoretical prediction of turbulent skin friction on geometrically complex surfaces. *Physics of Fluids*, 21:105105–1/19, 2009.
- [236] A. E. PERRY et M. S. CHONG : On the mechanism of wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 119:173–217, 1982.
- [237] A. E. PERRY, S. HENBEST et M. S. CHONG : A theoretical and experimental study of wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 165:163–199, 1986.
- [238] A. E. PERRY et I. MARUSIC : A wall-wake model for the turbulence structure of boundary layers. Part 1. Extension of the attached eddy hypothesis. *Journal of Fluid Mechanics*, 298:361–388, 1995.
- [239] A. E. PERRY et I. MARUSIC : A wall-wake model for the turbulence structure of boundary layers. Part 2. Further experimental support. *Journal of Fluid Mechanics*, 298:389–407, 1995.
- [240] A. E. PERRY, I. MARUSIC et M. B. JONES : On the streamwise evolution of turbulent boundary layers in arbitrary pressure gradients. *Journal of Fluid Mechanics*, 461:61–91, 2002.
- [241] B. PIERCE, P. MOIN et T. SAYADI : Application of vortex identification schemes to direct numerical simulation data of a transitional boundary layer. *Physics of Fluids*, 25:015102–1/14, 2013.
- [242] U. PIOMELLI : Wall-layer models for large-eddy simulations. *Progress in Aerospace Sciences*, 44:437–446, 2008.
- [243] U. PIOMELLI et E. BALARAS : Wall-layer models for Large-Eddy Simulations. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 34:349–374, 2002.

- [244] U. PIOMELLI, E. BALARAS, H. PASINATO, K. D. SQUIRES et P. R. SPALART : The inner–outer layer interface in large-eddy simulations with wall-layer models. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 24:538–550, 2003.
- [245] S. PIROZZOLI et M. BERNARDINI : Probing high-Reynolds-number effects in numerical boundary layers. *Physics of Fluids*, 25:021704–1/7, 2013.
- [246] R. POLETTI, T. CRAFT et A. REVELL : A new divergence free synthetic eddy method for the reproduction of inlet flow conditions for LES. *Flow Turbulence Combust*, 91:519–539, 2013.
- [247] S. B. POPE : *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2000.
- [248] L. PRANDTL : Bericht über die Entstehung der Turbulenz. *Z. Angew. Math. Mech.*, 5:136–139, 1925.
- [249] P. J. A. PRIYADARSHANA et J. C. KLEWICKI : Study of the motions contributing to the Reynolds stress in high and low Reynolds number turbulent boundary layers. *Physics of Fluids*, 16:4586–4600, 2004.
- [250] A. PROBST, R. RADESPIEL et T. KNOPP : Detached-Eddy Simulation of Aerodynamic Flows Using a Reynolds-Stress Background Model and Algebraic RANS/LES Sensors. In *20th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*, num. AIAA 2011-3206, Honolulu, Hawaii, 27 - 30 June 2011.
- [251] G. PUJALS, M. GARCÍA-VILLALBA, C. COSSU et S. DEPARDON : A note on optimal transient growth in turbulent channel flows. *Physics of Fluids*, 21:015109, 2009.
- [252] M. PÉCHIER : *Prévisions numériques de l’effet Magnus pour des configurations de munitions*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 1999.
- [253] P. QUÉMÉRÉ et P. SAGAUT : Zonal multi-domain RANS/LES simulations of turbulent flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 40:903–925, 2002.
- [254] M. M. RAI : Detached shear-layer instability and entrainment in the wake of a flat plate with turbulent separating boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 774:5–36, 2015.
- [255] B. RAJAMANI et J. KIM : A hybrid-filter approach to turbulence simulation. *Flow Turbulence and Combustion*, 85:421–441, 2010.
- [256] N. RENARD et S. DECK : On the interface positioning in a Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer. In S. GIRIMAJI, W. HAASE, S.-H. PENG et D. SCHWAMBORN, édés : *Progress in Hybrid RANS-LES Modelling, Papers contributed to the 5th Symposium on Hybrid RANS-LES methods*, vol. 130 de *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, College Station, A&M University, Texas, March 2014. Springer.
- [257] N. RENARD et S. DECK : Improvements in Zonal Detached Eddy Simulation for Wall Modeled Large Eddy Simulation. *AIAA Journal*, 53(11):3499–3504, 2015.
- [258] N. RENARD et S. DECK : Recent improvements in the formulation of mode III of ZDES (Zonal Detached Eddy Simulation) for WMLES use at $Re_\theta > 10^4$. In *53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting, AIAA Science and Technology Forum 2015, Kissimmee, Florida, AIAA 2015-1981*, January 2015.
- [259] S. K. ROBINSON : Coherent motions in the turbulent boundary layer. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 23:601–639, 1991.

- [260] B. J. ROSENBERG, M. HULTMARK, M. VALLIKIVI, S. C. C. BAILEY et A. J. SMITS : Turbulence spectra in smooth- and rough-wall pipe flow at extreme Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 731:46–63, 2013.
- [261] C. ROUSSEL : Simulations avancées de type RANS/LES en aérodynamique appliquée - Application au calcul d'une couche limite turbulente en développement spatial. Rap. tech., Onera, 2012.
- [262] S. G. SADDOUGH et S. V. VEERAVALLI : Local isotropy in turbulent boundary layers at high Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 268:333–372, 1994.
- [263] P. SAGAUT : *Large-eddy simulation for incompressible flows*. Springer, 3rd édn, 2005.
- [264] P. SAGAUT et S. DECK : Large eddy simulation for aerodynamics : status and perspectives. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 367:2849–2860, 2009.
- [265] P. SAGAUT, S. DECK et M. TERRACOL : *Multiscale and multiresolution approaches in turbulence - LES, DES and Hybrid RANS/LES Methods : Applications and Guidelines*. Imperial College Press, 2nd édn, 2013.
- [266] N. SAIKRISHNAN, E. D. ANGELIS, E. K. LONGMIRE, I. MARUSIC, C. M. CASCIOLA et R. PIVA : Reynolds number effects on scale energy balance in wall turbulence. *Physics of Fluids*, 24:015101, 2012.
- [267] E. SALZE, C. BAILLY, O. MARSDEN, E. JONDEAU et D. JUVÉ : An experimental characterisation of wall pressure wavevector-frequency spectra in the presence of pressure gradients. In *20th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, June 2014, Atlanta, GA*, num. AIAA 2014-2909, 2014.
- [268] M. SÁNCHEZ-ROCHA et S. MENON : The compressible hybrid RANS/LES formulation using an additive operator. *Journal of Computational Physics*, 228:2037–2062, 2009.
- [269] M. SÁNCHEZ-ROCHA et S. MENON : An order-of-magnitude approximation for the hybrid terms in the compressible hybrid RANS/LES governing equations. *Journal of Turbulence*, 12(16):1–22, 2011.
- [270] R. SCHIESTEL et A. DEJOAN : Towards a new partially integrated transport model for coarse grid and unsteady turbulent flow simulations. *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, 18:443–468, 2005.
- [271] P. SCHLATTER, Q. LI, G. BRETHOUWER, A. V. JOHANSSON et D. S. HENNINGSON : Simulations of spatially evolving turbulent boundary layers up to $Re_\theta = 4\,300$. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 31:251–261, 2010.
- [272] P. SCHLATTER et R. ÖRLÜ : Assessment of direct numerical simulation data of turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 659:116–126, 2010.
- [273] P. SCHLATTER, R. ÖRLÜ, Q. LI, G. BRETHOUWER, J. H. M. FRANSSON, A. V. JOHANSSON, P. H. ALFREDSSON et D. S. HENNINGSON : Turbulent boundary layers up to $Re_\theta = 2\,500$ studied through simulation and experiment. *Physics of Fluids*, 21:051702, 2009.
- [274] P. SCHLATTER et R. ÖRLÜ : Quantifying the interaction between large and small scales in wall-bounded turbulent flows : A note of caution. *Physics of Fluids*, 22:051704–1–4, 2010.
- [275] H. SCHLICHTING : *Boundary-Layer Theory*. McGraw-Hill, 1968.
- [276] P. J. SCHMID : Nonmodal stability theory. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 39:129–162, 2007.

- [277] W. SCHOPPA et F. HUSSAIN : Coherent structure generation in near-wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 453:57–108, 2002.
- [278] G. B. SCHUBAUER : Turbulent processes as observed in boundary layer and pipe. *Journal of Applied Physics*, 25:188–196, 1954.
- [279] A. S. SHARMA et B. J. McKEON : On coherent structure in wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 728:196–238, 2013.
- [280] M. SHUR, P. R. SPALART, M. STRELETS et A. TRAVIN : A Rapid and Accurate Switch from RANS to LES in Boundary Layers Using an Overlap Region. *Flow, Turbulence and Combustion*, 86:179–206, 2011.
- [281] M. L. SHUR, P. R. SPALART, M. K. STRELETS et A. K. TRAVIN : Synthetic turbulence generators for RANS-LES interfaces in zonal simulations of aerodynamic and aeroacoustic problems. *Flow Turbulence and Combustion*, 93:63–92, 2014.
- [282] M. L. SHUR, P. R. SPALART, M. K. STRELETS et A. K. TRAVIN : A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modelled LES capabilities. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 29:1638–1649, 2008.
- [283] M. L. SHUR, P. R. SPALART, M. K. STRELETS et A. K. TRAVIN : An Enhanced Version of DES with Rapid Transition from RANS to LES in Separated Flows. *Flow Turbulence and Combustion*, 95(4):709–737, 2015. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s10494-015-9618-0>.
- [284] J. SILLERO, J. JIMÉNEZ, R. D. MOSER et N. P. MALAYA : Direct simulation of a zero-pressure-gradient turbulent boundary layer up to $Re_\theta = 6650$. In *13th European Turbulence Conference (ETC13)*, num. 022023 de Journal of Physics : Conference Series 318 (2011). IOP Publishing, 2011.
- [285] M. SIMENS, J. JIMÉNEZ, S. HOYAS et Y. MIZUNO : A high-resolution code for turbulent boundary layers. *Journal of Computational Physics*, 228:4218–4231, 2009.
- [286] F. SIMON, S. DECK, P. GUILLEN, P. SAGAUT et A. MERLEN : Numerical simulation of the compressible mixing layer past an axisymmetric trailing edge. *Journal of Fluid Mechanics*, 591:215–253, 2007.
- [287] J. SMAGORINSKY : General circulation experiments with the primitive equations. i. the basic experiment. *Monthly Weather Review*, 91(3):99–164, 1963.
- [288] A. SMITH : High-lift aerodynamics. *Journal of Aircraft*, 12(6):501–530, 1975.
- [289] C. R. SMITH, J. D. A. WALKER, A. H. HAIDARI et U. SOBRUN : On the dynamics of near-wall turbulence. *Philosophical Transactions : Physical Sciences and Engineering*, 336(1641):131–175, 1991.
- [290] D. R. SMITH et A. J. SMITS : The effects of successive distortions on a turbulent boundary layer in a supersonic flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 351:253–288, 1997.
- [291] R. W. SMITH : *Effect of Reynolds number on the structure of turbulent boundary layers*. Thèse de doctorat, Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Princeton University, 1994.
- [292] A. J. SMITS, B. J. McKEON et I. MARUSIC : High-Reynolds number wall turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 43:353–375, 2011.
- [293] P. R. SPALART : Direct simulation of a turbulent boundary layer up to $R_\theta = 1410$. *Journal of Fluid Mechanics*, 187:61–98, 1988.

- [294] P. R. SPALART : Turbulence. Are we getting smarter? *In Fluid Dynamics Award Lecture, 36th Fluid Dynamics Conference and Exhibit, San Francisco, CA*, 2006.
- [295] P. R. SPALART : Detached-Eddy Simulation. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 41:181–202, 2009.
- [296] P. R. SPALART et S. R. ALLMARAS : A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *La Recherche Aéronautique*, (1):5–21, 1994.
- [297] P. R. SPALART, S. DECK, M. L. SHUR, K. D. SQUIRES, M. K. STRELETS et A. TRAVIN : A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 20:181–195, 2006.
- [298] P. R. SPALART, W.-H. JOU, M. STRELETS et S. R. ALLMARAS : Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach. *In C. LIU et Z. LIU, édés : Proceedings of the First AFOSR International Conference on DNS/LES*, p. 137–147. Greyden Press, 1997.
- [299] P. R. SPALART et J. D. MCLEAN : Drag reduction : enticing turbulence, and then an industry. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 369:1556–1569, 2011.
- [300] P. SPALART : Strategies for turbulence modelling and simulations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 21:252–263, 2000.
- [301] P. SPALART, A. GARBARUK et M. STRELETS : RANS Solutions in Couette flow with stream-wise vortices. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 49:128–134, 2014.
- [302] C. SPEZIALE : Turbulence modeling for time-dependent RANS and VLES : A review. *AIAA Journal*, 36(2):173–184, 1998.
- [303] K. R. SREENIVASAN : The energy dissipation in turbulent shear flows. *In S. M. DESHPANDE, A. PRABHU, K. R. SREENIVASAN et P. R. VISWANATH, édés : Symposium on Developments in Fluid Dynamics and Aerospace Engineering*, p. 159–190, Bangalore, India, 1995. Interline Publishers.
- [304] M. STANISLAS, L. PERRET et J.-M. FOUCAUT : Vortical structures in the turbulent boundary layer : a possible route to a universal representation. *Journal of Fluid Mechanics*, 602:327–382, 2008.
- [305] A. STROH, B. FROHNAPFEL, P. SCHLATTER et Y. HASEGAWA : A comparison of opposition control in turbulent boundary layer and turbulent channel flow. *Physics of Fluids*, 27:075101, 2015.
- [306] P. SUBBAREDDY, D. PETERSON, G. V. CANDLER et I. MARUSIC : A synthetic inflow generation method using the attached eddy hypothesis. *In 24th Applied Aerodynamics Conference*, num. AIAA 2006-3672, San Francisco, California, 2006.
- [307] K. M. TALLURU, R. BAIDYA, N. HUTCHINS et I. MARUSIC : Amplitude modulation of all three velocity components in turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics Rapids*, 746:R1, 1–11, 2014.
- [308] G. I. TAYLOR : The spectrum of turbulence. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 164(919):476–490, 1938.
- [309] J. A. TEMPLETON, M. WANG et P. MOIN : A predictive wall model for large-eddy simulation based on optimal control techniques. *Physics of Fluids*, 20:065104, 2008.
- [310] H. TENNEKES et J. L. LUMLEY : *A first course in turbulence*. MIT Press, 1972.

- [311] T. THEODORSEN : Mechanism of turbulence. *In Proc. Second Midwestern Conf. on Fluid Mechanics, Ohio*, p. 1–18. Ohio State University, 1952.
- [312] C. D. TOMKINS et R. J. ADRIAN : Spanwise structure and scale growth in turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 490:37–74, 2003.
- [313] C. D. TOMKINS et R. J. ADRIAN : Energetic spanwise modes in the logarithmic layer of a turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 545:141–162, 2005.
- [314] A. A. TOWNSEND : *The structure of turbulent shear flow*. Cambridge University Press, 1976.
- [315] E. TROMEUR, E. GARNIER et P. SAGAUT : Large-eddy simulation of aerooptical effects in a spatially developing turbulent boundary layer. *Journal of Turbulence*, 7(1):1–28, 2006.
- [316] P. G. TUCKER : Novel MILES computations for jet flows and noise. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 25:625–635, 2004.
- [317] P. TUCKER : Differential equation-based wall distance computation for DES and RANS. *Journal of Computational Physics*, 190:229–248, 2003.
- [318] J. TYACKE, R. JEFFERSON-LOVEDAY et P. G. TUCKER : On the application of LES to seal geometries. *Flow Turbulence Combust*, 91(4):827–848, 2013.
- [319] M. VALLIKIVI : *Wall-bounded turbulence at high Reynolds numbers*. Thèse de doctorat, Faculty of Princeton University, Department of Mechanical and Aerospace Engineering, 2014.
- [320] M. VALLIKIVI, B. GANAPATHISUBRAMANI et A. J. SMITS : Spectral scaling in boundary layers and pipes at very high Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 771:303–326, 2015.
- [321] J. C. VASSILICOS, J.-P. LAVAL, J.-M. FOUCAUT et M. STANISLAS : The streamwise turbulence intensity in the intermediate layer of turbulent pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 774:324–341, 2015.
- [322] J. VERRIÈRE, C. BOURDEAU, C. GACHERIEU, V. BRUNET et S. DECK : Sensitivity to in-flow conditions of a dual-stream nozzle. *In 50th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, July 2014, Cleveland, OH*, num. AIAA 2014-4012, 2014.
- [323] P. VINCENTI, J. KLEWICKI, C. MORRILL-WINTER, C. M. WHITE et M. WOSNIK : Streamwise velocity statistics in turbulent boundary layers that spatially develop to high Reynolds number. *Experiments in Fluids*, 54 :1629:1–13, 2013.
- [324] P. VISWANATH : Aircraft viscous drag reduction using riblets. *Progress in Aerospace Sciences*, 38:571–600, 2002.
- [325] T. von KÁRMÁN : Mechanische Ähnlichkeit und Turbulenz. *Nachr. Ges. Wiss. Math-Phys Klasse Göttingen*, 5:58–76, 1930.
- [326] F. WALEFFE : On a self-sustaining process in shear flows. *Physics of Fluids*, 9:883–900, 1997.
- [327] F. WALEFFE et J. KIM : How streamwise rolls and streaks self-sustain in a shear flow : Part 2, AIAA paper 98-2997. *In 29th AIAA Fluid Dynamics Conference*, 1998.
- [328] T. WEI, P. FIFE, J. KLEWICKI et P. MCMURTRY : Properties of the mean momentum balance in turbulent boundary layer, pipe and channel flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 522:303–327, 2005.
- [329] P.-E. WEISS et S. DECK : Control of the antisymmetric mode ($m = 1$) for high Reynolds axisymmetric turbulent separating/reattaching flows. *Physics of Fluids*, 23:095102, 2011.

- [330] P.-E. WEISS, S. DECK, J.-C. ROBINET et P. SAGAUT : On the dynamics of axisymmetric turbulent separating/reattaching flows. *Physics of Fluids*, 21:075103, 2009.
- [331] P. D. WELCH : The use of Fast Fourier Transform for the estimation of power spectra : a method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, AU-15 No 2:70–73, 1967.
- [332] F. M. WHITE : *Viscous Fluid Flow*. McGraw-Hill, 1991, 1974.
- [333] D. C. WILCOX : *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries, Inc., 1994.
- [334] G. S. WINCKELMANS et A. LEONARD : Contributions to vortex particle methods for the computation of three-dimensional incompressible unsteady flows. *Journal of Computational Physics*, 109:247–273, 1993.
- [335] J. WINKLER, R. D. SANDBERG et S. MOREAU : Direct numerical simulation of the self-noise radiated by an airfoil in a narrow stream. In *18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (33rd AIAA Aeroacoustics Conference), June 2012, Colorado Springs, CO*, num. AIAA 2012-2059, 2012.
- [336] X. WU et P. MOIN : Direct Numerical Simulation of turbulence in a nominally zero-pressure gradient flat-plate boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 630:5–41, 2009.
- [337] Q.-Q. XUN et B.-C. WANG : A dynamic forcing scheme incorporating backscatter for hybrid simulation. *Physics of Fluids*, 26:075104, 2014.
- [338] J. ZHOU, R. J. ADRIAN, S. BALACHANDAR et T. M. KENDALL : Mechanisms for generating coherent packets of hairpin vortices in channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 387:353–396, 1999.
- [339] R. ÖRLÜ et P. SCHLATTER : On the fluctuating wall-shear stress in zero pressure-gradient turbulent boundary layer flows. *Physics of fluids*, 23:021704, 2011.
- [340] J. M. ÖSTERLUND, A. V. JOHANSSON, H. M. NAGIB et M. H. HITES : A note on the overlap region in turbulent boundary layers. *Physics of Fluids*, 12(1):1–4, 2000.

Simulations numériques avancées et analyses physiques de couches limites turbulentes à grand nombre de Reynolds

Mieux comprendre les spécificités de la dynamique des couches limites à grand nombre de Reynolds malgré les contraintes métrologiques et son coût de simulation numérique est crucial. A titre d'exemple, cette dynamique peut déterminer plus de la moitié de la traînée d'un avion en croisière. Décrire la turbulence pariétale peut guider la résolution numérique d'une partie des fluctuations à un coût maîtrisé par des stratégies WMLES (simulation des grandes échelles avec modèle de paroi). Les présentes analyses physiques de couches limites turbulentes incompressibles à gradient de pression nul et à grand nombre de Reynolds s'appuient sur des simulations numériques avancées. Après validation d'une base de données, le frottement moyen pariétal est décomposé selon l'identité FIK (Fukagata *et al.* (2002)), dont l'application malgré le développement spatial est discutée. Une analyse spectrale montre que les grandes échelles ($\lambda_x > \delta$) contribuent à environ la moitié du frottement vers $Re_\theta = 10^4$. Les limitations de l'identité FIK motivent la dérivation d'une décomposition physique de la génération du frottement dont le comportement asymptotique est alors relié à la production d'énergie cinétique turbulente dans la zone logarithmique. Pour mieux reconstruire les spectres spatiaux, une nouvelle méthode d'estimation de la vitesse de convection turbulente en fonction de la longueur d'onde des fluctuations, adaptée au développement spatial et à des signaux temporels de durée finie, est dérivée, interprétée et évaluée à $Re_\theta = 13000$. Certaines des conclusions éclairent des modifications d'une stratégie WMLES, le mode III de la méthode ZDES.

Mots-clés :

Turbulence pariétale ; couche limite turbulente à grand nombre de Reynolds ; simulation numérique ; méthode hybride RANS/LES ; frottement moyen pariétal ; vitesse de convection turbulente

Advanced numerical simulations and physical analyses of turbulent boundary layers at high Reynolds number

Better understanding the specificities of the dynamics of high-Reynolds number boundary layers despite metrological constraints and its numerical simulation cost is crucial. For instance, this dynamics can determine more than half of the drag of a cruising aircraft. Describing wall turbulence can guide the numerical resolution of some of the fluctuations at a limited cost by WMLES strategies (wall-modelled large eddy simulation). The present physical analyses of zero-pressure gradient incompressible turbulent boundary layers at high Reynolds number rely on advanced numerical simulations. After validating a database, mean skin friction is decomposed by means of the FIK identity (Fukagata *et al.* (2002)), whose application despite the spatial growth is discussed. A spectral analysis shows that the large scales ($\lambda_x > \delta$) contribute approximately half of the friction near $Re_\theta = 10^4$. The limitations of the FIK identity motivate the derivation of a physical decomposition of the generation of friction whose asymptotic behaviour is then related to turbulent kinetic energy production in the logarithmic layer. In order to better reconstruct spatial spectra, a new method to estimate the turbulent convection velocity as a function of the wavelength of the fluctuations, adapted to spatial growth and to temporal signals of finite duration, is derived, interpreted, and assessed at $Re_\theta = 13\,000$. Some of the conclusions enlighten modifications to a WMLES strategy, mode III of the ZDES method.

Keywords :

Wall-bounded turbulence ; high-Reynolds number turbulent boundary layer ; numerical simulation ; hybrid RANS/LES method ; mean skin friction ; turbulent convection velocity